



# УСКОРЕНИЕ И СИЛЫ

УСКОРЕНИЕ. РАВНОУСКОРЕННОЕ  
ДВИЖЕНИЕ. МАССА. СВЯЗЬ СИЛ И  
УСКОРЕНИЙ

# Основные понятия: (их нужно выучить наизусть!)

Материальная точка

Скорость

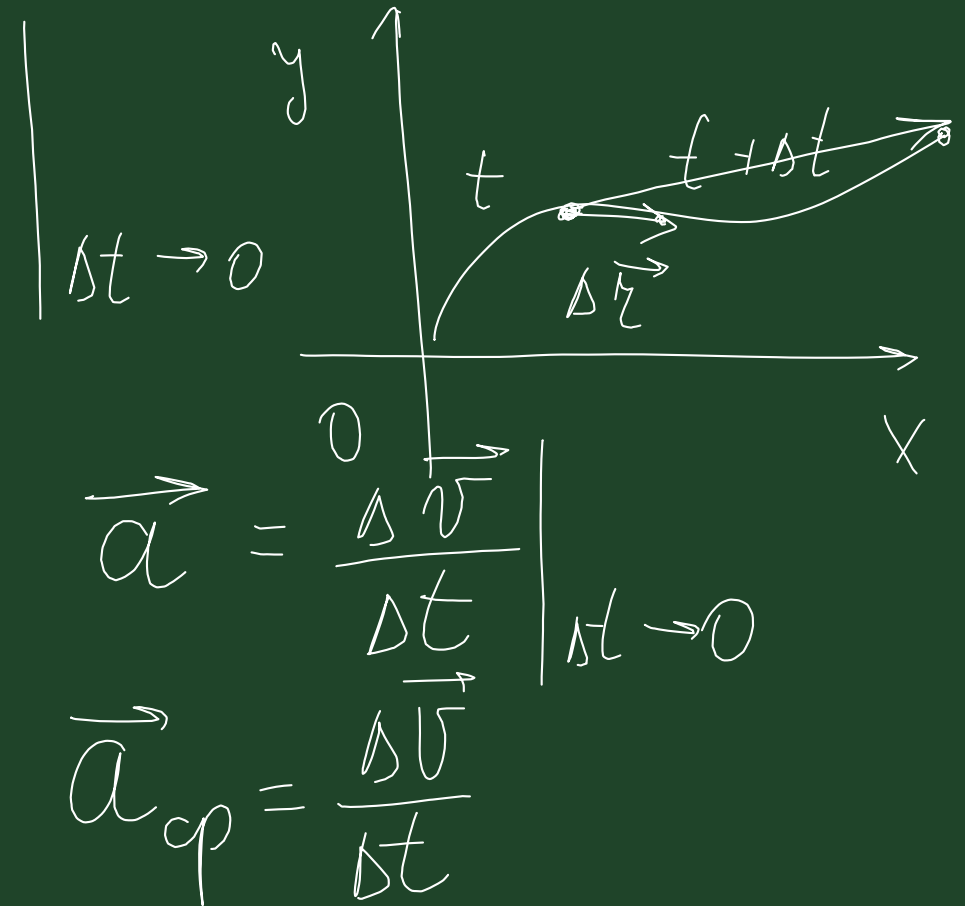
Средняя скорость

Ускорение

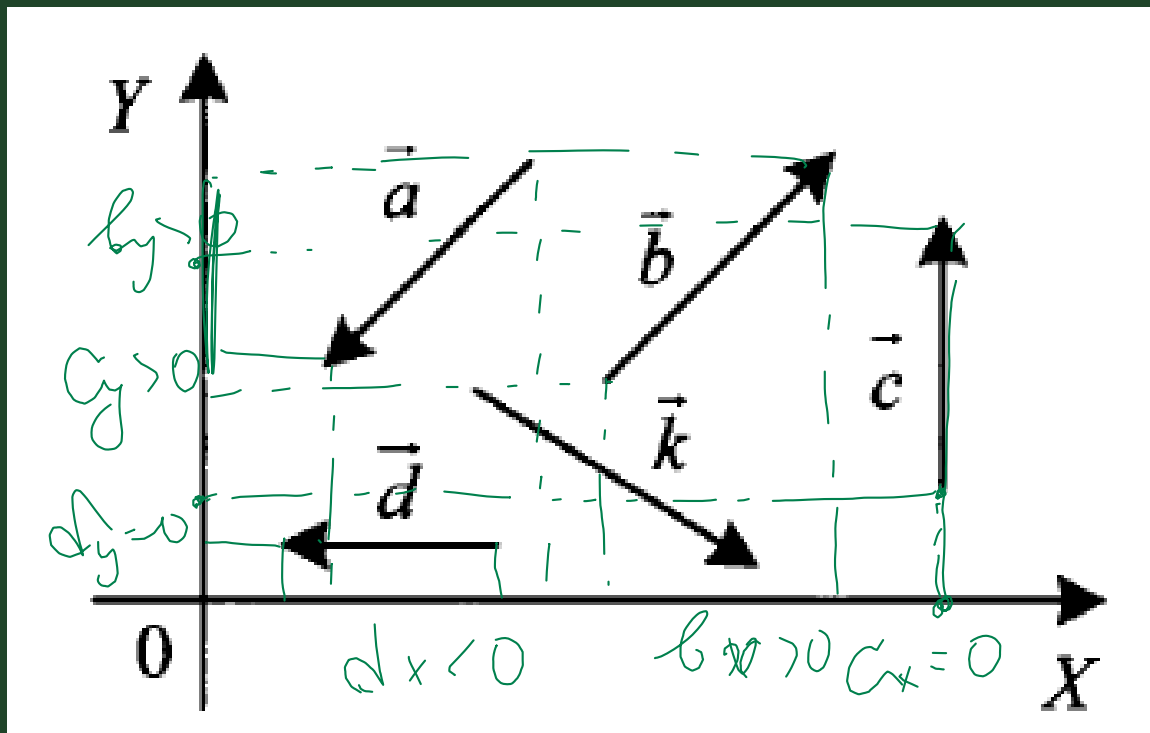
Среднее ускорение

Равноускоренное движение

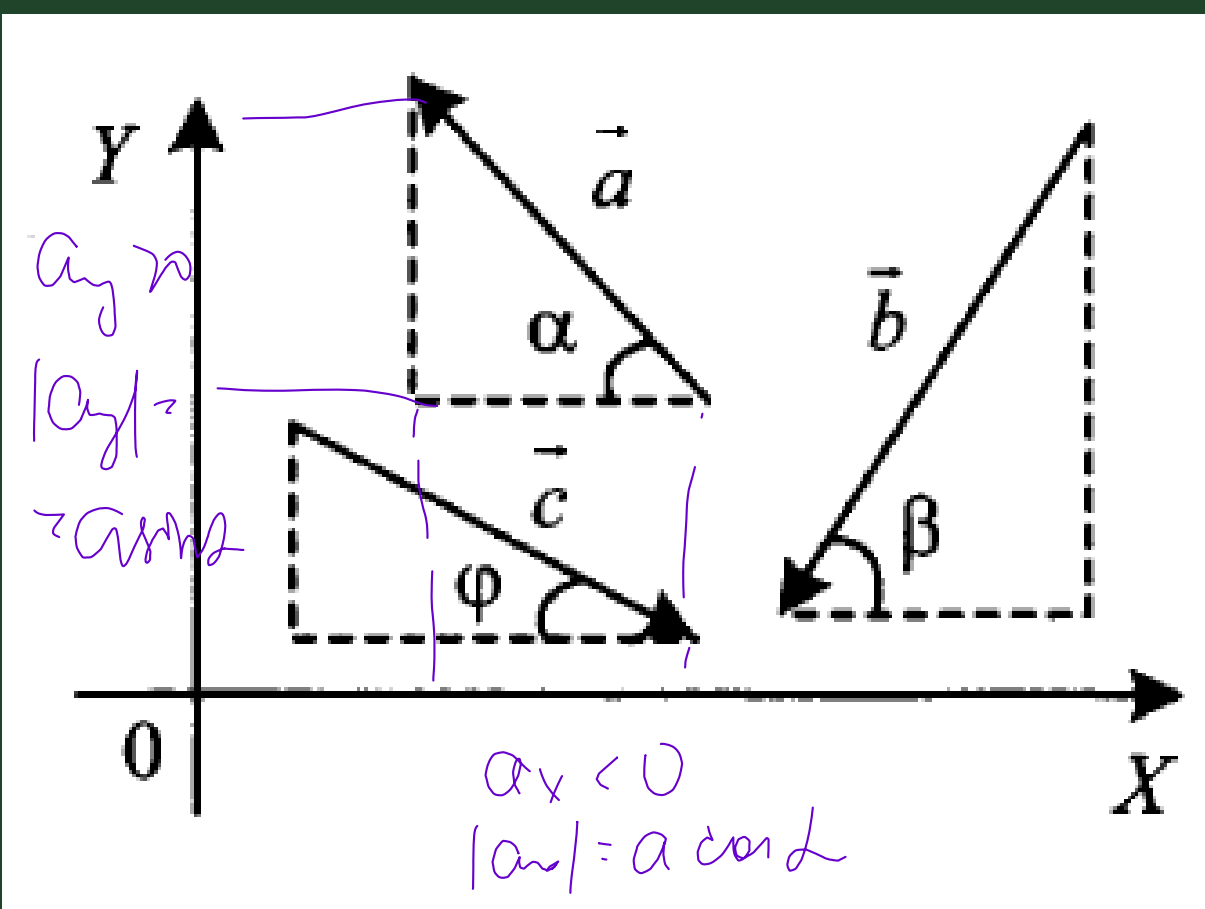
$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$
$$\vec{v}_{cp} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$



# Проекция вектора на ось



$\vec{v}$ ,  $v_x, v_y$   
 $\vec{a}$ ,  $a_x, a_y$   
 $\Delta \vec{r}$

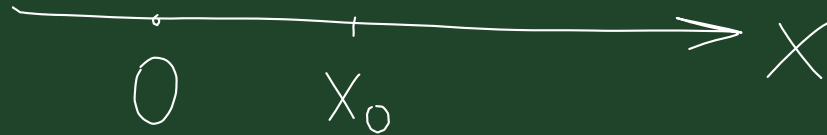


## Проекции скорости и ускорения на выбранную ось

$$v_x(t) = v_{0x} + a_x t$$

$$x(t) = x_0 + v_{0x} t + a_x \frac{t^2}{2}$$

$$a_x = \text{const}$$



$v_{0x}$  - начальная скорость тела

$x_0$  - начальная координата

Какая линия (рис. 1) соответствует прямолинейному равноускоренному движению с начальной скоростью  $v_0$ ?

$$v = v_{0x} + \underbrace{a_x t}$$

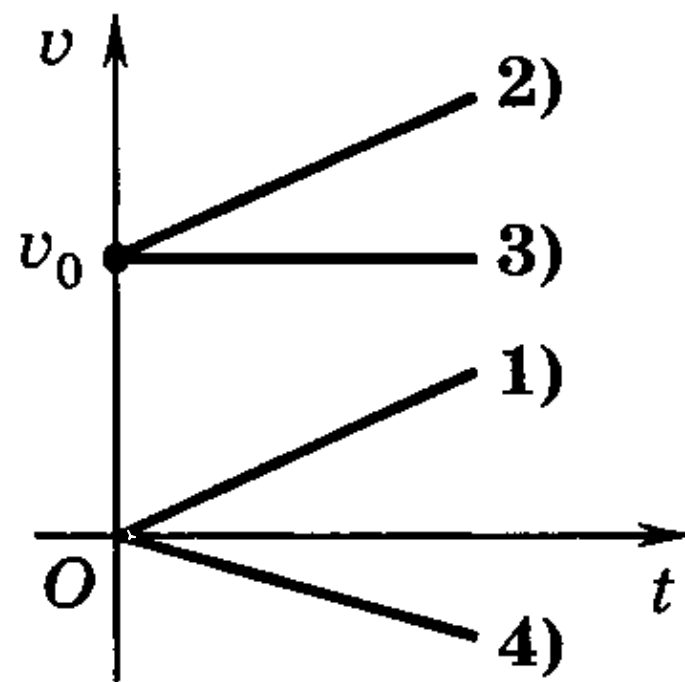


Рис. 1

Автомобиль, двигаясь равноускоренно, через 10 с после начала движения достиг скорости 54 км/ч. Найдите ускорение автомобиля.

$$\underbrace{v_x} = \underbrace{v_{0x}} + \underbrace{at}_{10\text{c}}$$

$$[a] = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Автомобиль, двигаясь равноускоренно, через 10 с после начала движения достиг скорости 54 км/ч. Найдите ускорение автомобиля.

Подсказка 1: 36 км/ч = 10 м/с.

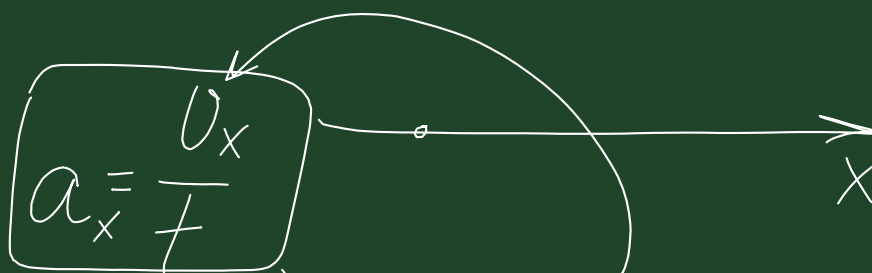
Подсказка 2: Согласно определению среднего ускорения,  $a_x = \frac{v_{\text{кон}} - v_{\text{нач}}}{\Delta t}$ .

$t = 0 \quad v_{0x} = 0$

$v_x = v_{0x} + at$ ,  $v_x = a_x t \Rightarrow a_x = \frac{v_x}{t}$

$0 \text{ м/с} + a_x = 15 \text{ км/ч} = \frac{54 \cdot 1000}{3600} = 15 \text{ м/с}$

$0 \text{ м/с} + a_x = 15 \text{ м/с} \Rightarrow a_x = 1,5 \text{ м/с}^2$





Скорость поезда за 20 с уменьшилась с 90 до 54 км/ч. Определите модуль ускорения.

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$



$$36 \text{ км/ч} = 10 \text{ м/с}$$

$$v_{0x} = 90 \text{ км/ч}$$

$$90 - 54 = 36 \text{ км/ч} = 10 \text{ м/с}$$

$$v_x = 54 \text{ км/ч}$$

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t} = \frac{\Delta v_x}{t}$$

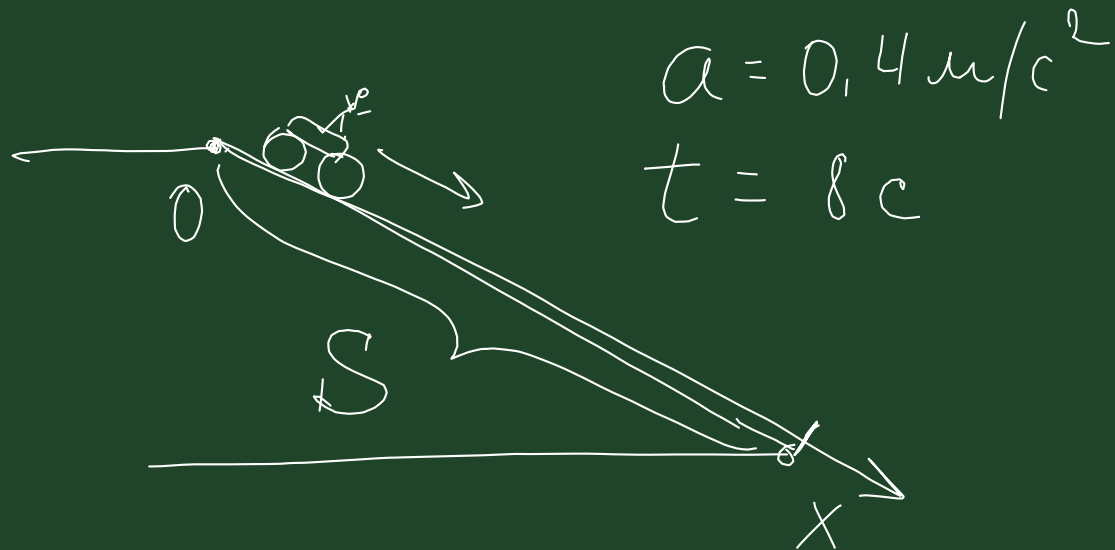
"20c"

$$\Delta v_x = -36 \text{ км/ч} = -10 \text{ м/с}$$

$$a_x = -\frac{10}{20} = -0,5 \text{ м/с}^2$$

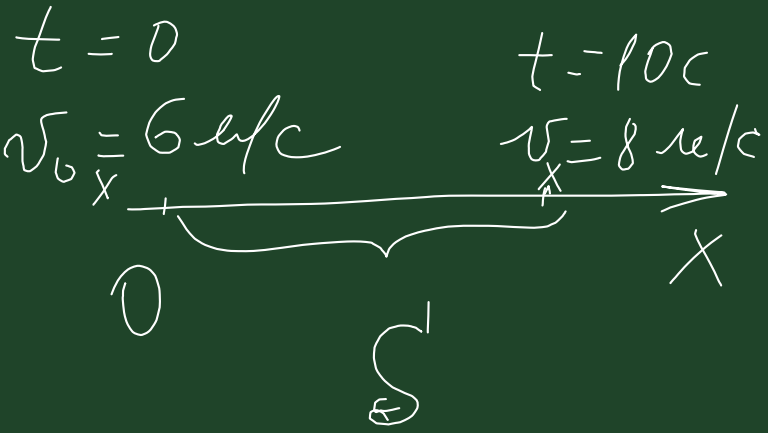
$|a_x| = 0,5 \text{ м/с}^2$

Велосипедист, движущийся со скоростью 2 м/с, спускается с горки с ускорением 0,4 м/с<sup>2</sup>. Определите длину горки, если спуск продолжался 8 с.



$$\begin{aligned} x_0 &= 0 \\ v_{0x} &= 2 \text{ м/с} \\ S = X &= x_0 + \underbrace{v_{0x} t}_{2 \text{ м/с} \cdot 8 \text{ с}} + \frac{\overbrace{a_x t^2}^{0,4 \text{ м/с}^2 \cdot 8 \text{ с}^2}}{2} = \\ &= 2 \cdot 8 + \frac{0,4 \cdot 64}{2} = \underline{28,8 \text{ м}} \end{aligned}$$

При равноускоренном прямолинейном движении скорость моторной лодки увеличилась за 10 с от 6 до 8 м/с. Какой путь пройден лодкой за это время?



$t = 10 \text{ с},$   
 $v_{0x} = 6 \text{ м/с},$   
 $v_x = 8 \text{ м/с}$

$$X = X_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} = S$$

$v_x = v_{0x} + a_x t \Rightarrow a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}$

$S = ?$

$$S = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a}$$

$$= \frac{8^2 - 6^2}{2 \cdot \frac{8 - 6}{10}} = \frac{8 - 6}{10} = 0,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$S = 70 \text{ м}$$

Причина изменения скорости, а значит, причина возникновения ускорения – действие на тело СИЛЫ или СИЛ!

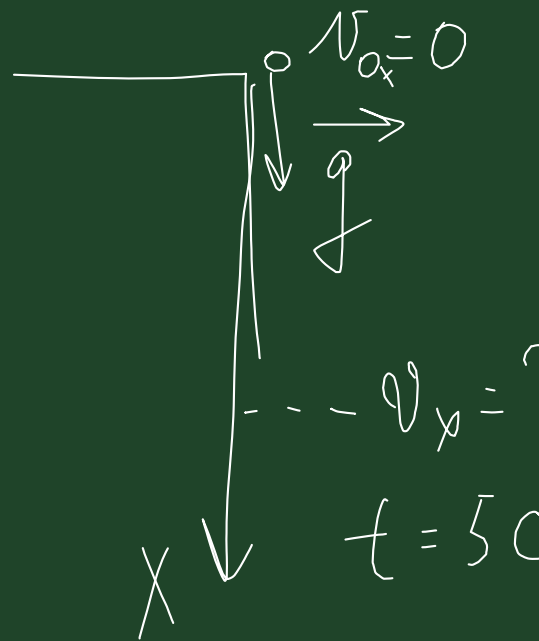
Взаимодействие тел мы описываем с помощью понятия силы. Это тоже векторная величина, и связь сил с ускорением дается вторым законом Ньютона: ускорение, вызываемое силой, прямо пропорционально этой силе и обратно пропорционально массе тела:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Если сила, действующая на тело, постоянна, то и движение тела будет равноускоренным.

Пример равноускоренного движения под действием постоянной силы – свободное падение.

С высокого отвесного обрыва начинает свободно падать камень. Какую скорость он будет иметь через 5 с после начала падения?



$v_{0x} = 0$

$\vec{mg} = F_{тяж}$ ,  $g = 9,8 \text{ м/с}^2 \approx 10 \text{ м/с}^2$

$v_x = v_{0x} + a_x t$

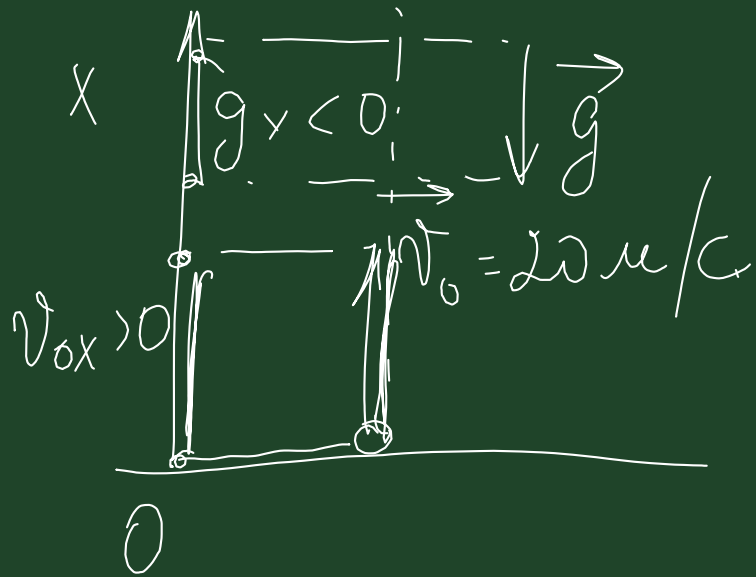
$a_x = g$

$v_x = g t = 10 \cdot 5 = 50 \text{ м/с}$

$t = 5 \text{ с}$

$v_x = ?$

Камень брошен вертикально вверх с начальной скоростью 20 м/с. Чему будет равен модуль скорости камня через 1,5 с после начала движения?



$$v_x = v_{0x} + a_x t ; \quad a_x = -g$$

$$v_x = v_0 - gt =$$

$$= 20 - 10 \cdot 1,5 =$$

$$= 20 - 15 = 5 \text{ м/с}$$

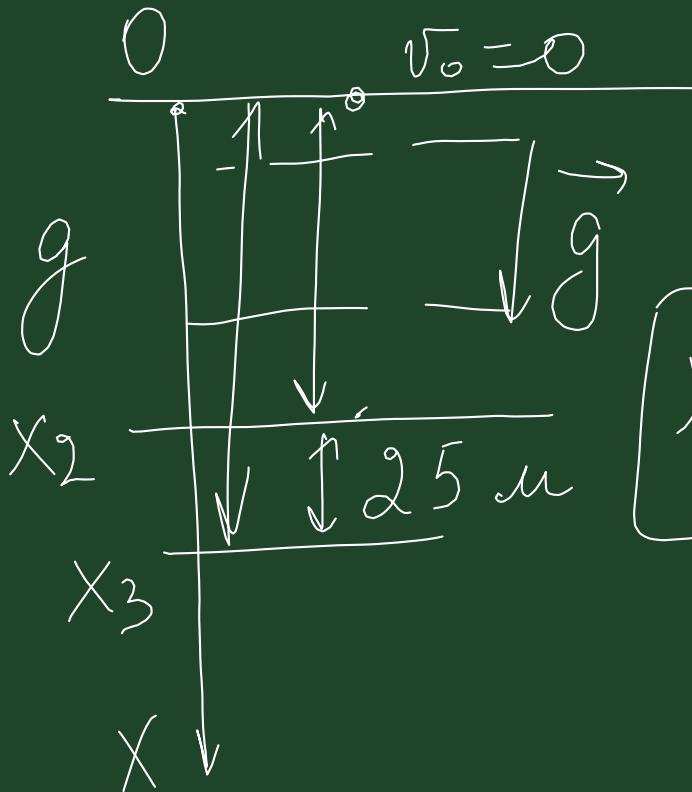
$$v_x = 0$$

$$0 = v_0 - gt$$

$$t = \frac{v_0}{g} = \frac{20}{10} = 2 \text{ с}$$

# Путь, пройденный падающим телом за $n$ -ю секунду движения

Какой путь пройдёт свободно падающее тело за третью секунду? Начальная скорость тела равна нулю.



$$X = \frac{gt^2}{2}$$

$$X = X_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}, \quad a_x = g$$

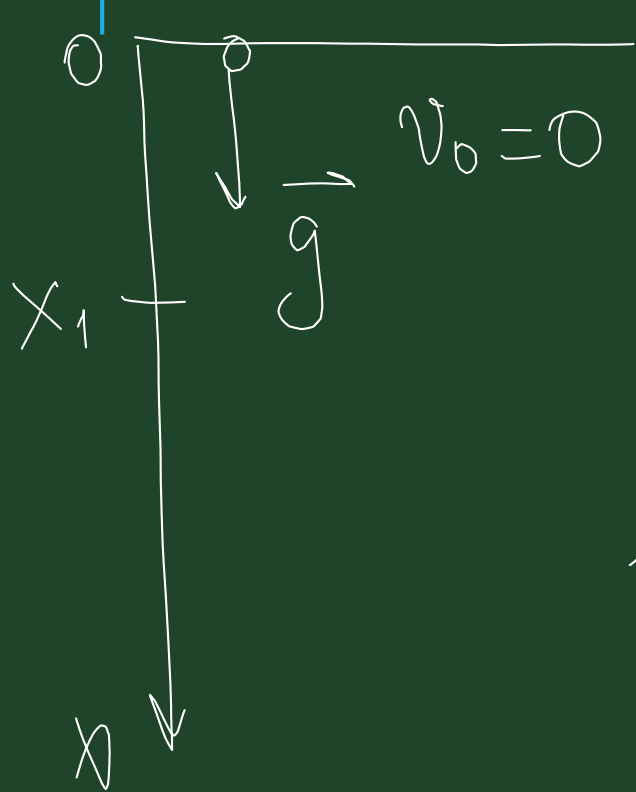
$$t = 3 \text{ c}$$

$$X_3 = \frac{g \cdot t_3^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м, - за } 3 \text{ c}$$

$$X_2 = \frac{g \cdot t_2^2}{2} = \frac{10 \cdot 4}{2} = 20 \text{ м, - за } 2 \text{ c}$$

$$\Delta X_{2-3} = X_3 - X_2 = \underline{\underline{25 \text{ м}}}$$

За какую секунду свободного падения тело проходит путь 15 м? Начальная скорость тела равна нулю.



$$x = \frac{gt^2}{2}, \quad v_0 = 0$$

$$x_1 = \frac{g \cdot 1^2}{2} = \frac{10 \cdot 1}{2} = 5 \text{ м} - \text{за 1 секунду (за 1-10)}$$

$$x_2 = \frac{g \cdot 2^2}{2} = \frac{10 \cdot 4}{2} = 20 \text{ м} - \text{за 2 секунды}$$

$$\Delta x_{1,2} = 20 - 5 = 15 \text{ м} - \text{за 2-10}$$

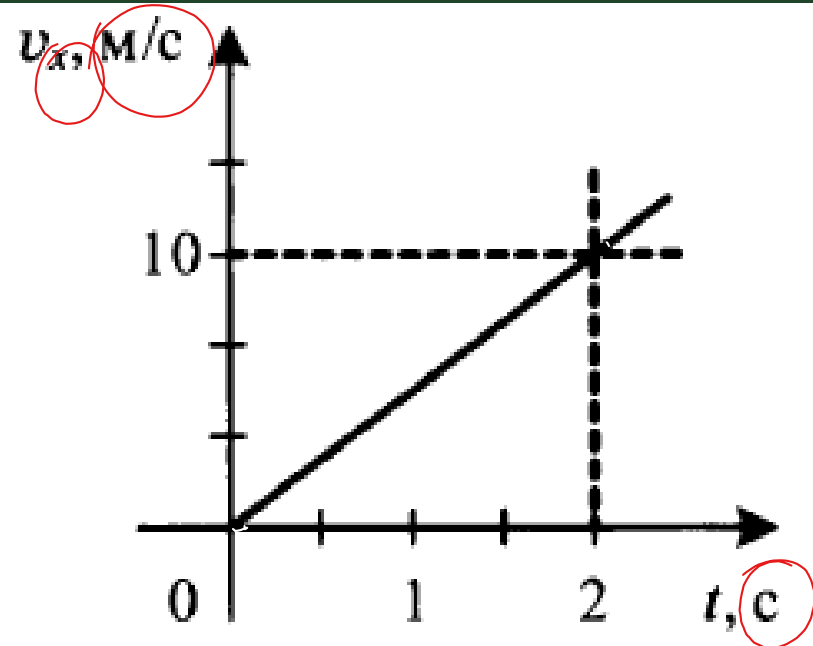
$$x_3 = \frac{g \cdot 3^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м} - \text{за 3 секунды}$$

$$\Delta x_{2,3} = 45 - 20 = 25 \text{ м} - \text{за 3-10}$$

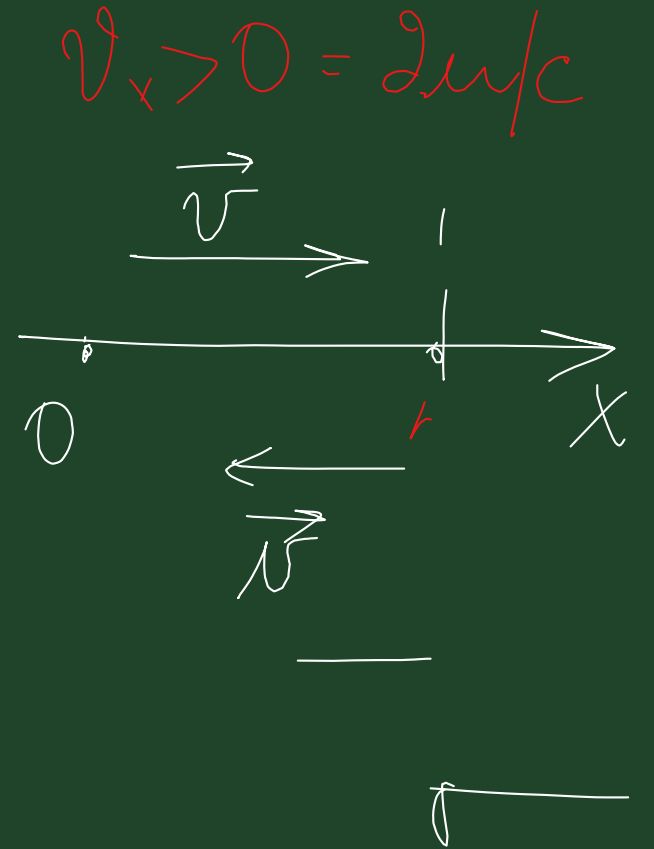
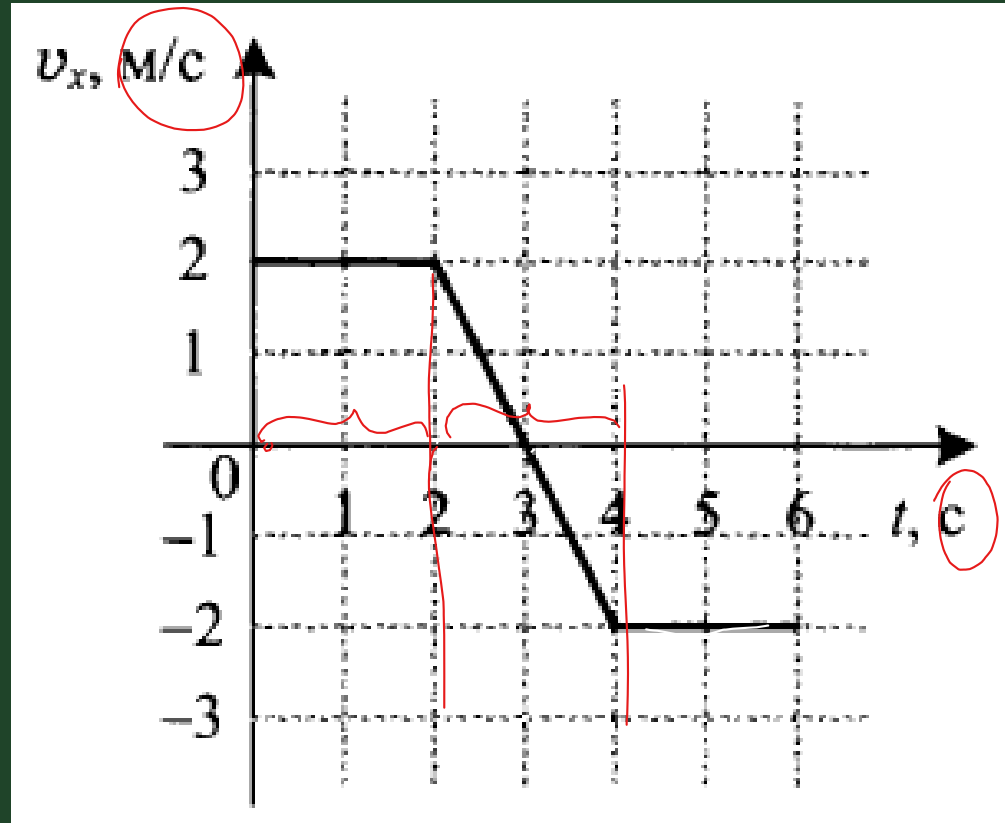


## Задачи на работу с графиками

Тело начинает движение из начала координат вдоль оси  $Ox$ , причём проекция скорости  $v_x$  меняется с течением времени по закону, приведённому на графике. Определите ускорение тела.



$$v_x = v_{0x} + a_x t \Rightarrow a_x = \frac{v_x - v_{0x}^0}{t} = \frac{10}{2} = \underline{\underline{5 \text{ м/с}^2}}$$



## Задачи на нахождение средней скорости

Тело одну треть пути двигалось со скоростью 5 м/с. Определите скорость движения на остальной части пути, если средняя скорость на всём пути 7,5 м/с.

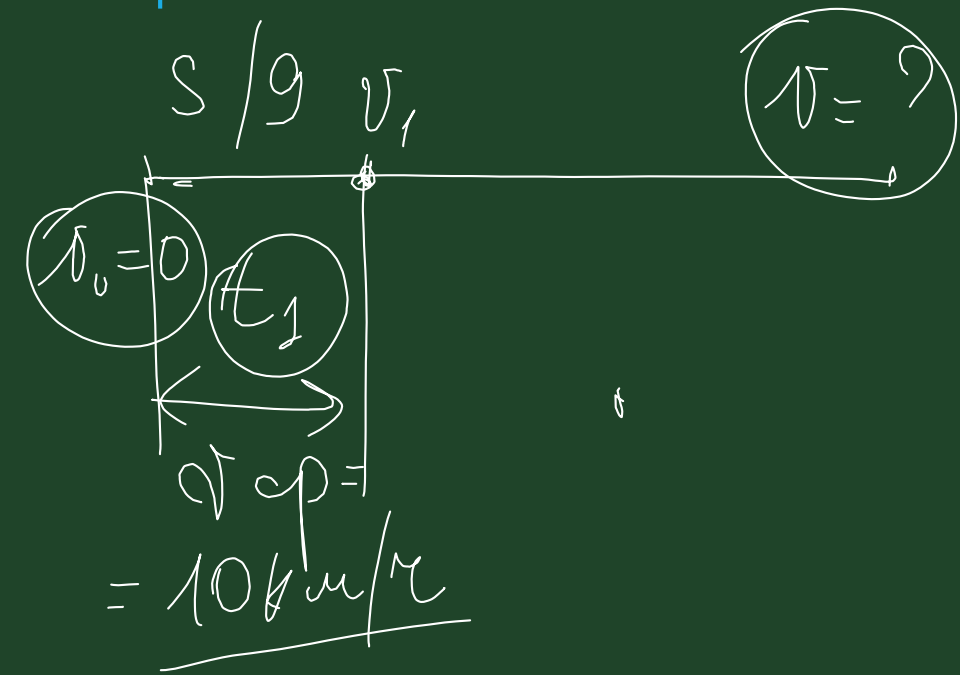
$$\frac{S_1}{7,5 \text{ м/с}} = \frac{S_1}{15 \text{ м/с}} + \frac{2S_1}{3v_2}$$

$$\frac{1}{7,5} = \frac{1}{15} + \frac{2}{3v_2}$$

$$v_2 = 10 \text{ м/с}$$

$$7,5 \text{ м/с } v_{\text{ср}} = \frac{S_{\text{общ}}}{t_{\text{общ}}} = \frac{S}{t_{1/3} + t_{2/3}}$$
$$t_{1/3} = \frac{S}{3v_1} = \frac{S}{3 \cdot 5 \text{ м/с}} = \frac{S}{15 \text{ м/с}}$$
$$t_{\text{общ}} = \left\{ \begin{array}{l} t_{2/3} = \frac{2S}{3v_2} \\ t_{\text{общ}} = \frac{S}{v_{\text{ср}}} = \frac{S}{7,5 \text{ м/с}} \end{array} \right.$$

Поезд начинает двигаться с постоянным ускорением и проходит начальный отрезок пути разгона, составляющий  $1/9$  часть от полного пути разгона, со средней скоростью  $v_{\text{ср}} = 10 \text{ км/ч}$ . Какова скорость  $v$  поезда в конце пути разгона?



$$v_{\text{ср}} = 10 \text{ км/ч}$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{S_{\text{обш}}}{t_{\text{обш}}}$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{9t_1}, \quad t_1 = \frac{S}{9v_{\text{ср}}}$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{v_0 + v_1}{2} \quad (\text{где равноускор!})$$

$$v_1 = 2v_{\text{ср}} = 20 \text{ км/ч}$$

$$a = \frac{v_1}{t_1} = \frac{2v_{\text{ср}}}{\frac{S}{9v_{\text{ср}}}} = \frac{18v_{\text{ср}}^2}{S}$$

$$1 \quad \cancel{S} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{v^2 - 0}{2 \cdot \frac{18v_{\text{ср}}^2}{S}} \Rightarrow v^2 = 36v_{\text{ср}}^2$$

$$v = 6v_{\text{ср}} = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

На обочине прямолинейного участка шоссе установлены на равных расстояниях друг от друга четыре столбика. Мотоциклист разгоняется по шоссе, двигаясь с постоянным ускорением. При этом отрезок пути между первым и вторым столбиками он преодолевает за время  $t_1 = 2$  с, а отрезок пути между вторым и третьим столбиками – за время  $t_2 = 1$  с. Каково время  $t_3$  движения мотоциклиста на отрезке пути между третьим и четвертым столбиками?

Diagram illustrating the motion of a motorcycle accelerating between four poles. The distance between poles is  $S$ . The time to travel the first  $S$  is  $t_1 = 2$  s, the second  $S$  is  $t_2 = 1$  s, and the third  $S$  is  $t_3 = ?$ . The total distance traveled is  $3S$ . The initial velocity is  $v_0$ .

$$S = v_0 t_1 + \frac{a t_1^2}{2}$$

$$2S = v_0 (t_1 + t_2) + \frac{a (t_1 + t_2)^2}{2}$$

$$3S = v_0 (t_1 + t_2 + t_3) + \frac{a (t_1 + t_2 + t_3)^2}{2}$$

$$2v_0 t_1 + at_1^2 = v_0(t_1 + t_2) + \frac{a(t_1 + t_2)^2}{2}$$

$$v_0(t_1 - t_2) = a \left[ \frac{(t_1 + t_2)^2}{2} - t_1^2 \right]$$

$$3v_0 t_1 + \frac{3at_1^2}{2} = v_0 t_1 + v_0 t_2 + v_0 t_3 + \frac{a(t_1 + t_2 + t_3)^2}{2}$$

$$v_0(2t_1 - t_2 - t_3) = a \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3)^2}{2} - \frac{3t_1^2}{2} \right]$$

$$v_0 = a \cdot \left[ \frac{9}{2} - 4 \right] \Rightarrow v_0 = \frac{a}{2}$$

~~$$\frac{a}{2}(4 - 1 - t_3) = a \left[ \frac{(2 + 1 + t_3)^2}{2} - \frac{3 \cdot 4}{2} \right]$$~~

$$3 - t_3 = (3 + t_3)^2 - 12$$

$$\underline{3 - t_3} = 9 + \underline{6t_3} + t_3^2 - 12,$$

$$t_3^2 + 7t_3 - 6 = 0;$$

$$\Delta = 49 + 4 \cdot 6 = 73,$$

$$t_3 = \frac{-7 \pm \sqrt{73}}{2}$$

$$t_3 = \frac{-7 + \sqrt{73}}{2} = \underline{\underline{0,77\text{ c}}}$$