10-11 классы, подготовка к теоретическому туру

олимпиады школьников «Робофест» по физике

Теоретический обзор к занятию 1.

Тема: «ДВИЖЕНИЕ: СПОСОБЫ ОПИСАНИЯ И ЗАКОНЫ».

Методы описания движения изучаются в разделе механики, который называют «*кинематика*». Кинематика – одновременно одна из самых простых и одна из самых сложных тем курса физики. Простых – потому что в школьном курсе все задания этой темы строятся на нескольких простых соотношениях и на понимании закономерностей нескольких довольно простых физических процессов – «базовых» движений. Сложных – потому что эти задания требуют обычно хорошего владения математическим аппаратом, особенно сведениями из *геометрии*. Другая особенность темы «кинематика» состоит в том, что умение правильно использовать кинематические соотношения часто необходимо при решении задач из разных разделов механики (таких, как динамика, законы сохранения, описание колебаний). Иными словами, именно кинематика во многом создает базу для понимания методов решения задач механики, и поэтому нам необходимо очень тщательно разобрать основные положения теории из этого раздела.

Для начала введем основные <u>определения</u>:

Материальная точка – основной «идеализированный» элемент механических систем: массивное тело, размерами которого можно пренебречь при выбранном уровне точности описания («в условиях данной задачи»). В механике считается, что движение любого тела можно описать, разбив его на материальные точки.

Система отсчета – твердое тело, с которым жестко связана система координат, снабженное прибором для измерения времени.

Вектор координаты – вектор, проведенный из начала координат в заданную точку.

Перемещение – изменение вектора координаты за время Δt: $\Delta\vec{r} \equiv \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$

Величина перемещения – модуль вектора перемещения.

Траектория – линия в пространстве, которую описывает при движении конец вектора координаты.

Путь – длина траектории.

Мгновенная скорость – отношение перемещения за бесконечно малый интервал времени dt к величине этого интервала: $\vec{v} \equiv \dfrac{d\,\vec{r}}{d\,t} \equiv \vec{r}_t'$ (ясно, что это векторная величина). Следует обратить внимание на появление понятия из математического анализа – *производной* (скорость есть производная от координаты по времени). Это понятие является очень важным, и желательно познакомится с ним. Но подавляющее большинство задач по физике можно решить и без прямого использования.

Средняя скорость на участке пути – отношение пути к величине интервала времени, за который он был пройден.

Ускорение – отношение приращения скорости за бесконечно малый интервал времени dt к величине этого интервала: $\vec{a} \equiv \dfrac{d\,\vec{v}}{d\,t} \equiv \vec{v}_t'$.

Угол поворота – угол, на который отклоняется вектор координаты от начального направления (обычно – от оси абсцисс системы координат). По соглашению за <u>положительное</u> направление поворота принимается направление против часовой стрелки.

Угловая скорость – скорость изменения угла поворота: $\omega \equiv \dfrac{d\,\varphi}{d\,t} \equiv \varphi_t'$.

Центр масс тела – точка, координата которой для тела, состоящего из N материальных точек, определяется из соотношения: $\vec{r}_{цм} \equiv \dfrac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + ... + m_N\vec{r}_N}{m_1 + m_2 + ... + m_N}$. Для <u>однородных</u> симметричных тел центр масс всегда принадлежит каждой из осей и каждой из плоскостей симметрии тела. Поэтому если у такого тела существует геометрический центр –

единственная точка, через которую проходят все оси и плоскости симметрии, то он и является центром масс. Главное свойство центра масс состоит в том, что перемещение центра масс при движении тела совпадает с перемещением материальной точки с массой, равной массе тела, под действием тех же внешних сил.

В «школьных» задачах могут рассматриваться только движения, являющиеся разновидностями небольшого набора **«стандартных»** движений, и даже в самых сложных случаях – являющиеся комбинациями таких движений. Перечислим эти стандартные движения и описывающие их *кинематические формулы* (законы изменения координаты, скорости и ускорения):

Равномерное прямолинейное (поступательное) движение вдоль оси x:

$$a_x = 0, \quad v_x = v_0 = const, \quad x(t) = x_0 + v_0 t$$

Равноускоренное движение по оси x:

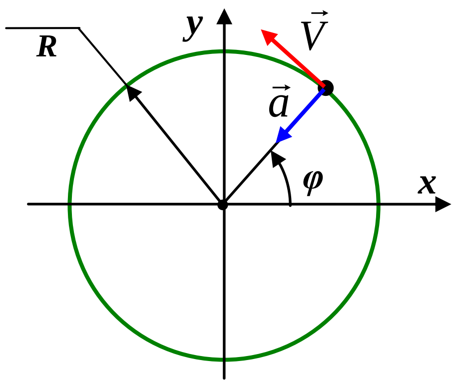
$$a_x = a = const, \quad v_x(t) = v_0 + at, \quad x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Равномерное движение по окружности радиуса R:

$$\omega = \omega_0 = const, \quad \varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 t,$$

$$x(t) = R \cdot \cos(\omega t + \varphi_0), \quad y(t) = R \cdot \sin(\omega t + \varphi_0).$$

$$|\vec{v}| = \omega R = const, \quad |\vec{a}| = \omega^2 R = \frac{v^2}{R} = const$$



(вектор скорости направлен по касательной к окружности, а вектор ускорения – к ее центру). Как видно, такое движение можно описывать с помощью угловой координаты, и при этом формула изменения $\varphi(t)$ точно такая же, как и формула для $x(t)$ при равномерном движении по прямой!

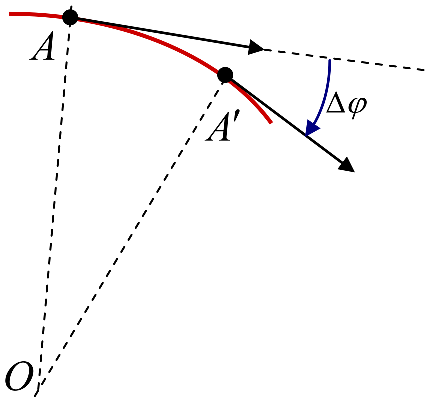
Существует два наиболее важных примера того, как «сложные» движения составляются из «стандартных».

Первый – это движение материальной точки по параболе, являющееся комбинацией равномерного движения по одной из двух перпендикулярных осей и равноускоренного движения по другой. Например, для тела, брошенного со скоростью v_0 под углом α к горизонту, при описании движения без учета силы сопротивления воздуха:

$$\left\{ \begin{array}{c} v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \\ v_y(t) = v_0 \sin(\alpha) - gt \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} x(t) = v_0 \cos(\alpha) t \\ y(t) = v_0 \sin(\alpha) t - \dfrac{gt^2}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow y = tg(\alpha) \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)} x^2.$$

Из этих соотношений легко найти все характеристики такого движения: время полета $T = \dfrac{2v_0 \sin(\alpha)}{g}$, дальность полета $L = v_0 \cos(\alpha) T = \dfrac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$, максимальную высоту подъема $H = y(T/2) = \dfrac{v_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g}$.

Второй пример (он реже встречается в школе, но активно используется на олимпиадах по физике) – это построение описания произвольного криволинейного движения как комбинации прямолинейного равноускоренного и равномерного движения по окружности. Действительно, вектор скорости направлен по касательной к траектории и изменение величины скорости на бесконечно малом участке траектории описывается так же, как при прямолинейном движении вдоль касательной. С другой стороны, изгиб бесконечно малого участка траектории всегда можно представить как поворот вдоль дуги окружности, на которой вектор скорости поворачивается на тот же угол. Если на малом участке траектории длиной Δl вектор скорости (вместе с направлением касательной к траектории) поворачивается на угол $\Delta\varphi$, то мгновенный центр вращения лежит на пересечении перпендикуляров к векторам скорости в начале и конце участка: В пределе $\Delta l \to 0$ расстояния $|OA| = |OA'| \equiv R$. Величину R естественно назвать ***мгновенным радиусом вращения*** точки. Как видно из определения, эту величину можно находить из геометрических соображений: $\Delta l = R\Delta\varphi$, или из кинематических: $v = R\omega \Rightarrow \quad R = \dfrac{v}{\omega}$ (ясно, что с учетом определений линейной и угловой скоростей эти способы полностью эквивалентны). Отметим, что связь между Δl и $\Delta\varphi$ – чисто геометрическое соотношение, поэтому R есть геометрическая характеристика данного участка траектории. Поэтому R часто называют ***радиусом кривизны*** траектории в данной точке. Ясно, что R не зависит от линейной и угловой скоростей: для двух тел, движущихся по одной и той же траектории с разными скоростями, радиус кривизны в любой из точек траектории одинаков.



Ускорение тела при движении по криволинейной траектории возникает из-за изменения скорости – как по величине, так и по направлению. Изменение величины скорости при неизменном направлении приводит (как в случае прямолинейного движения) к появлению касательной компоненты ускорения $a_{кас} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t \to 0]{} v'_t$. Изменение направления вектора скорости без изменения величины приводит (как в случае равномерного вращения) к появлению центростремительного ускорения. Поэтому в общем случае ускорение тела есть векторная сумма двух взаимно перпендикулярных составляющих – касательного (или *тангенциального*) и центростремительного (*нормального*) ускорений:

$$\vec{a} = \vec{a}_{кас} + \vec{a}_{цс} = v'_t \cdot \vec{e}_{кас} + \frac{v^2}{R} \cdot \vec{e}_{цс}$$

(в этой формуле $\vec{e}_{кас,цс}$ - единичные по модулю векторы, направленные соответственно вдоль скорости и к мгновенному центру вращения).

Нетрудно заметить, что большинство кинематических понятий имеют геометрическое происхождение, да и вся кинематика есть не что иное, как «**геометрия в движении**». Очень важно научиться искать наиболее простые пути геометрического анализа для каждого конкретного движения, то есть разумно подходить к выбору Системы Отсчета и Системы Координат. Следует отметить, что на самом деле такое умение приходит с опытом, то есть для его выработки необходимо практиковаться в решении кинематических задач. В значительной мере направляющую роль должно играть именно понимание того, как заданное движение разбивается в комбинацию «стандартных».

С учетом всего сказанного, можно предложить следующую «общую схему» решения кинематических задач:

Шаг 0: Анализ предложенного движения, то есть «узнавание» в нем одного из «стандартных» или их комбинации. Этот шаг – подготовительный, он нужен для облегчения следующего.

Шаг 1: Выбор СО и СК, обеспечивающий наиболее простое описание движения. Обычно логично выбирать их так, чтобы заданные и (или) искомые величины находились в них наиболее просто. В частности, обычно выгодно направлять координатные оси по направлениям «стандартных» прямолинейных движений, входящих в состав описываемого.

Шаг 2: Записать в выбранных координатах формулы, описывающие заданное в условии задачи движение (закон движения, закон изменения скорости или ускорения).

Шаг 3: Записать через те же величины заданную в условии дополнительно информацию (геометрические соотношения, информацию о временных промежутках и т.д.).

Шаг 4: Из записанных соотношений выразить искомую величину.

Если выбор СО и СК задан в условии либо очевиден, то решение фактически начинается со второго шага.