**7-9 классы, подготовка к теоретическому туру**

**олимпиады школьников «Робофест» по физике**

**Теоретический обзор к вводному занятию 3.**

## Тема: «КОМБИНАЦИИ ДВИЖЕНИЙ».

В школьном курсе физики подробно описываются лишь несколько типов движений: равномерное прямолинейное движение, равноускоренное прямолинейное движение и равномерное движение по окружности (равномерное вращение). Для каждого из этих движений известны закон движения и закон изменения скорости:

- **равномерное прямолинейное (поступательное) движение** вдоль оси x:

$$a_x = 0, \quad v_x = v_0 = const, \quad x(t) = x_0 + v_0 t$$

- **равноускоренное прямолинейное (поступательное) движение** по оси x:

$$a_x = a = const, \quad v_x(t) = v_0 + at, \quad x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

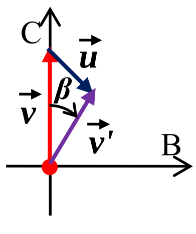
Однако с помощью этих достаточно простых формул мы можем описывать гораздо более сложные движения, если воспользуемся принципом комбинации движений: если рассматриваемое тело участвует одновременно в двух движениях, то есть изменение любой его координаты с течением времени равно сумме законов изменений для каждого из этих движений ($x(t) = x_1(t) + x_2(t),\ y(t) = y_1(t) + y_2(t)$), то его скорость и ускорение в любой момент времени будут суммой скоростей и ускорений этих движений: $\vec{v}(t) = \vec{v}_1(t) + \vec{v}_2(t)$ и $\vec{a}(t) = \vec{a}_1(t) + \vec{a}_2(t)$.

Рассмотрим примеры комбинирования движений.

Первый пример – рассмотрение движения тела в движущейся среде (лодки в водоеме с течением, самолета в воздухе при наличия ветра). Скорость лодки, самолета и других подобных тел имеет определенное значение относительно среды. При этом скорость относительно «неподвижной» системы отсчета (берега, Земли и т.д.) равна векторной сумме скорости среды и скорости тела относительно среды.

**Пример 1**. Мотодельтаплан летит со скоростью $v = 40$ м/с относительно воздуха. Пилот направляет эту скорость строго на север. В это время дует юго-восточный ветер со скоростью $u = 10$ м/с. Под каким углом к направлению на север летит мотодельтаплан относительно Земли? Какова его скорость относительно Земли?

Решение: Ясно, что в этом случае скорость мотодельтаплана относительно Земли $\vec{v}\,' = \vec{v} + \vec{u}$. Изобразим это векторное равенство, воспользовавшись правилом треугольника (см. рисунок) и запишем проекции скорости $\vec{v}\,'$ на «северную» и «восточную» оси:

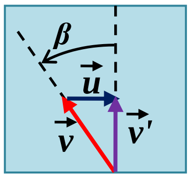



$$\left\{\begin{aligned} v'_C &= v'\cos(\beta) = v - u/\sqrt{2} \\ v'_B &= v'\sin(\beta) = u/\sqrt{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} &\mathrm{tg}(\beta) = u/(v\sqrt{2} - u) \\ &v'^2 = (v - u/\sqrt{2})^2 + (u/\sqrt{2})^2 = v^2 + u^2 - vu\sqrt{2} \end{aligned}\right.$$

Здесь $\beta$ – искомый угол, и учтено, что юго-восточное направление составляет с южным и восточным направлениями углы по 45°. Как видно, $\beta = \mathrm{arctg}(u/(v\sqrt{2} - u)) \approx 12°$, а $v' = \sqrt{v^2 + u^2 - vu\sqrt{2}} \approx 33{,}7$ м/с.

Очень часто в подобных ситуациях тело должно двигаться **вдоль заданного курса** по отношению к неподвижному наблюдателю. Тогда ему нужно направлять свою скорость относительно среды таким образом, чтобы держаться на этом курсе с учетом сноса.

**Пример 2**. Пловец переплывает реку шириной $D = 20$ м на прямолинейном участке русла, двигаясь с постоянной скоростью $v = 2{,}5$ м/с относительно воды. Течение в реке параллельно руслу и всюду имеет скорость $u = 1{,}5$ м/с. Пловцу нужно попасть в точку на другом берегу, находящуюся точно «напротив» точки старта. Как ему нужно направлять свою скорость для такой переправы? Какое время он потратит на переправу?

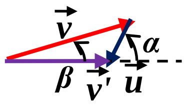



Решение: И здесь скорость пловца относительно берега $\vec{v}' = \vec{v} + \vec{u}$. Но теперь $\vec{v}'$ должна быть направлена перпендикулярно $\vec{u}$. Поэтому (см. рисунок) теперь $\sin(\beta) = \frac{u}{v} = 0{,}6 \Rightarrow \beta = \arcsin(0{,}6) \approx 37°$ – это величина «угла упреждения». Пловец должен направлять свою скорость под углом $\beta$ к желаемому направлению, отклоняясь навстречу течению. Кроме того, величина скорости вдоль нужного курса относительно берега $v' = \sqrt{v^2 - u^2} = 2$ м/с. Поэтому время переправы $t = \frac{D}{v'} = \frac{D}{\sqrt{v^2 - u^2}} = 10$ с.

Скорость относительно «неподвижной» системы отсчета, направленную вдоль заданного курса часто называют ***курсовой скоростью***.

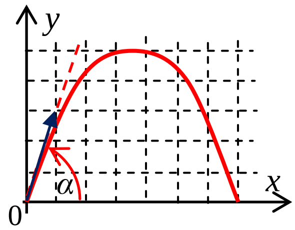
Рассмотрим еще один – несколько более сложный пример задачи, посвященной курсовой скорости.

**Пример 3**. В безветренную погоду вертолет совершает полет от А до В по прямой за время $t_0 = 1$ час, двигаясь с максимальной для него скоростью относительно воздуха $v = 150$ м/с. За какое минимальное время он может пролететь от А до В при ветре, дующем под углом 60° к прямой АВ, навстречу вертолету, со скоростью $u = 4{,}5$ м/с.




Решение: Скорость вертолета относительно Земли $\vec{v}' = \vec{v} + \vec{u}$ (см. рисунок). Курсовая скорость $\vec{v}'$ направлена от А к В. Чтобы держаться на этой линии при ветре, вертолет должен направлять свою скорость (заданную относительно воздуха) под углом $\beta$ к ней. Как видно, вертолет должен в единицу времени отдаляться от этой линии на такое же расстояние, на которое его сносит ветер к этой линии, то есть $v\sin(\beta) = u\sin(\alpha) \Rightarrow \sin(\beta) = \frac{u}{v}\sin(\alpha)$. Значит, величина курсовой скорости $v' = v\cos(\beta) - u\cos(\alpha)$. Поскольку $\cos(\beta) = \sqrt{1 - \frac{u^2}{v^2}\sin^2(\alpha)}$, то величина курсовой скорости $v' = \sqrt{v^2 - u^2\sin^2(\alpha)} - u\cos(\alpha)$, а искомое время мин $t = \frac{|AB|}{v'} = \frac{v}{\sqrt{v^2 - u^2\sin^2(\alpha)} - u\cos(\alpha)} t_0 \approx 61$ мин.

Еще один важный пример комбинации движений – описание движения тела, брошенного под углом к горизонту. Если пренебречь сопротивлением воздуха, то ускорение тела будет равно ускорению свободного падения , то есть направлено вдоль вертикали. Таким образом, по горизонтали тело будет двигаться равномерно, а по вертикали – равноускоренно. Если выбрать систему отсчета, связанную с Землей, направить ось $x$ системы координат горизонтально, а ось $y$ – вертикально, и совместить начало координат с точкой «старта» тела, то легко записать законы движения тела в проекции на эти координатные оси: $x(t) = v_0\cos(\alpha)t$, $y(t) = v_0\sin(\alpha)t - \frac{gt^2}{2}$. Исключив $t$ из этих уравнений, можно получить




уравнение траектории: $y(x) = \mathrm{tg}(\alpha)\,x - \frac{g}{2v_0^2\cos^2(\alpha)}x^2$. Как видно, это **парабола** с вертикальной осью. Легко найти все характеристики этого движения: в процессе подъема вертикальная скорость тела уменьшается от $v_0\sin(\alpha)$ до нуля, и время подъема $t_n = \frac{v_0\sin(\alpha)}{g}$.

Поэтому максимальная высота подъема $H = y(t_n) = \dfrac{v_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g}$. Полное время полета до падения обратно на горизонтальный участок земной поверхности $T = 2t_n = \dfrac{2v_0 \sin(\alpha)}{g}$, и дальность полета $L = x(T) = v_0 \cos(\alpha) T = \dfrac{v_0^2}{g}\sin(2\alpha)$.

Отметим, что на самом деле этот пример относится не только к движению тела, брошенного под углом к горизонту – движение по параболе возникает всегда, когда комбинируются равномерное и равноускоренное движение тела вдоль двух разных осей (вдоль одной из координатных осей в некоторой плоскости тело движется равномерно, а вдоль другой – равноускоренно)!

**Пример 4**: Небольшое тело брошено под углом  к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 5$ м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха и считая ускорение свободного падения равным 10 м/с$^2$, найти скорость тела на высоте $y = 80$ см над поверхностью Земли.

Решение: Закон изменения компонент скорости тела $v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) = const$ и $v_y(t) = v_0 \sin(\alpha) - gt$. Поэтому квадрат скорости тела в зависимости от времени изменяется по закону $v^2(t) = v_x^2 + v_y^2 = v_0^2 - 2v_0 \sin(\alpha) gt + g^2 t^2$. Сравнивая появившуюся здесь зависимость с зависимостью $y(t) = v_0 \sin(\alpha) t - \dfrac{gt^2}{2}$, обнаруживаем, что $v^2(t) = v_0^2 - 2g\,y(t)$. Таким образом, скорость тела при $y = 0{,}8$ м равна 3 м/с.