

**7-9 классы, подготовка к теоретическому туру
олимпиады школьников «Робофест» по физике**

**Теоретический обзор к занятию «теплопроводность и закон Фурье; установившееся
распределение температур».**

Перед изучением материалов этого занятия рекомендуется повторить материалы занятия вводного курса «СТРОЕНИЕ ВЕЩЕСТВА, ТЕПЛООБМЕН И ИЗМЕНЕНИЯ АГРЕГАТНЫХ СОСТОЯНИЙ».

Существует много различных форм обмена энергией между телами. Обмен *механической энергией* является следствием макроскопического взаимодействия тел. В этом случае мы рассматриваем силы, действующие на все тело или на его «небольшую» часть, но даже в последнем случае мы считаем, что эта «небольшая» часть все равно состоит из огромного количества молекул, так что взаимодействие отдельных атомов или молекул в ходе «механического» процесса не влияет существенно на состояние тела в целом. Тогда изменение энергии тела равно *работе* над ним других тел, с которыми оно взаимодействует. Кроме того, поскольку всякое вещество обладает *внутренней энергией* (так называют сумму кинетических энергий хаотических движений молекул вещества и потенциальных энергий межмолекулярных взаимодействий) перенос энергии может осуществляться вместе с переносом вещества (как это происходит при *конвекции*). У всех взаимодействий в природе существуют некоторые «посредники» (например, у электромагнитного взаимодействия – *электромагнитное поле*), с которыми может быть связано излучение энергии (энергия электромагнитного поля может передаваться на расстояние в виде *электромагнитных волн*, примером которых являются радиоволны, тепловое излучение и видимый свет). В этом занятии мы более подробно изучим *теплопередачу* – обмен телами энергией, происходящий на молекулярном уровне, без совершения ими друг над другом работы посредством макроскопических взаимодействий. Здесь необходимо вспомнить, что размеры молекул очень малы (порядка 10^{-10} м), а их количество в любом макроскопическом теле огромно. Кроме того, как физикам стало понятно в XX веке, законы движения и взаимодействия молекул отличаются от аналогичных законов для макроскопических тел – они более сложны, и поэтому описание теплопередачи путем изучения отдельных молекул – практически нереализуемый путь. Но мы можем построить разумное описание теплопередачи, пренебрегая особенностями отдельных молекул, и считая, что *в среднем* обмен энергией при каждом их взаимодействии одинаков. Например, в состоянии *теплового равновесия* двух тел их молекулы, конечно, обмениваются друг с другом энергией, но *в среднем* обмен энергией отсутствует. Такое равновесие физики называют *динамическим*: количество энергии, которое в единицу времени передают в результате межмолекулярных взаимодействий молекулы тела 1 молекулам тела 2, для любых макроскопических «кусков» этих тел равно количеству энергии, переданной в обратном направлении. Количество энергии, которым обмениваются тела в процессе теплопередачи, называют *количеством теплоты* (таким образом, теплота – одна из форм энергии). «Тепловое состояние» (или «степень нагретости») тела характеризуют величиной *температуры*. По своей природе это характеристика макроскопического тела, описывающая *среднее* состояние движения его молекул – она однозначно связана со средней кинетической энергией молекулы тела, и поэтому температуры тел, находящихся в тепловом равновесии, равны. Из сказанного ясно, что количество теплоты, которым тела обмениваются за единицу времени, должно расти с ростом разницы температур между ними. Кроме того, если в среднем при каждом взаимодействии пары молекул тел с разными температурами передается «порция» энергии, зависящая от разности температур, то общее количество теплоты будет пропорционально количеству таких взаимодействий, а оно пропорционально площади соприкосновения тел и времени наблюдения. Если тела разделены слоем теплопроводящего материала, то, как ясно, количество теплоты будет убывать с ростом толщины слоя и будет зависеть от свойств этого материала (все из личного опыта знают, что металлы проводят тепло гораздо лучше, чем, к примеру, вата). Впрочем, наилучшим «теплоизолятором» является вакуум – объем, в котором отсутствуют какие-либо молекулы

веществ, ибо в этом случае вообще молекулам разделенных вакуумом тел просто не с чем взаимодействовать. Передача энергии через вакуум возможна только посредством излучения. Важное свойство теплообмена состоит в том, что самопроизвольно теплота передается от более горячих тел к более холодным. Для передачи энергии в обратном направлении требуется запустить некоторые сопутствующие процессы (обычно связанные с передачей энергии другим способом – через механическую работу или излучение).

Пример 1: Четыре приятеля взяли одинаковые чашки горячего кофе с одинаковой температурой, по два кусочка сахара и по одному пакету сливок комнатной температурой. Все они начали пить кофе через 5 минут, хотя действовали по-разному. Первый растворил в кофе сахар и сливки на первой минуте ожидания, второй – на последней минуте ожидания, третий растворил сахар на первой минуте ожидания, а сливки добавил на последней, а четвертый добавил сливки на первой минуте ожидания, а сахар растворил на последней. Кто из них пил самый холодный кофе?

Варианты ответа:

а) первый

б) второй

в) третий

г) четвертый

д) все пили кофе одинаковой температуры

Решение: И растворение сахара, и добавление более холодных сливок понижает температуру кофе, причем связанные с этим итоговые потери энергии не очень существенно зависят от того, в какой момент это произведено (сливки, например, в любом случае в итоге нагреваются от начальной до конечной температуры, а количество энергии, поглощаемое при растворении сахара соответствует потере энергии на разрушение связей между его молекулами, то есть в основном зависит от массы растворенного сахара). Но понижение температуры снижает разность температур кофе и окружающей среды и поэтому уменьшает интенсивность теплообмена между ними. К тому же при добавлении сливок на поверхности кофе возникает жировая пленка, препятствующая испарению воды. Поэтому для максимальных потерь тепла нужно оба действия – и растворение сахара, и добавление сливок – производить как можно позже. Следовательно, самый холодный кофе пил второй приятель.

Обсудим количественное описание теплопередачи. Введем основные величины, с помощью которых мы будем описывать теплообмен:

Мощность теплообмена – количество теплоты, передаваемое при теплообмене за единицу времени: $P_Q \equiv \frac{\Delta Q}{\Delta t}$. Здесь мы можем говорить о *средней мощности* за произвольный промежуток времени, и о *мгновенной мощности*. Во втором случае в качестве Δt мы рассматриваем «очень малый» промежуток времени, за который передается «очень малое» количество теплоты ΔQ .

Поток количества теплоты – мощность теплообмена, приходящаяся на единицу площади поверхности тела (слоя вещества): $J \equiv \frac{\Delta P_Q}{\Delta S} = \frac{\Delta Q}{\Delta t \Delta S}$.

Теплопроводность подчиняется **закону Фурье**: поток количества теплоты через слой вещества пропорционален разности температур ΔT по разные стороны от этого слоя и обратно пропорционален толщине слоя d : $J = \kappa \cdot \frac{\Delta T}{d}$.

Коэффициент пропорциональности κ называют **коэффициентом теплопроводности**, и он зависит в основном от материала слоя. Как видно из формулировки закона, размерность коэффициента теплопроводности в системе СИ равна Вт/(м·°С).

Пример 2: В термосе находится мокрый снег (смесь жидкой воды и ледяных кристаллов, находящихся в равновесии), заполняющий его целиком. Сверху термос закрыт крышкой площадью $S = 10 \text{ см}^2$ и толщиной $d = 6 \text{ мм}$, изготовленный из пластика с коэффициентом теплопроводности $\kappa = 1,2 \text{ Вт/(м} \cdot \text{°С)}$. Термос внесли в помещение, в котором

поддерживается постоянная температура $T = 25^{\circ}\text{C}$. Найдите мощность теплообмена содержимого термоса и окружающей среды. Считать, что поток количества теплоты через стенки термоса пренебрежимо мал.

Решение: Так как в термосе вода и лед находятся в равновесии, то температура содержимого термоса равна $T_0 = 0^{\circ}\text{C}$ и не будет меняться, пока весь лед не растает. Согласно условию, теплообмен идет практически только через крышку термоса, поэтому $P_Q = J \cdot S$, где, согласно закону Фурье $J = \kappa \cdot \frac{T - T_0}{d}$. Таким образом, $P_Q = \kappa \cdot S \frac{T - T_0}{d} = 5 \text{ Вт}$.

Ответ: $P_Q = \kappa \cdot S \frac{T - T_0}{d} = 5 \text{ Вт}$.

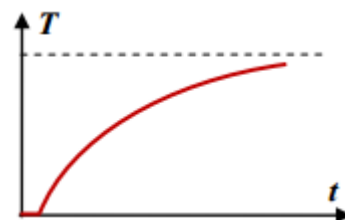
Знание потока количества теплоты и мощности теплообмена позволяет анализировать, за какое время происходит изменение температуры и (или) агрегатного состояния вещества.

Пример 3: Масса мокрого снега в термосе из предыдущего примера равна $m = 400 \text{ г}$, и он на 75% (по массе) состоит из ледяных кристаллов. За какое время этот снег полностью растает? Удельную теплоту плавления льда считать равной $\lambda = 334 \text{ кДж/кг}$.

Решение: Пока все ледяные кристаллы не растают, температура содержимого термоса не изменится. Поэтому мощность поступления тепла в термос P_Q остается постоянной. Полное количество теплоты, поступившее в термос, должно равняться теплоте плавления льда. Поэтому $P_Q \cdot t = 0,75m \cdot \lambda \Rightarrow t = \frac{0,75m \cdot \lambda}{P_Q} = \frac{0,75m \cdot \lambda d}{\kappa S (T - T_0)} = 20040 \text{ с}$, то есть 5 часов и 34 минуты.

Ответ: $t = \frac{0,75m \cdot \lambda d}{\kappa S (T - T_0)} = 5 \text{ часов } 34 \text{ минуты}$.

Важно также обратить внимание, что при теплообмене разность температур может изменяться – в том числе и за счет самого теплообмена. Соответственно, будет изменяться и поток количества теплоты, и мощность теплообмена. Например, в ходе теплообмена между двумя изолированными от «остального мира» телами разность температур будет падать, и дальнейший теплообмен – замедляться. В такой ситуации теплообмен прекращается только после выравнивания температур. Температура содержимого термоса из примеров 2 и 3 после окончания таяния льда начнет расти – сначала быстрее, а затем все медленнее и медленнее, стремясь к температуре окружающей среды (см. примерный график на рисунке).



При наличии постоянного потока тепла всюду по его пути устанавливается некоторое стационарное распределение температуры. Его можно изучать, так как поток и изменение температуры связаны между собой в соответствии с законом Фурье.

Пример 4: Допустим, что два слоя теплоизоляции изготовлены из одного материала, но внешний имеет в три раза большую толщину и в два раза большую площадь. Между слоями, внутри и снаружи – вещество, которое очень хорошо проводит тепло. Температура внутри равна $t_1 = 10^{\circ}\text{C}$, а снаружи $t_2 = 5^{\circ}\text{C}$. Какова температура вещества между слоями?

Решение: Так как вещество между слоями «очень хорошо проводит тепло», то его температуру t можно считать почти постоянной. Рассмотрим установившийся режим. В нем поток тепла (количество теплоты, протекающее в единицу времени через слой теплоизоляции) должен быть одинаков для обоих слоев (иначе температура вещества между слоями изменялась бы). Поэтому

$$(t_1 - t) \frac{S}{d} = (t - t_2) \frac{2S}{3d}, \text{ откуда находим, что } t = \frac{3t_1 + 2t_2}{5} = 8^{\circ}\text{C}.$$