7-9 классы, подготовка к теоретическому туру

олимпиады школьников «Робофест» по физике

Теоретический обзор к вводному занятию 2.

Тема: «УСКОРЕНИЕ И СИЛЫ».

В механике простейшим объектом для изучения является ***материальная точка***. Так называют массивное тело, размерами которого при изучении интересующих нас процессов можно пренебречь. Состояние движения материальной точки задают, сообщая ее положение пространства (с помощью координат в выбранной системе отсчета) и быстроту ее движения (указав ее скорость в проекциях на те же координатные оси). Такое представление о «состоянии» точки появилось после изучения явления физической инерции – если наше тело не взаимодействует с другими телами, то его скорость меняться не будет, и оно будет совершать равномерное прямолинейное движение, а его координаты будут изменяться по линейному закону: например, $x(t) = x_0 + v \cdot t$. Изменение скорости тела происходит именно из-за того, что на него действуют другие тела. Быстроту изменения скорости характеризует физическая величина, называемая ***ускорением***. Как и в случае со скоростью, можно ввести **мгновенное ускорение** (это вектор, равный отношению изменения скорости за очень малый интервал времени к величине этого интервала): $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}|_{\Delta t \to 0}$ и **среднее ускорение за время** Δt (это тоже вектор) – отношение изменения скорости за время Δt к величине этого интервала времени: $\vec{a}_{cp} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$. Единица измерения ускорения в СИ – м/с^2. При движении с постоянным ускорением (такое движение называют ***равноускоренным***) проекция скорости тела на каждую координатную ось (например, x) изменяется по закону $v_x(t) = v_{0x} + a_x t$, а закон движения вдоль этой оси имеет вид $x(t) = x_0 + v_{0x}t + a_x \frac{t^2}{2}$. Разумеется, точно такие же соотношения можно записать и для других координатных осей. Отметим, что проекция ускорения на ось может быть не только положительной (когда соответствующая проекция скорости растет), но и отрицательной (проекция скорости убывает). В общем случае такое движение является криволинейным, но есть два простых случая – когда начальная скорость равна нулю и когда ускорение и начальная скорость направлены вдоль одной прямой. В этом случае тело всегда движется вдоль одной прямой, и его движение является прямолинейным равноускоренным. Тогда для описания движения нам достаточно одной координатной оси, и закон изменения скорости тела в проекции на эту ось вместе с законом движения дают полную информацию о движении. С помощью этих двух формул можно решить любую задачу о таком движении.

Пример 1. Материальная точка движется прямолинейно с постоянным ускорением. Проекция ее скорости на ось x за 5 с изменилась с +5 м/с на –2,5 м/с. Найти проекцию ускорения на эту ось.
Решение: Ясно, что в этом случае среднее ускорение на любом интервале равно постоянному мгновенному ускорению. Согласно определению, $a_x = \frac{(-2{,}5 - 5)\,\text{м/с}}{5\text{с}} = -1{,}5\,\text{м/с}^2$.

Пример 2. Материальная точка движется прямолинейно с постоянным ускорением $a_x = +2$ м/с^2, а проекция ее скорости при $t = 0$ равна $v_{0x} = +3$м/с. Найти путь точки за первые 5 с движения.
Решение: Здесь удобно отсчитывать координату точки от ее начального положения. Тогда $x_0 = 0$. Согласно уравнению для закона движения, $x(t) = v_{0x}t + a_x \frac{t^2}{2}$. Так у нашей точки

начальная скорость и постоянное ускорение направлены в одну сторону, то она нигде не будет разворачиваться, и ее путь равен модулю разности координат: $s(t) = |x(t) - x_0| = |v_{0x}t + a_x \frac{t^2}{2}| = 40$ м.

Отметим, что при развороте тела в процессе движения пройденный им путь нужно рассчитывать как сумму путей, пройденных до разворота и после него.

Взаимодействие тел мы описываем с помощью понятия ***силы***. Это тоже векторная величина, и связь сил с ускорением дается вторым законом Ньютона: ускорение, вызываемое силой, прямо пропорционально этой силе и обратно пропорционально массе тела: $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$. Если сила, действующая на тело, постоянна, то и движение тела будет равноускоренно. Примером такого движения является свободное падение вблизи поверхности достаточно большой планеты. Поле тяжести в этом случае практически однородно, и падение под действием одной только силы тяжести оказывается равноускоренным движением. Если тело движется строго вдоль направления ***ускорения свободного падения*** $\vec{g}$ (то есть по вертикали), то это прямолинейное равноускоренное движение. На поверхности Земли $g \approx 9{,}8$ м/с^2, при решении задач это значение обычно округляют до ближайшего целого, и считают, что оно равно примерно 10 м/с^2.

Пример 3. Небольшой камень запущен с поверхности Земли вертикально вверх со скоростью 15 м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите путь камня за 1 с, за 2 с и за 4 с. Считать ускорение свободного падения равным 10 м/с^2. Поверхность Земли в этом месте рыхлая и мягкая.

Решение: Будем использовать для описания движения тела ось x, направленную вертикально вверх. Тогда вдоль этой оси камень движется прямолинейно и равноускоренно, причем $a_x = -g$. В первую очередь выясним, когда камень, который начинает движение вверх, остановится: условие обращения скорости в ноль – это уравнение $v_x(t_0) = v_0 - gt_0$, откуда $t_0 = \frac{v_0}{g} = 1{,}5$ с. Значит, в течении первой секунды камень не разворачивается, и его путь $s_1 = |x(t_1)| = |v_0 t_1 - g\frac{t_1^2}{2}| = 10$ м. На второй секунде происходит разворот камня, поэтому его путь нужно искать как сумму пути за первые 1,5 секунды $s_{1,5} = |x(t_0)| = |v_0 t_0 - g\frac{t_0^2}{2}| = \frac{v_0^2}{2g} = 11{,}25$ м, и пути за промежуток времени от 1,5 с до 2 с $\Delta s_2 = |x(t_2) - x(t_0)| = v_0(t_0 - t_2) + g\frac{(t_2^2 - t_0^2)}{2} = 1{,}25$ м. Значит, полный путь камня за 2 с $s_2 = s_{1,5} + \Delta s_2 = 12{,}5$ м. Ясно, что при падении камня от верхней точки подъема (это как раз точка остановки на высоте 11,25 м) до земли будет пройден такой же путь, что и на подъеме, причем камень упадет на землю через время $t_{пад} = 2t_0 = 3$с. С учетом информации о состоянии поверхности (мягкая и рыхлая) ясно, что камень немного погрузится в землю, и остановится. Поэтому его путь за 4с практически равен пути за время полета, то есть 22,5 м.

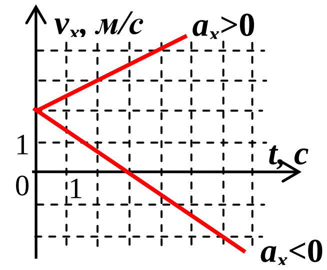
Здесь полезно отметить для себя два обстоятельства. Во-первых, мы фактически вывели (без учета сопротивления воздуха) формулу для максимальной высоты подъема тела, брошенного вертикально вверх со скоростью v_0: $h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}$. Во-вторых, нетрудно догадаться, что путь за время $t_2 - t_{1,5} = \Delta t = 0{,}5$ с <u>после точки остановки</u> можно было подсчитать проще. Достаточно понять, что при равноускоренном движении тело от момента остановки движется в одну сторону (без разворотов), с нулевой начальной скоростью и постоянным ускорением, то есть $\Delta s_2 = g\frac{(\Delta t)^2}{2} = 1{,}25$ м.

Пример 4: Небольшое тело брошено вертикально вниз с высоты $h=8$ м с начальной скоростью $v_0=3$ м/с. Пренебрегая сопротивление воздуха и считая ускорение свободного падения равным 10 м/с^2, найти время падения тела.

Решение: Здесь удобно направить координатную ось x вертикально вниз – тело будет двигаться все время в положительном направлении этой оси. Время падения определяется из условия $h=x(t)=v_0t+g\dfrac{t^2}{2}$, то есть из квадратного уравнения $t^2+\dfrac{2v_0}{g}t-\dfrac{2h}{g}=0$. Нужное значение – положительный корень этого уравнения. Следовательно, $t=\dfrac{\sqrt{v_0^2+2gh}-v_0}{g}=1$с.

Полезно также понимать, как выглядят графики зависимости скорости и координаты от времени при прямолинейном равноускоренном движении. Приведем их:

- Графики зависимостей скорости v_x от времени t при положительной и отрицательной проекции ускорения (прямые с соответствующим наклоном);



- графики зависимостей координаты x от времени t при положительной и отрицательной проекции ускорения (параболы с ветвями, направленными вверх и вниз соответственно);