7-9 классы, подготовка к теоретическому туру

олимпиады школьников «Робофест» по физике

Теоретический обзор к вводному занятию 5.

Тема: «Давление. Гидростатика».

Если привести два тела в соприкосновение и прижать их друг к другу, то из силы их взаимодействия можно выделить составляющую, перпендикулярную поверхности соприкосновения. Ее называют *силой нормальной реакции* или *силой давления* тел друг на друга. Результат действия этих сил на тела во многом зависит не только от величины силы, но и от *площади,* по которой распределено воздействие. Поэтому интенсивность воздействия часто характеризуют с помощью введения *давления*. Давление – физическая величина, равная отношению перпендикулярной (нормальной) силы, действующей на элемент поверхности тела, к площади этого элемента поверхности: $p = \frac{F_n}{S}$. Единица измерения давления в системе СИ – паскаль: 1 Па – это давление, создаваемое силой в 1 Н на площадь 1 м^2, то есть $1\,\text{Па} = \frac{1\,\text{Н}}{1\,\text{м}^2}$. Отметим, что касательную (по отношению к поверхности) составляющую силы взаимодействия прижатых друг к другу тел обычно называют силой трения.

Если поместить тело в газообразную или жидкую среду, то молекулы среды будут совершать удары по молекулам на поверхности тела. Усреднение всех сил взаимодействия молекул приводит к появлению «макроскопических» сил, действующих на тело со стороны среды. Перпендикулярную (нормальную) составляющую такой силы также называют силой давления жидкости или газа: на элемент поверхности S, ограничивающий объем жидкости или газа, они оказывают давление с силой, перпендикулярной элементу поверхности $|\vec{F}| = p \cdot S$. Давление p зависит от состояния среды: оно зависит и от концентрации и движения молекул этой среды, и от внешних сил (жидкость или газ могут «передавать» действие внешних сил на помещенные в них тела).

Пример 1. Петров и Васечкин отправились на прогулку в яблоневый сад. Почва в саду оказалась мягкая. Ботинки у Петрова имели площадь подошв по $S_1 = 120\text{см}^2$ каждый, а Васечкин передвигался на двух ходулях, площадь опоры каждой из которых $S_2 = 40\text{см}^2$. Кто из них оставляет более глубокие следы, если масса Петрова $m_1 = 54\text{Кг}$, а масса Васечкина $m_2 = 36\text{Кг}$?

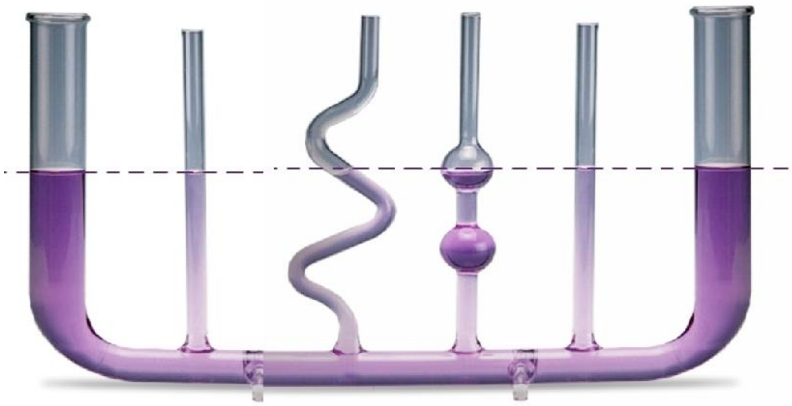
Глубина оставляемых следов зависит от давления на почву. Это давление равно отношению веса к полной площади опоры: $p = \frac{mg}{2S}$. Поэтому $\frac{p_2}{p_1} = \frac{m_2 S_1}{m_1 S_2} = 2$, то есть большее давление создает Васечкин. Значит, он и оставляет более глубокие следы.

Рассмотрим в качестве примера жидкость, находящуюся в равновесии в однородном поле тяжести, создающем в каждой точке одинаковое ускорение свободного падения $\vec{g}$. В этом случае в равновесии находится любой «малый» объем жидкости, то есть сумма приложенных к нему сил равна нулю. Это означает, что сила тяжести уравновешивается равнодействующей всех сил давления, действующих на поверхность нашего объема: $\Delta\vec{F}_\text{д} = -\Delta m \cdot \vec{g}$. Таким образом, давление должно расти в направлении $\vec{g}$ (то есть вертикально вниз) и для идеальной жидкости (то есть такой, у которой плотность ρ не изменяется, и сил трения между слоями жидкости нет) давление на глубине h под поверхностью, давление на которую равно p_0, находится по формуле $p = p_0 + \rho g h$.

Пример 2. «Наутилус» мог погружаться в океане на глубину $h = 1{,}5$ км. Какую разность сил давления должны были при этом выдерживать его иллюминаторы? Площадь каждого иллюминатора $S = 400\text{см}^2$, плотность воды в океане $\rho = 1030\,\text{кг/м}^3$. Считайте, что давление внутри «Наутилуса» равно нормальному атмосферному, как и над поверхностью океана. Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с^2.

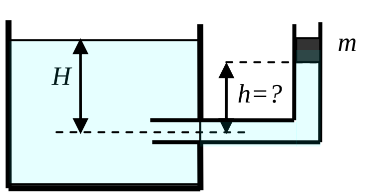
Давление в океане на глубине h равно $p = p_0 + \rho g h$, поэтому разность давлений внутри и снаружи $\Delta p = \rho g h$. Следовательно, $\Delta F = \Delta p \cdot S = \rho g h S \approx 6180000\text{Н}$.

Характерной особенностью жидкостей является способность передавать давление одинаково по всем направлениям (это утверждение называют *законом Паскаля*). Следствием закона Паскаля являются еще два важных утверждения. Во первых, в однородной жидкости, находящейся в равновесии в однородном поле тяжести, поверхности постоянного давления всегда горизонтальны. Соответственно в двух точках такой жидкости, находящихся на одной горизонтали, давление одинаково. Во-вторых, если однородная жидкость находится в нескольких соединенных между собой сосудов (причем соединительные элементы заполнены жидкостью – в этом случае сосуды называют «сообщающимися»), то свободная поверхность жидкости во всех этих сосудах установится на одном уровне, независимо от формы и размеров сосудов (*закон сообщающихся сосудов*).



Конечно, в этом рассуждении мы пренебрегаем силами поверхностного натяжения жидкости и связанными с ними капиллярными явлениями – так можно сделать, если «выступающие» (вверх) части сосудов не очень тонкие.

Пример 3. Из широкого резервуара с чистой водой на глубине $H = 30\text{см}$ выведена трубка с площадью поперечного сечения $S = 1\,\text{см}^2$. Трубка сначала идет горизонтально, затем загибается вертикально вверх. Столб воды в вертикальном колене накрыт небольшой пробкой (она не пропускает воду вверх, но сама может скользить в трубке без всякого трения) массой $m = 6\text{г}$. Найти высоту столба воды в вертикальной части трубки.

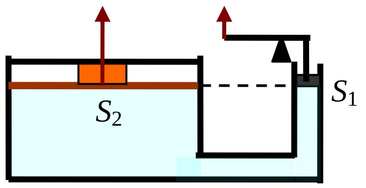


Плотность воды $\rho = 1$ г/см^3.

Давление в нижней части трубки, как и в резервуаре на глубине H, равняется $p = p_0 + \rho g H$. С другой стороны, это давление создается давлением атмосферы p_0, весом столба жидкости в трубке и весом пробки: $p_0 + \rho g H = p_0 + \rho g h + \dfrac{mg}{S}$. Из этого равенства находим, что $h = H - \dfrac{m}{\rho S} = 24\text{см}$.

Одним из практических применений закона Паскаля является *гидравлический пресс*, в котором жидкость передает давление, создаваемое в трубке с малым поперечным сечением, на рабочий поршень с большой площадью сечения. Так как давление одинаково, то отношение величин сил равно отношению сечений.

Пример 4. В гидравлическом прессе, схема которого показана на рисунке, рычаг дает



Выигрыш в силе в 5 раз. Площадь поперечного сечения узкой трубки $S_1 = 25\,\text{см}^2$, а площадь сечения рабочего поршня $S_2 = 5\,\text{м}^2$. Усилие, прикладываемое к рычагу, равно $F_1 = 200\,\text{Н}$. С какой силой рабочий поршень действует на тело, подвергающееся прессованию? Весом поршней пренебречь.

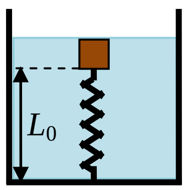
Сила, создающая давление в трубке, равна $5F_1 = 1000\,\text{Н}$. Давление под поршнем в трубке $p = \dfrac{5F_1}{S_1}$. По закону Паскаля, такое же давление действует и на рабочий поршень. Поэтому

$$F_2 = p \cdot S_2 = 5F_1 \frac{S_2}{S_1} = 2000000\,\text{Н}.$$

У газов плотности намного меньше, чем у жидкостей, и для них роль силы тяжести в создании давления гораздо меньше, чем у жидкостей (по крайней мере, для небольших объемов газа). Поэтому у газов давление в основном определяется концентрацией молекул и температурой.

Архимедова сила – в соответствии с *законом Архимеда* «на тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, равная по величине весу жидкости или газа в объеме погруженной части тела»: $\vec{F}_A = -\rho_{ж} V_{погр} \vec{g}$. Эта сила на самом деле является равнодействующей всех сил давления, действующих на поверхность тела. Выражение для этой силы становится понятным, если ость заметить, что жидкость, окружающая объем тела, не может «знать», что находится в этом объеме – тело или элемент жидкости, и поэтому равнодействующая всех сил давления на поверхность тела, как и в случае нахождения в этом объеме жидкости, уравновешивает силу тяжести, действующую на жидкость в объеме тела. Сила Архимеда приложена к точке, которая совпадает с центром масс жидкости в объеме погруженной части тела («центру плавучести»), и направлена по кратчайшему расстоянию к свободной поверхности жидкости (перпендикулярно линиям постоянного давления), т.е. обычно, когда жидкость покоится в однородном поле тяжести, – вертикально вверх.

Пример 5. Деревянный куб с ребром $a = 40$ см помешен в широкий бассейн и прикреплен к



дну бассейна легкой пружиной жесткостью $k = 1600$ Н/м. Сначала куб удерживают таким образом, что его верхняя грань находится на поверхности воды. При этом пружина не деформирована. Затем куб отпускают. На какую глубину будет погружен в воду куб в состоянии равновесия? Плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см^3, плотность дерева $\rho = 0{,}6$ г/см^3, ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с^2.

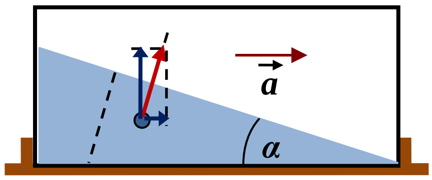
На неподвижный куб действуют сила тяжести, сила Архимеда и сила упругости пружины. В состоянии равновесия их действие скомпенсировано: $F_A = mg + k\Delta L$. Масса куба $m = \rho a^3$, а величина растяжения пружины при погружении куба в воду на глубину h равна $\Delta L = a - h$. Согласно закону Архимеда, $F_A = \rho_0 a^2 hg$, и поэтому

$$\rho_0 a^2 hg = \rho a^3 g + k(a-h) \Rightarrow h = \frac{k + \rho a^2 g}{k + \rho_0 a^2 g} a = 32\,\text{см}.$$

ОТВЕТ: $h = 32\,\text{см}$.

Важно понимать, что выражение для силы Архимеда в «привычном» виде справедливо только тогда, когда жидкость и тело покоятся в однородном поле тяжести. Например, если сосуд с жидкостью движется с постоянным ускорением $\vec{a}$ (а жидкость покоится относительно сосуда – колебаний поверхности нет), то теперь равнодействующая силы Архимеда и силы тяжести, действующая на выделенный элемент жидкости, должна создавать для этого элемента нужное ускорение, то есть теперь $\Delta m\vec{a} = \Delta m\vec{g} + \vec{F}_A \Rightarrow \vec{F}_A = \Delta m(\vec{a} - \vec{g})$. Такая же сила будет действовать на тело, помещенное на место этого элемента жидкости. Таким образом, сила Архимеда будет направлена вдоль вектора $\vec{a} - \vec{g}$, и для покоящегося тела она будет равна $\vec{F}_A = \rho_ж V_{погр}(\vec{a} - \vec{g})$. Можно заметить, что она равна силе Архимеда в «эффективном» поле тяжести $\vec{g}' = \vec{g} - \vec{a}$. Ясно, что при этом поверхности постоянного давления (в том числе свободная поверхность жидкости) будут перпендикулярны $\vec{g}' = \vec{g} - \vec{a}$.

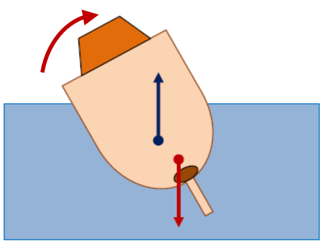
Пример 6. Бак с водой движется с постоянным ускорением $\vec{a}$ в горизонтальном направлении. Колебания поверхности воды отсутствуют. Под каким углом к горизонту наклонена поверхность воды в сосуде? В каком направлении будет всплывать пузырек воздуха, оторвавшийся от дна бака?



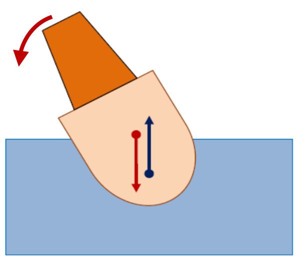
Для выделенного небольшого объема жидкости ускорение $\vec{a}$ создается горизонтальной составляющей равнодействующей сил давления $F_{гор} = \Delta m \cdot a$, а ее вертикальная составляющая уравновешивает вес жидкости в этом объеме $F_{верт} = \Delta m \cdot g$. Поверхность жидкости – это поверхность постоянного давления, и она наклонится перпендикулярно вектору $\vec{g}' = \vec{g} - \vec{a}$. Поэтому, с учетом подобия треугольника, образованного силой Архимеда и ее проекциями и треугольника сечения жидкости, находим, что $tg(\alpha) = \dfrac{a}{g}$. Пузырек будет всплывать в направлении действия силы Архимеда, то есть под таким же углом $\alpha = arctg\left(\dfrac{a}{g}\right)$ к вертикали, причем его траектория будет наклонена в направлении $\vec{a}$.

В задачах о равновесии плавающих тел часто встречается необходимость определить тип равновесия тела (т.е. определить, является ли оно устойчивым, безразличным или неустойчивым). Для этого нужно рассмотреть малое отклонение тела от рассматриваемого положения равновесия и определить характер действия суммарной силы (суммарного момента сил) на тело: если тело под их действием стремится вернуться в положение равновесия, то равновесие является устойчивым, если тело увеличивает свое отклонение – то неустойчивым. Если при таком отклонении действие сил не приводит ни к его уменьшению, ни к его увеличению, то равновесие называется безразличным.

Пример 7. Одним из очень важных принципов, используемых при конструировании кораблей, является «золотое правило кораблестроения», согласно которому центр плавучести (точка приложения силы Архимеда, действующей на корабль) в положении равновесия должен находиться выше центра масс корабля. Для объяснения смысла этого правила рассмотрим два корабля: один (рисунок слева) удовлетворяет «золотому» правилу, а другой (рисунок справа) – нет. В положении равновесия сила Архимеда равна по модулю и



противоположна по направлению силе тяжести. Пусть корабль немного отклонился от вертикального положения. В первом случае, как видно из рисунка слева, момент этой пары сил *возвращает* корабль в вертикальное положение, а во втором – *увеличивает* отклонение корабля



от вертикали. Следовательно, выполнение «золотого» правила обеспечивает устойчивость равновесия корабля в вертикальном положении. Поэтому обычно конструкция корабля предусматривает меры для «опускания» его центра масс: утяжеленный киль, балласт на дне трюма и т.д.