10-11 классы, подготовка к теоретическому туру

олимпиады школьников «Робофест» по физике

Теоретический обзор к вводному занятию 3.

Тема: «Взаимодействия: силы, моменты сил и равновесие».

Важнейшее физическое явление в нашем мире – **взаимодействие** тел. В отсутствие взаимодействия тела проявляют **инертность**, то есть сохраняют состояние движения неизменным. Для описания свойства инертности тела в физике вводят **массу** – это скалярная (то есть выражающаяся просто числом) физическая величина, описывающая способность тела сохранять свое состояние движения. Для описания взаимодействия – **силы** (**векторные** физические величины). Раздел физики, описывающий движение и равновесие тел с учетом действующих на них сил, называют **механика**.

Основные законы механики (законы Ньютона):

1. *Существуют такие системы отсчета (называемые **инерциальными**), в которых тело покоится или движется равномерно и прямолинейно, если сумма приложенных к телу сил равна нулю.*
2. *Ускорение, вызываемое силой, прямо пропорционально этой силе и обратно пропорционально массе тела:*

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

3. *При непосредственном взаимодействии два тела действуют друг на друга с силами, равными по величине и противоположными по направлению:*

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Физическое содержание законов Ньютона:

1. Основная часть первого закона – утверждение о существовании особого класса систем отсчета – инерциальных. Эти системы отсчета важны для физики потому, что именно в них остальные законы (например, второй закон) могут применяться без какой-либо корректировки. Обратите внимание: первый закон **не утверждает**, что «тело покоится или движется равномерно-прямолинейно, когда сумма действующих на него сил равна 0». В этой фразе в действительности содержится рецепт «узнавания» инерциальных систем отсчета: если в некоторой системе отсчета ускорение тела, на которое не действуют «нескомпенсированные» силы, равно 0, то эта система отсчета – инерциальная. Более того, все реально используемые системы отсчета строго говоря не являются инерциальными – Земля вращается вокруг своей оси и вокруг Солнца, Солнце – вокруг центра Галактики и т. д. Однако в любом реальном исследовании измерения проводятся не с абсолютной точностью – всегда есть некоторая допустимая погрешность. Замечательно, что и с этой точки зрения первый закон дает критерий выбора: если ускорение тела и сумма приложенных к нему сил равны нулю с требуемой в нашем исследовании («в условиях данной задачи») точностью, то и система отсчета, относительно которой замерялось ускорение, инерциальна <u>с той же</u> точностью.
2. Нетрудно заметить, что именно включение второго закона Ньютона в систему аксиом механики превращает <u>понятие</u> о силе и массе как количественных характеристиках взаимодействия и инертности тел в <u>определение</u> этих величин. В самом деле, в физике определение любой *«наблюдаемой»* производится путем указания способа ее *измерения*: например, длина любого отрезка определяется путем сравнения его с эталоном длины, длительность интервала времени – путем сравнения с эталонным интервалом и так далее. Аналогично и измерение массы тела производится путем сравнения массы тела с эталоном массы. Сравнение масс тел осуществляется путем помещения их в условия, в которых их взаимодействие с окружающими телами можно считать (с требуемой точностью) одинаковым, и тогда отношение их ускорений обратно пропорционально отношению масс. Примером такого (прямого) сравнения является измерение отношения масс связанных тел, помещенных на гладкий горизонтальный вращающийся стержень. Принятие

дополнительных законов, формулы которых содержат массы (например, закона всемирного тяготения) позволяет ввести и другие (косвенные) способы сравнения масс (например, *взвешивание*).

Важно также понимать, что второй закон не только устанавливает связь между ускорением, силой и массой, но и указывает на силу (т.е. на взаимодействие тел) как на причину изменения состояния движения тела. Следующее из второго закона соотношение $\vec{F} = m\vec{a}$ обычно называют *уравнением движения* тела. Оно служит основанием для экспериментального определения силы по ускорению, приобретаемому телом с заданной массой под действием этой силы.

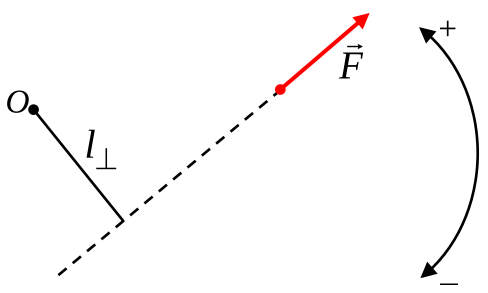
3. Как и в случае с I и II законами, значение III закона не следует сводить к содержащейся в нем формуле. Он является частью «механической картины мира», создаваемой на основе законов Ньютона. Например, фраза «два тела действуют друг на друга» содержит утверждение о *парном* характере взаимодействия. Не может быть силы, действующей на выбранное тело и не имеющей «источника» - другого тела, на которое должна действовать «парная» сила. Заметим, что каждую пару составляют силы одной природы, приложенные к разным телам. В предложенной формулировке термин «непосредственное» означает взаимодействие тел при соприкосновении в некоторой точке пространства. Тем самым оно отличается от опосредованного взаимодействия, в котором действие одного тела на другое передается материальной средой (жидкостью, упругим телом, полем). Например, если два тела движутся в жидкости, каждое из них возбуждает волны плотности, которые воздействуют на другое тело. Однако из-за конечности скорости распространения волн на второе тело будет производить действие волна, испущенная первым в более ранний момент времени, когда оно находилось не в том месте, где находится в момент действия. Ясно, что в этом случае третий закон для взаимодействия тел не выполняется. Тем не менее следует отметить, что он выполняется в каждом из непосредственных взаимодействий, составляющих опосредованное (во взаимодействии тел с соседними частицами жидкости и частиц жидкости между собой).

Результат действия силы на тело определяется тремя характеристиками силы: величиной, направлением и точкой приложения. В этом занятии мы изучим **равновесие** тел, то есть ситуации, когда тела в выбранной системе отсчета не двигаются. Одно из необходимых условий равновесия тела в инерциальной системе отсчета является непосредственным следствием II закона Ньютона: у покоящегося тела , и поэтому

(1) центр масс тела покоится относительно инерциальной системы отсчета только в том случае, если сумма внешних сил, действующих на тело, равна нулю: $\sum \vec{F}_{внеш} = 0$;

Однако этого недостаточно для полного покоя тела: даже при неподвижном центре масс тело может **вращаться**. Чтобы сформулировать условие отсутствия вращения, нам нужно познакомиться с понятием момента силы. Определим:

Плечо силы – расстояние от оси вращения до ***линии действия*** силы (на рисунке: $l_\perp$).



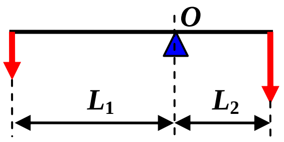
Момент силы – произведение величины силы на ее плечо, взятое со знаком + (-), если сила вращает тело вокруг оси в положительном (отрицательном) направлении: $M = \pm |\vec{F}| \cdot l_\perp$

Положительное и отрицательное направления вращения могут быть выбраны произвольно. Традиционно в математике и физике **положительным** считают направление вращения «против часовой стрелки».

Тогда необходимое условие того, что тело не вращается вокруг центра масс, есть

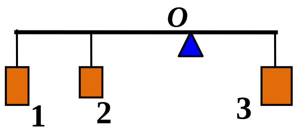
(2) вращательное движение тела отсутствует только в том случае, если сумма моментов внешних сил равна нулю: $\sum M_{внеш} = 0$ (2).

Понятие плеча и момента силы впервые появляются в школьном курсе физики еще в 7 классе, при обсуждении одного из простых механизмов – рычага. Но тогда обычно рассматривались силы, перпендикулярные рычагу. Вспомним, как описывается равновесие рычага.



Рычаг должен иметь *точку опоры O*. Плечами рычага (L) называют расстояния от точки опоры до линий действия сил, приложенных к рычагу. Условием равновесия рычага является соотношение $F_1 \cdot L_1 = F_2 \cdot L_2$. С помощью рычага можно получить выигрыш в силе, но, согласно «*золотому правилу*» механики, нельзя получить выигрыш в работе.

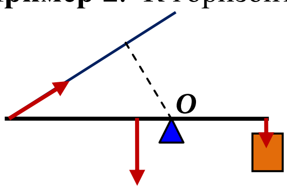
Пример 1: К горизонтальному рычагу подвешены три груза: первый – на расстоянии 60 см от точки опоры, второй – на расстоянии 40 см от нее, а третий – на расстоянии 30 см, по другую сторону от первых двух. Массе первого груза равна 800 г, второго – 300 г, масса рычага намного меньше массе грузов. Нужно найти массу третьего груза, при которой рычаг будет находиться в равновесии.



Именно для таких случаев очень удобно пользоваться понятием момента. Нетрудно заметить, что условие равновесия рычага под действием двух сил можно записать как условие равенства нулю суммы моментов. Тогда оно легко обобщается на случай любого количества сил. В данном примере, силы, действующие со стороны грузов на рычаг, равны их весам. Грузы 1 и 2 пытаются повернуть рычаг в «положительном» направлении, а груз 3 – в «отрицательном». Поэтому условие (2) здесь имеет вид $m_1 g \cdot L_1 + m_2 g \cdot L_2 = m_3 g \cdot L_3$, откуда $m_3 = \dfrac{m_1 \cdot L_1 + m_2 \cdot L_2}{L_3} = 2$ кг.

В общем случае линия действии силы может быть направлена произвольно, и тогда нам действительно нужно «общее» определение момента.

Пример 2: К горизонтальному рычагу подвешен груз массы 0,5 кг на расстоянии 40 см от точки опоры. К другому концу рычага, на расстоянии 80 см от точки опоры, прикреплена легкая нить. С какой силой нужно натягивать нить под углом 30° к горизонту, чтобы рычаг находился в равновесии? В роли рычага используется однородный стержень массой 2 кг. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2.

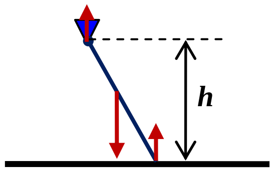


Здесь на стержень действуют три силы: вес груза mg, сила тяжести стержня Mg (приложена к его центру масс, который у однородного стержня располагается посередине) и искомая сила натяжения нити (F). Ясно, что плечо силы mg – это L = 40 см, а плечо силы Mg равно $\frac{3}{2}L - L = \frac{1}{2}L = 20$ см. Важно правильно определить плечо силы F: это $2L \cdot \sin(30°) = L = 40$ см.

Силы F и mg вращают стержень в «отрицательном» направлении, а Mg – в «положительном».

Итак, уравнение (2) имеет вид: $Mg\frac{1}{2}L - FL - mgL = 0$, то есть $F = \dfrac{Mg}{2} - mg = 5$Н.

Пример 3: Однородный стержень длины L подвешен на шарнире, благодаря которому может свободно вращаться в вертикальной плоскости. Нижним концом он опирается на горизонтальный пол (трение между ними пренебрежимо мало). Высота точки подвеса над полом $h = \dfrac{4}{5}L$. С какой силой давит стержень на пол, если его масса равна m?



Здесь нужно записать уравнение моментов (2) относительно точки подвеса. Для этого из геометрии найдем величину плеч сил относительно этой точки (плечо силы реакции подвеса равно нулю и поэтому она не сойдет в уравнение – ее момент тоже равен нулю). Горизонтальная проекция стержня, в соответствии с теоремой Пифагора, равна $d = \sqrt{L^2 - h^2} = \frac{3}{5}L$. Плечо силы mg равно $\frac{d}{2} = \frac{3}{10}L$, а плечо искомой силы N равно d. Здесь мы воспользовались III законом Ньютона: Вместо того, чтобы искать силу, действующую со стороны стержня на пол, мы ищем равную ей по величине и противоположную по направлению силу реакции пола, действующую на стержень. Итак, уравнение моментов $+N \cdot d - mg\frac{d}{2} = 0 \Rightarrow N = \frac{mg}{2}$.

Здесь важно обратить внимание на два момента:

- Из уравнений (1) и (2) мы часто определяем **силы реакции** (силы натяжения нитей, силы трения, силы реакции опор и подвесов). Это означает, что именно эти силы обеспечивают равновесие, принимая именно те значения своих характеристик (величины, направления, точки приложения), которые позволяют выполнить условия равновесия (1) и (2). Этим они отличаются от других сил (например, силы тяжести), у которых величина, направление и точка приложения определяются из законов данного взаимодействия.
- Если выбрать центр «вращения» на линии действия какой-то силы, то ее плечо будет равно нулю, и эта сила не войдет в уравнение 2. Этим можно пользоваться для упрощения вида уравнения.

Тут важно также понимать, что, хотя момент заданной силы зависит от выбора точки (оси), относительно которой он вычисляется, разные формы записи (2) оказываются совершенно **эквивалентны** в системе уравнений, включающих (1)! Это означает, что точку начала отсчета (ось вращения) можно **выбирать произвольно**, исходя из удобства вычислений. Впрочем, если тело действительно вращается вокруг некоторой закрепленной оси в пространстве, то обычно удобнее всего считать моменты внешних сил именно относительно этой оси, так как тогда в (2) не входит момент силы реакции этой оси (она имеет нулевое плечо).

При решении задач, связанных с силой тяжести, часто нужно найти центр масс тела (в однородном поле тяжести именно он является точкой приложения силы тяжести). При нахождении центра масс тела следует учитывать, что:

- ✓ центр масс материальной точки – сама материальная точка;
- ✓ если однородное тело обладает плоскостью (осью, центром) симметрии, что центр масс лежит в этой плоскости (на этой оси, совпадает с этим центром);
- ✓ координаты центра масс системы N тел определяются по формуле: $\vec{r}_{цм} \equiv \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \ldots + m_N\vec{r}_N}{m_1 + m_2 + \ldots + m_N}$ (здесь m_i и $\vec{r}_i$ – масса и координата центра масс *i*-го тела).