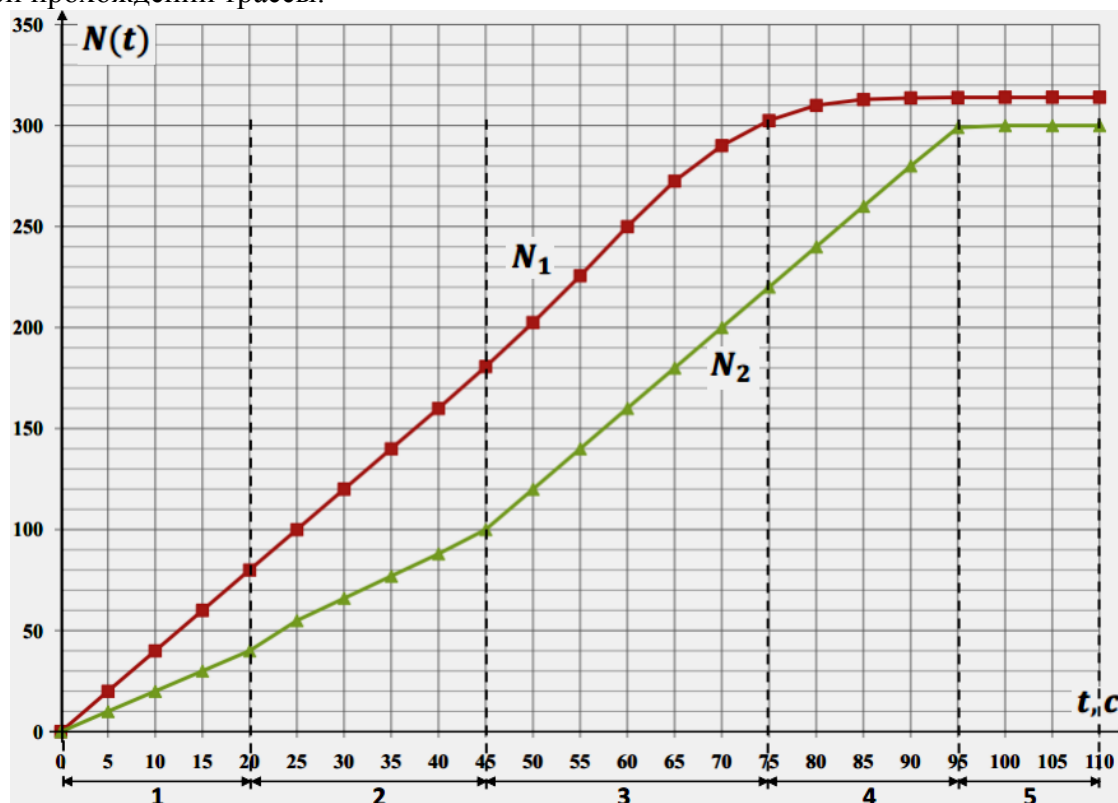


ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ
ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП 2023-2024 года, ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР.

Вариант 1 (7 и 8 классы)

1. У модели гоночного автомобиля две пары колес: задние (ведущие) – радиусом 6 см, и передние (опорные) – радиусом 3 см. Ось каждой колесной пары снабжена *энкодером* – датчиком, измеряющим количество полных оборотов колес от момента включения датчика. Модель «с разгона» проехала трассу с разными покрытиями на разных участках, изменяя режим работы двигателя. Оба датчика включились одновременно при выезде на трассу. На рисунке показаны графики зависимости от времени t показателей энкодеров на осях передних ($N_1(t)$) и задних ($N_2(t)$) колес при прохождении трассы.



Известно, что передние колеса никогда не проскальзывали, и величина силы трения для них всегда была пренебрежимо мала по сравнению с величиной силы трения задних колес. Пользуясь графиком, ответьте на следующие вопросы:

1.1. На каких участках (номера участков указаны под осью t) задние колеса модели проскальзывали? В ответе укажите номера этих участков по порядку, не разделяя пробелами или знаками препинания (например: 124).

1.2. Найдите среднюю скорость движения модели за 100 с движения по трассе. Ответ запишите в м/с с точностью до десятых.

1.3. Оцените максимальную величину скорости движения модели на трассе. Ответ запишите в м/с с точностью до десятых.

1.4. Найдите количество теплоты, которое выделилось за счет трения между ведущими колесами модели и покрытием трассы, если массу модели $m = 2,5$ кг можно считать неизменной, коэффициенты трения между ведущими колесами на участках трассы равны $\mu_1 = 0,5$, $\mu_2 = \mu_3 = 0,8$ и $\mu_4 = \mu_5 = 0,1$, а ускорение свободного падения можно считать примерно равным 10 м/с^2 . Ответ запишите в джоулях, с точностью до целого значения.

Возможное решение: При движении без проскальзывания какого-либо из колес один оборот этого колеса соответствует прохождению моделью автомобиля пути, равного периметру колеса, то есть $s_1 = 2\pi r$. Следовательно, мгновенная скорость модели v и изменение числа оборотов колеса за время Δt связаны соотношением $v = 2\pi r \frac{\Delta N}{\Delta t}$. Если обе пары колес не проскальзывают, то, как видно из этого соотношения $r_1 \Delta N_1 = r_2 \Delta N_2$, то есть $\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = 2$. (показания энкодера на оси опорных колес растут в два раза быстрее, чем показания энкодера на оси ведущих колес). Как видно из

графика, это соотношение выполняется только на участке 1 – на всех остальных $\Delta N_2 > \frac{1}{2} \Delta N_1$. Таким образом, на участке 1 обе пары колес не проскальзывали, а на всех остальных участках (2,3,4 и 5) задние колеса проскальзывали.

Путь модели за 100 с движения по трассе можно найти по числу оборотов опорных колес (определяется по графику) $N_1 \approx 314 \pm 1$:

$$s = 2\pi r_1 N_1 \Rightarrow v_{cp} = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r_1 N_1}{t} \approx 0,592 \text{ м/с.}$$

После округления до десятых приходим к ответу $v_{cp} \approx 0,6 \text{ м/с}$.

Чтобы оценить максимальную величину скорости модели, нужно найти интервал времени с максимальной скоростью роста показаний энкодера на оси опорных колес. Разделим все время движения на интервалы по $\Delta t = 5 \text{ с}$, и тогда нетрудно обнаружить, что самый большой прирост произошел в интервале от 55 с до 60 с, где $\Delta N_1 \approx 24 \pm 1$. Тогда $v_m = 2\pi r_1 \frac{\Delta N_1}{\Delta t} \approx 0,9 \text{ м/с}$.

Количество теплоты, выделившееся за счет трения ведущих колес о поверхность трассы, равно работе силы трения скольжения, а она равна произведению величины этой силы $F_{тр} = \mu mg$ на величину «проскальзывания» колес по покрытию трассы. Величину проскальзывания на каждом участке можно найти как разность пути оси ведущих колес при том же числе оборотов, но без проскальзывания, и реального пути, равного пути оси опорных колес:

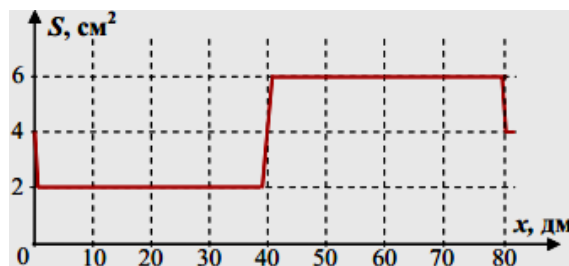
$$Q = 2\pi[\mu_1(r_2 \Delta N_2^{(1)} - r_1 \Delta N_1^{(1)}) + \mu_2(r_2 \Delta N_2^{(23)} - r_1 \Delta N_1^{(23)}) + \mu_4(r_2 \Delta N_2^{(4)} - r_1 \Delta N_1^{(4)})]$$

(на пятом участке показания энкодеров не изменяются, то есть колеса автомобиля не крутятся). Вычисляя численное значение с нужной точностью, получаем $Q \approx 590 \text{ Дж}$.

2. *Расходом воды*, проходящей через трубу, называют объем воды, проходящий через сечение трубы в единицу времени (эту величину можно измерять в литрах в секунду). При описании течений воду можно считать несжимаемой жидкостью с плотностью $\rho = 1,0 \text{ г/см}^3$. Кроме того, если влияние сил трения для рассматриваемого течения пренебрежимо мало, то можно пользоваться *законом Бернулли*: для небольшого объема воды, движущейся по «трубке тока» (так называют часть потока жидкости с малым поперечным сечением, выделенную таким образом, что жидкость не пересекает ее «стенок»), можно считать постоянной величиной $\frac{\rho v^2}{2} + p + \rho gh = \text{const}$ (здесь v – скорость движения жидкости, p – давление в жидкости, h – высота элемента жидкости над «начальным» уровнем), а $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения.

2.1. Расход воды, текущей по трубке с площадью поперечного сечения $S = 4 \text{ см}^2$, составляет $q = 0,8 \text{ л/с}$. С какой скоростью движется вода по этой трубке? Ответ запишите в м/с с точностью до целого значения.

2.2. Трубка, описанная в предыдущем пункте, переходит в участок длиной 80 дм с переменным сечением (график зависимости площади сечения от расстояния от начала участка показан на рисунке). Найдите среднюю скорость движения воды на этом участке. Ответ запишите в м/с с точностью до целого значения.



2.3. В вертикальном цилиндрическом резервуаре высотой $h = 0,8 \text{ м}$ налито 2 тонны воды (резервуар сверху открыт и заполнен «до краев»). У самого дна в стенке резервуара есть отверстие площадью $S = 1 \text{ см}^2$, заткнутое пробкой. Пробку вытаскивают. За какое время через отверстие выльется 1 кг воды? Ответ запишите в секундах с точностью до десятых.

Возможное решение: Из определения расхода следует, что его можно вычислять как произведение скорости течения воды на площадь поперечного сечения трубы: $q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = S \frac{\Delta l}{\Delta t} = Sv$. Таким образом, в трубке из п.2.1. скорость течения $v = \frac{q}{S} = 2 \text{ м/с}$.

Поскольку вода в трубке ни на каком участке не исчезает и не появляется, то расход воды постоянен во всех ее сечениях. Поэтому скорость течения воды на участке изменения расстояния от 0 до 4 м равна $v_1 = \frac{q}{S_1} = 4 \text{ м/с}$, а на участке от 4 м до 8 м $v_2 = \frac{q}{S_2} = \frac{4}{3} \text{ м/с}$. Полное время

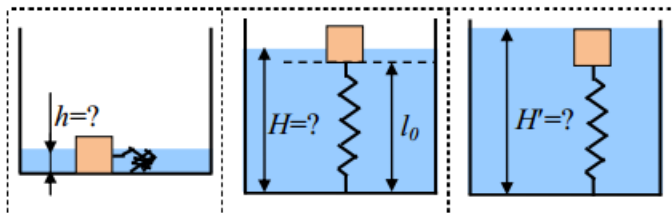
прохождения пути 8 м для воды на участке с переменным сечением $t = \frac{l_1}{v_1} + \frac{l_2}{v_2} = 4$ с, и поэтому средняя скорость движения воды $v_{cp} = 2$ м/с.

1 кг – это очень малая часть от 2 тонн, поэтому можно считать, что за время его выливания уровень воды в резервуаре h практически не изменился. Объем воды в резервуаре равен 2 м^3 , и площадь его горизонтального сечения с учетом того, что $h = 0,8$ м, равна $2,5 \text{ м}^2$, что очень намного больше площади отверстия. В результате мы понимаем, что скорость движения воды вблизи ее поверхности v_h (при опускании уровня жидкости в резервуаре) намного меньше скорости ее вытекания сквозь отверстие v_0 . В соответствии с уравнением Бернулли для трубки тока, идущей от поверхности (где давление равно атмосферному) сквозь отверстие наружу (где давление тоже равно атмосферному)

$$\rho gh \approx \frac{\rho v_0^2}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh} = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}} \Rightarrow q = Sv_0 = 0,4 \text{ л/с}.$$

Объем 1 кг воды – примерно 1 л, так что искомое время равно 2,5 с.

3. На дне бассейна лежит куб с длиной ребра $a = 10$ см из дерева с плотностью $0,6 \text{ г/см}^3$. К центру одной грани куба прикреплен конец тонкой невесомой пружины (действующими на нее силами тяжести и Архимеда можно пренебречь, жесткость которой $k = 100 \text{ Н/м}$, а длина в недеформированном состоянии равна 44 см. Второй конец пружины закреплен на дне бассейна. Куб лежит на дне ровно, но, когда в бассейн начинают медленно наливать воду, она потихоньку проникает под куб.



3.1. При каком уровне воды в бассейне h куб оторвется от его дна? Ответ запишите в см, с точностью до целого значения.

3.2. При каком уровне воды в бассейне пружина полностью расправится, не еще не натянется? Ответ запишите в см с точностью до целого значения.

3.3. При каком минимальном уровне воды в бассейне куб целиком скроется под водой? Ответ запишите в см с точностью до целого значения.

Возможное решение: Момент отрыва куба от дна бассейна соответствует моменту, когда растущая величина силы Архимеда достигает величины силы тяжести, действующей на куб (соответственно куб перестает давить на дно бассейна): $\rho_0 a^2 h g = \rho a^3 g \Rightarrow h = \frac{\rho}{\rho_0} a = 6$ см. Здесь a – длина ребра куба, ρ_0 – плотность воды, ρ – плотность дерева, из которого сделан куб.

Когда пружина «полностью расправилась, не еще не натянута», силу ее упругости можно считать равной нулю, и сила Архимеда по-прежнему уравнивает силу тяжести куба. Значит, куб по-прежнему погружен в воду на 6 см, и поверхность воды находится на 6 см выше конца пружины. Значит, $H = l_0 + h = 50$ см.

Куб скрывается под водой, когда уровень воды на 10 см выше конца пружины, и при этом сила Архимеда уравнивает сумму сил тяжести и упругости пружины:

$$\rho_0 a^3 g = \rho a^3 g + k(H' - a - l_0) \Rightarrow H' = l_0 + a \left[1 + \frac{(\rho_0 - \rho) a^2 g}{k} \right] = 58 \text{ см}.$$

4. В калориметре находилось $M_0 = 300$ г воды. В него насыпали $m = 60$ г мокрого снега, состоящего на 60% из кристалликов льда и 40% жидкой воды, находящихся в равновесии.

4.1. Чему равнялась температура мокрого снега? Ответ запишите в °С.

После установления равновесия температура содержимого калориметра оказалась равна $t_1 = 36,0^\circ\text{С}$.

4.2. Какова была начальная температура воды в калориметре? Теплоемкостью калориметра пренебречь. Считайте, что удельная теплота плавления льда в добавляемой порции $\lambda = 336$ кДж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4,2$ кДж/(кг·°С). Ответ запишите в °С с точностью до десятых.

4.3. Сколько еще таких же порций нужно добавить, чтобы последняя добавленная порция растаяла не полностью?

Возможное решение: По определению шкалы температур Цельсия, температура, при которой находятся в равновесии жидкая вода и лед при нормальном атмосферном давлении, равна 0°С .

Обозначим начальную температуру воды в калориметре t_0 и запишем уравнение теплового баланса для установления равновесия после засыпания в калориметр одной порции снега (поскольку конечная температура выше 0°C , то весь лед полностью растаял):

$$\lambda \cdot 0,6m + cm(t_1 - 0) = cM_0(t_0 - t_1) \Rightarrow t_0 = \left(1 + \frac{m}{M_0}\right)t_1 + \frac{3m}{5M_0} \frac{\lambda}{c} = 52,8^\circ\text{C}.$$

Следующие n порций мокрого снега мы добавляем к $M_1 = 360$ г воды с температурой $t_1 = 36,0^\circ\text{C}$. Уравнение теплового баланса для установления равновесия в этом случае

$$\lambda \cdot 0,6nm + cnm(t_n - 0) = cM_1(t_1 - t_n) \Rightarrow t_n \left(1 + n \frac{m}{M_1}\right) = t_1 - n \frac{3m}{5M_1} \frac{\lambda}{c}.$$

Если n -я порция растаяла полностью, то эта формула дает допустимое значение конечной температуры жидкой воды, то есть $t_n \geq 0$. Это условие приводит к ограничению $n \leq \frac{5cM_1t_1}{3\lambda m} = 4,5$. Как видно, первое значение n , при котором это условие нарушается (то есть лед тает не полностью) – это $n = 5$.

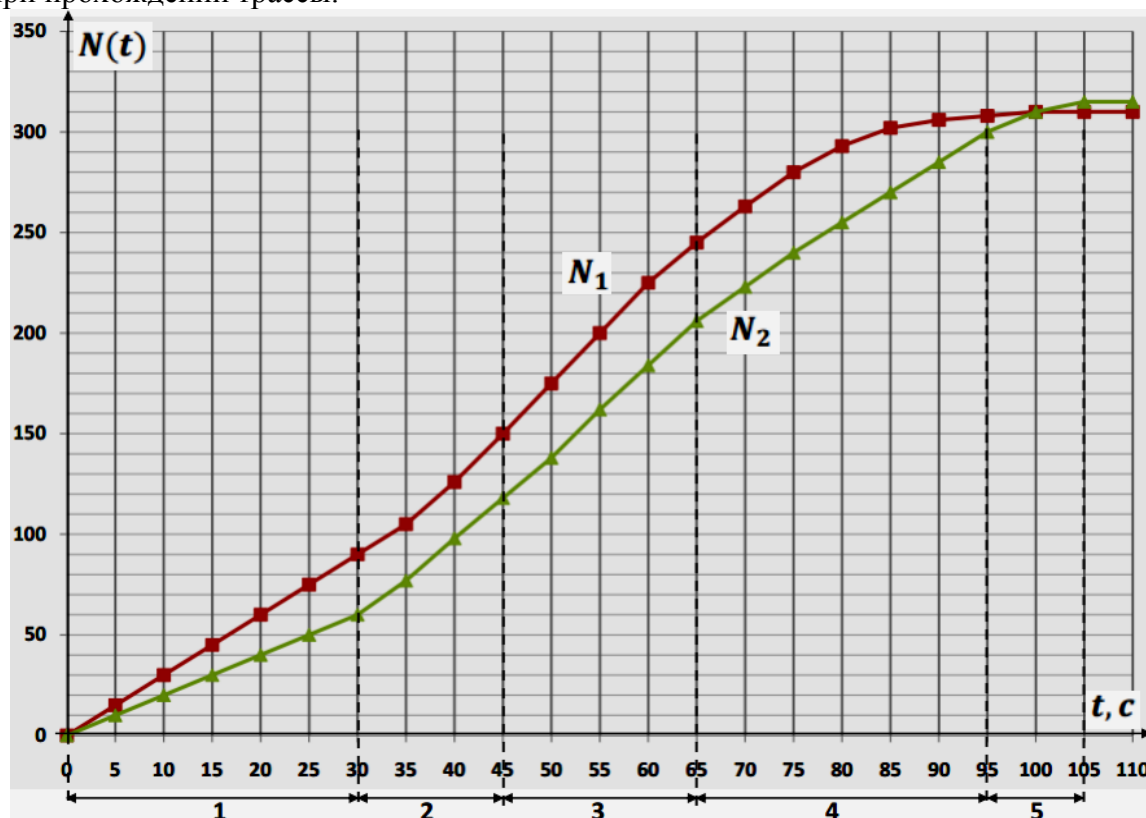
РЕКОМЕНДУЕМЫЕ КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ (для автоматической проверки):

вопрос	ответ участника	балл
1.1	2345	3
	345	2
	45 или 35 или 34	1
1.2	0,6	3
	0,5 или 0,7	1
1.3	0,9	4
	0,8 или 1,0	2
	0,7 или 1,1	1
1.4	590	5
2.1	2	2
2.2	2	4
	1 или 3	1
2.3	2,5	4
	2,3 или 2,4 или 2,6 или 2,7	2
3.1	6	4
	5 или 7	1
3.2	50	5
	48 или 49 или 51 или 52	3
3.3	58	6
	56 или 57 или 59 или 60	3
	54 или 55 или 60 или 61	1

4.1	0	2
4.2	52,8	4
	52,6 или 52,7 или 52,9 или 53,0	2
	52,4 или 52,5 или 53,1 или 53,2	1
4.3	5	4
	4 или 6	2
Максимальная оценка		50

Вариант 5 (7 и 8 классы)

1. У модели гоночного автомобиля две пары колес: задние (ведущие) – радиусом 3 см, и передние (опорные) – радиусом 2 см. Ось каждой колесной пары снабжена **энкодером** - датчиком, измеряющим количество полных оборотов колес от момента включения датчика. Модель «с разгона» проехала трассу с разными покрытиями на разных участках, изменяя режим работы двигателя. Оба датчика включились одновременно при выезде на трассу. На рисунке показаны графики зависимости от времени t показателей энкодеров на осях передних ($N_1(t)$) и задних ($N_2(t)$) колес при прохождении трассы.



Известно, что передние колеса никогда не проскальзывали, и величина силы трения для них всегда была пренебрежимо мала по сравнению с величиной силы трения задних колес. Пользуясь графиком, ответьте на следующие вопросы:

- 1.1. На каких участках (номера участков указаны под осью t) задние колеса модели проскальзывали? В ответе укажите номера этих участков по порядку, не разделяя пробелами или знаками препинания (например: 124).
- 1.2. Найдите среднюю скорость движения модели за 100 с движения по трассе. Ответ запишите в м/с с точностью до десятых.
- 1.3. Оцените максимальную величину скорости движения модели на трассе. Ответ запишите в м/с с точностью до десятых.
- 1.4. Найдите количество теплоты, которое выделилось за счет трения между ведущими колесами модели и покрытием трассы, если массу модели $m = 2$ кг можно считать неизменной,

коэффициенты трения между ведущими колесами и покрытием на разных участках трассы равны $\mu_1 = \mu_2 = 0,6$, $\mu_3 = \mu_4 = 0,9$ и $\mu_5 = 0,1$, а ускорение свободного падения можно считать примерно равным 10 м/с^2 . Ответ запишите в джоулях, с точностью до целого значения.

Возможное решение: При движении без проскальзывания какого-либо из колес один оборот этого колеса соответствует прохождению моделью автомобиля пути, равного периметру колеса, то есть $s_1 = 2\pi r$. Следовательно, мгновенная скорость модели v и изменение числа оборотов колеса за время Δt связаны соотношением $v = 2\pi r \frac{\Delta N}{\Delta t}$. Если обе пары колес не проскальзывают, то, как видно из этого соотношения $r_1 \Delta N_1 = r_2 \Delta N_2$, то есть $\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \frac{3}{2}$. (показания энкодера на оси опорных колес растут в полтора раза быстрее, чем показания энкодера на оси ведущих колес). Как видно из графика, это соотношение выполняется только на участке 1 – на всех остальных $\Delta N_2 > \frac{2}{3} \Delta N_1$. Таким образом, на участке 1 обе пары колес не проскальзывали, а на всех остальных участках (2,3,4 и 5) задние колеса проскальзывали.

Путь модели за 100 с движения по трассе можно найти по числу оборотов опорных колес (определяется по графику) $N_1 \approx 310 \pm 0,5$:

$$s = 2\pi r_1 N_1 \Rightarrow v_{cp} = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r_1 N_1}{t} \approx 0,390 \text{ м/с.}$$

После округления до десятых приходим к ответу $v_{cp} \approx 0,4 \text{ м/с}$.

Чтобы оценить максимальную величину скорости модели, нужно найти интервал времени с максимальной скоростью роста показаний энкодера на оси опорных колес. Разделим все время движения на интервалы по $\Delta t = 5 \text{ с}$, и тогда нетрудно обнаружить, что самый большой прирост произошел в интервалах от 45 с до 50 с и от 50 с до 55 с, где $\Delta N_1 \approx 25 \pm 1$. Тогда после требуемого округления $v_m = 2\pi r_1 \frac{\Delta N_1}{\Delta t} \approx 0,6 \text{ м/с}$.

Количество теплоты, выделившееся за счет трения ведущих колес о поверхность трассы, равно работе силы трения скольжения, а она равна произведению величины этой силы $F_{mp} = \mu mg$ на величину «проскальзывания» колес по покрытию трассы. Величину проскальзывания на каждом участке можно найти как разность пути оси ведущих колес при том же числе оборотов, но без проскальзывания, и реального пути, равного пути оси опорных колес:

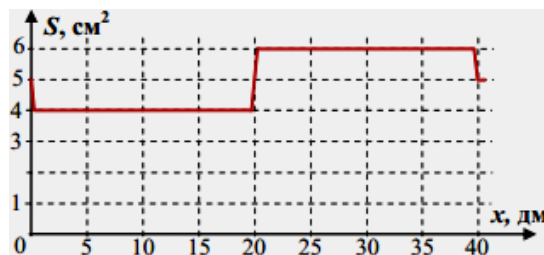
$$Q = 2\pi \left[\mu_1 (r_2 \Delta N_2^{(12)} - r_1 \Delta N_1^{(12)}) + \mu_3 (r_2 \Delta N_2^{(34)} - r_1 \Delta N_1^{(34)}) + \mu_5 (r_2 \Delta N_2^{(5)} - r_1 \Delta N_1^{(5)}) \right].$$

Вычисляя численное значение с нужной точностью, получаем $Q \approx 306 \text{ Дж}$.

2. *Расходом воды*, проходящей через трубу, называют объем воды, проходящий через сечение трубы в единицу времени (эту величину можно измерять в литрах в секунду). При описании течений воду можно считать несжимаемой жидкостью с плотностью $\rho = 1,0 \text{ г/см}^3$. Кроме того, если влияние сил трения для рассматриваемого течения пренебрежимо мало, то можно пользоваться *законом Бернулли*: для небольшого объема воды, движущейся по «трубке тока» (так называют часть потока жидкости с малым поперечным сечением, выделенную таким образом, что жидкость не пересекает ее «стенок»), можно считать постоянной величиной $\frac{\rho v^2}{2} + p + \rho gh = \text{const}$ (здесь v – скорость движения жидкости, p – давление в жидкости, h – высота элемента жидкости над «начальным» уровнем), а $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения.

2.1. Расход воды, текущей по трубке с площадью поперечного сечения $S = 5 \text{ см}^2$, составляет $q = 1,2 \text{ л/с}$. С какой скоростью движется вода по этой трубке? Ответ запишите в м/с с точностью до десятых.

2.2. Трубка, описанная в предыдущем пункте, переходит в участок длиной 40 дм с переменным сечением (график зависимости площади сечения от расстояния от начала участка показан на рисунке). Найдите среднюю скорость движения воды на этом участке. Ответ запишите в м/с с точностью до десятых.



2.3. В вертикальном цилиндрическом резервуаре высотой $h = 1,25 \text{ м}$ налито 4 тонны воды (резервуар сверху открыт и заполнен «до краев»). У самого дна в стенке резервуара есть

отверстие площадью $S = 1 \text{ см}^2$, заткнутое пробкой. Пробку вытаскивают. За какое время через отверстие выльется 3 кг воды? Ответ запишите в секундах с точностью целого значения.

Возможное решение: Из определения расхода следует, что его можно вычислять как произведение скорости течения воды на площадь поперечного сечения трубы: $q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = S \frac{\Delta l}{\Delta t} = Sv$. Таким образом, в трубке из п.2.1. скорость течения $v = \frac{q}{S} = 2,4 \text{ м/с}$.

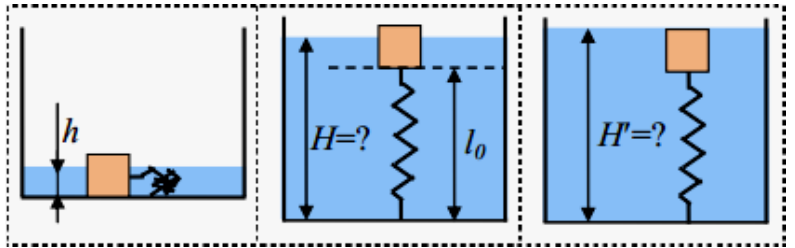
Поскольку вода в трубке ни на каком участке не исчезает и не появляется, то расход воды постоянен во всех ее сечениях. Поэтому скорость течения воды на участке изменения расстояния от 0 до 2 м равна $v_1 = \frac{q}{S_1} = 3 \text{ м/с}$, а на участке от 2 м до 4 м $v_2 = \frac{q}{S_2} = 2 \text{ м/с}$. Полное время прохождения пути 4 м для воды на участке с переменным сечением $t = \frac{l_1}{v_1} + \frac{l_2}{v_2} = \frac{5}{3} \text{ с}$, и поэтому средняя скорость движения воды $v_{cp} = 2,4 \text{ м/с}$.

3 кг – это очень малая часть от 4 тонн, поэтому можно считать, что за время его выливания уровень воды в резервуаре h практически не изменился. Объем воды в резервуаре равен 4 м^3 , и площадь его горизонтального сечения с учетом того, что $h = 1,25 \text{ м}$, равна $3,2 \text{ м}^2$, что очень намного больше площади отверстия. В результате мы понимаем, что скорость движения воды вблизи ее поверхности v_h (при опускании уровня жидкости в резервуаре) намного меньше скорости ее вытекания сквозь отверстие v_0 . В соответствии с уравнением Бернулли для трубки тока, идущей от поверхности (где давление равно атмосферному) сквозь отверстие наружу (где давление тоже равно атмосферному)

$$\rho gh \approx \frac{\rho v_0^2}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \Rightarrow q = Sv_0 = 0,5 \text{ л/с}.$$

Объем 3 кг воды – примерно 3 л, так что искомое время равно 6 с.

3. На дне бассейна лежит деревянный куб с длиной ребра $a = 10 \text{ см}$. К центру одной грани куба прикреплен конец тонкой невесомой пружины (действующими на нее силами тяжести и Архимеда можно пренебречь), жесткость которой $k = 40 \text{ Н/м}$, а длина в недеформированном состоянии равна 52 см. Второй конец пружины закреплен на дне бассейна.



Куб лежит на дне ровно, но, когда в бассейн начинают медленно наливать воду, она потихоньку проникает под куб. Когда уровень воды в бассейне достиг $h = 8 \text{ см}$, куб оторвался от его дна.

- 3.1. Найдите плотность дерева, из которого изготовлен этот куб. Ответ запишите в г/см^3 , с точностью до десятых.
- 3.2. При каком уровне воды в бассейне пружина полностью расправится, не еще не натянется? Ответ запишите в см с точностью до целого значения.
- 3.3. При каком минимальном уровне воды в бассейне куб целиком скроется под водой? Ответ запишите в см с точностью до целого значения.

Возможное решение: Момент отрыва куба от дна бассейна соответствует моменту, когда растущая величина силы Архимеда достигает величины силы тяжести, действующей на куб (соответственно куб перестает давить на дно бассейна): если ρ_0 – плотность воды, а ρ – плотность дерева, из которого сделан куб, то $\rho_0 a^2 hg = \rho a^3 g \Rightarrow \rho = \frac{h}{a} \rho_0 = 0,8 \text{ г/см}^3$.

Когда пружина «полностью расправилась, не еще не натянута», силу ее упругости можно считать равной нулю, и сила Архимеда по-прежнему уравнивает силу тяжести куба. Значит, куб по-прежнему погружен в воду на 8 см, и поверхность воды находится на 8 см выше конца пружины. Значит, $H = l_0 + h = 60 \text{ см}$.

Куб скрывается под водой, когда уровень воды на 10 см выше конца пружины, и при этом сила Архимеда уравнивает сумму сил тяжести и упругости пружины:

$$\rho_0 a^3 g = \rho a^3 g + k(H' - a - l_0) \Rightarrow H' = l_0 + a \left[1 + \frac{(\rho_0 - \rho)a^2 g}{k} \right] = 67 \text{ см}.$$

4. В калориметре находилось $M_0 = 320$ г воды. В него насыпали $m = 80$ г мокрого снега, состоящего на 40% из кристалликов льда и 60% жидкой воды, находящихся в равновесии.

4.1. Чему равнялась температура мокрого снега? Ответ запишите в $^{\circ}\text{C}$.

После установления равновесия температура содержимого калориметра оказалась равна $t_1 = 42,0^{\circ}\text{C}$.

4.2. Какова была начальная температура воды в калориметре? Теплоемкостью калориметра пренебречь. Считайте, что удельная теплота плавления льда в добавляемой порции $\lambda = 336$ кДж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4,2$ кДж/(кг $\cdot^{\circ}\text{C}$). Ответ запишите в $^{\circ}\text{C}$ с точностью до десятых.

4.3. Сколько еще таких же порций нужно добавить, чтобы последняя добавленная порция растаяла не полностью?

Возможное решение: По определению шкалы температур Цельсия, температура, при которой находятся в равновесии жидкая вода и лед при нормальном атмосферном давлении, равна 0°C .

Обозначим начальную температуру воды в калориметре t_0 и запишем уравнение теплового баланса для установления равновесия после засыпания в калориметр одной порции снега (поскольку конечная температура выше 0°C , то весь лед полностью растаял):

$$\lambda \cdot 0,4m + cm(t_1 - 0) = cM_0(t_0 - t_1) \Rightarrow t_0 = \left(1 + \frac{m}{M_0}\right)t_1 + \frac{2m}{5M_0} \frac{\lambda}{c} = 60,5^{\circ}\text{C}.$$

Следующие n порций мокрого снега мы добавляем к $M_1 = 400$ г воды с температурой $t_1 = 42,0^{\circ}\text{C}$.

Уравнение теплового баланса для установления равновесия в этом случае

$$\lambda \cdot 0,4nm + cnm(t_n - 0) = cM_1(t_1 - t_n) \Rightarrow t_n \left(1 + n \frac{m}{M_1}\right) = t_1 - n \frac{2m}{5M_1} \frac{\lambda}{c}.$$

Если n -я порция растаяла полностью, то эта формула дает допустимое значение конечной температуры жидкой воды, то есть $t_n \geq 0$. Это условие приводит к ограничению $n \leq \frac{5cM_1t_1}{2\lambda m} = \frac{105}{16}$.

Как видно, первое значение n , при котором это условие нарушается (то есть лед тает не полностью) – это $n = 7$.

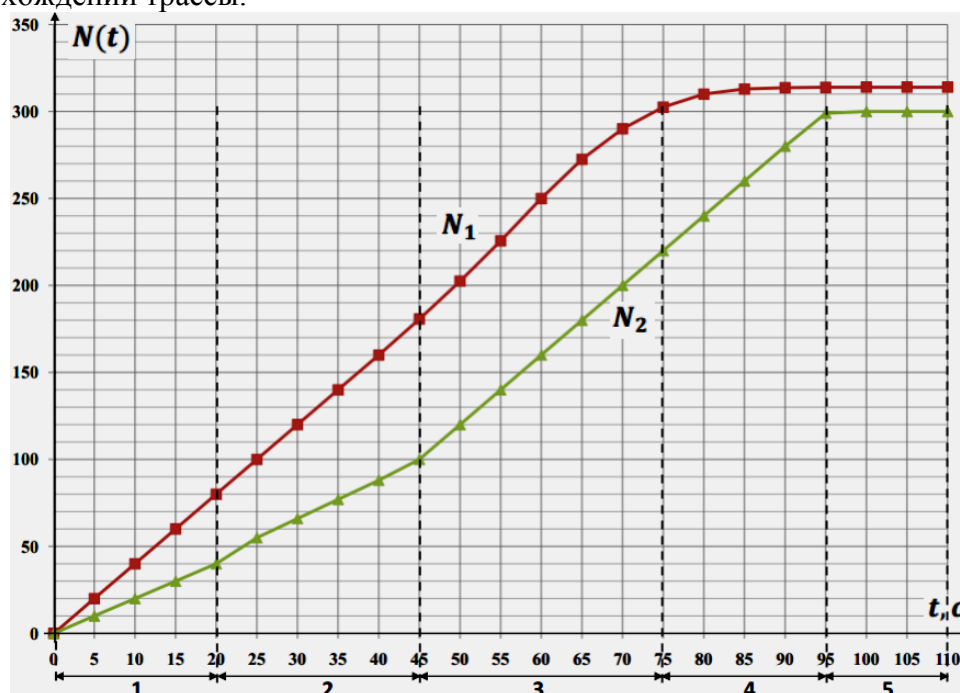
РЕКОМЕНДУЕМЫЕ КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ (для автоматической проверки):

вопрос	ответ участника	балл
1.1	2345	3
	345	2
	45 или 35 или 34	1
1.2	0,4	3
	0,3 или 0,5	1
1.3	0,6	4
	0,5 или 0,7	2
	0,4 или 0,8	1
1.4	306	5
2.1	2,4	2
2.2	2,4	4
	2,2 или 2,3 или 2,5 или 2,6	1
2.3	6	4
	5 или 7	2

3.1	0,8	4
	0,7 или 0,9	1
3.2	60	5
	58 или 59 или 61 или 62	3
3.3	67	6
	65 или 66 или 68 или 69	3
	63 или 65 или 70 или 71	1
4.1	0	2
4.2	60,5	4
	60,3 или 60,4 или 60,6 или 60,7	2
	60,1 или 60,2 или 60,8 или 60,9	1
4.3	7	4
	6 или 8	2
Максимальная оценка		50

Вариант 2 (9 классы)

1. У модели гоночного автомобиля две пары колес: задние (ведущие) – радиусом 6 см, и передние (опорные) – радиусом 3 см. Ось каждой колесной пары снабжена **энкодером** - датчиком, измеряющим количество полных оборотов колес от момента включения датчика. Модель «с разгона» проехала трассу с разными покрытиями на разных участках, изменяя режим работы двигателя. Оба датчика включились одновременно при выезде на трассу. На рисунке показаны графики зависимости от времени t показателей энкодеров на осях передних ($N_1(t)$) и задних ($N_2(t)$) колес при прохождении трассы.



Известно, что передние колеса никогда не проскальзывали, и величина силы трения для них всегда была пренебрежимо мала по сравнению с величиной силы трения задних колес. Пользуясь графиком, ответьте на следующие вопросы:

1.1 На каких участках (номера участков указаны под осью t) задние колеса модели проскальзывали? В ответе укажите номера этих участков по порядку, не разделяя пробелами или знаками препинания (например: 124).

1.2 Найдите среднюю скорость движения модели за 100 с движения по трассе. Ответ запишите в м/с с точностью до десятых.

1.3 Оцените максимальную величину скорости движения модели на трассе. Ответ запишите в м/с с точностью до десятых.

1.4 Найдите количество теплоты, которое выделилось за счет трения между ведущими колесами модели и покрытием трассы, если массу модели $m = 2,5$ кг можно считать неизменной, коэффициенты трения между ведущими колесами на участках трассы равны $\mu_1 = 0,5$, $\mu_2 = \mu_3 = 0,8$ и $\mu_4 = \mu_5 = 0,1$, а ускорение свободного падения можно считать примерно равным 10 м/с^2 . Ответ запишите в джоулях, с точностью до целого значения.

Возможное решение: При движении без проскальзывания какого-либо из колес один оборот этого колеса соответствует прохождению моделью автомобиля пути, равного периметру колеса, то есть $s_1 = 2\pi r$. Следовательно, мгновенная скорость модели v и изменение числа оборотов колеса за время Δt связаны соотношением $v = 2\pi r \frac{\Delta N}{\Delta t}$. Если обе пары колес не проскальзывают, то, как видно из этого соотношения $r_1 \Delta N_1 = r_2 \Delta N_2$, то есть $\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = 2$. (показания энкодера на оси опорных колес растут в два раза быстрее, чем показания энкодера на оси ведущих колес). Как видно из графика, это соотношение выполняется только на участке 1 – на всех остальных $\Delta N_2 > \frac{1}{2} \Delta N_1$. Таким образом, на участке 1 обе пары колес не проскальзывали, а на всех остальных участках (2,3,4 и 5) задние колеса проскальзывали.

Путь модели за 100 с движения по трассе можно найти по числу оборотов опорных колес (определяется по графику) $N_1 \approx 314 \pm 1$:

$$s = 2\pi r_1 N_1 \Rightarrow v_{cp} = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r_1 N_1}{t} \approx 0,592 \text{ м/с.}$$

После округления до десятых приходим к ответу $v_{cp} \approx 0,6 \text{ м/с}$.

Чтобы оценить максимальную величину скорости модели, нужно найти интервал времени с максимальной скоростью роста показаний энкодера на оси опорных колес. Разделим все время движения на интервалы по $\Delta t = 5$ с, и тогда нетрудно обнаружить, что самый большой прирост произошел в интервале от 55 с до 60 с, где $\Delta N_1 \approx 24 \pm 1$. Тогда $v_m = 2\pi r_1 \frac{\Delta N_1}{\Delta t} \approx 0,9 \text{ м/с}$.

Количество теплоты, выделившееся за счет трения ведущих колес о поверхность трассы, равно работе силы трения скольжения, а она равна произведению величины этой силы $F_{тр} = \mu mg$ на величину «проскальзывания» колес по покрытию трассы. Величину проскальзывания на каждом участке можно найти как разность пути оси ведущих колес при том же числе оборотов, но без проскальзывания, и реального пути, равного пути оси опорных колес:

$$Q = 2\pi[\mu_1(r_2 \Delta N_2^{(1)} - r_1 \Delta N_1^{(1)}) + \mu_2(r_2 \Delta N_2^{(23)} - r_1 \Delta N_1^{(23)}) + \mu_4(r_2 \Delta N_2^{(4)} - r_1 \Delta N_1^{(4)})]$$

(на пятом участке показания энкодеров не изменяются, то есть колеса автомобиля не крутятся). Вычисляя численное значение с нужной точностью, получаем $Q \approx 590 \text{ Дж}$.

2. В калориметре находилось $M_0 = 350 \text{ г}$ воды. В него насыпали $m = 50 \text{ г}$ мокрого снега, состоящего на 70% (по массе) из кристалликов льда и на 30% – из жидкой воды, находящихся в равновесии.

2.1 Чему равнялась температура мокрого снега? Ответ запишите в $^{\circ}\text{C}$.

После установления равновесия температура содержимого калориметра оказалась равна $t_1 = 35,0^{\circ}\text{C}$.

2.2 Какова была начальная температура воды в калориметре? Теплоемкостью калориметра пренебречь. Считайте, что удельная теплота плавления льда в добавляемой порции $\lambda = 336 \text{ кДж/кг}$, удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \text{ кДж/(кг} \cdot ^{\circ}\text{C)}$. Ответ запишите в $^{\circ}\text{C}$ с точностью до десятых.

2.3 Сколько еще таких же порций нужно добавить, чтобы последняя добавленная порция растаяла не полностью?

Возможное решение: По определению шкалы температур Цельсия, температура, при которой находятся в равновесии жидкая вода и лед при нормальном атмосферном давлении, равна 0°C .

Обозначим начальную температуру воды в калориметре t_0 и запишем уравнение теплового баланса для установления равновесия после засыпания в калориметр одной порции снега (поскольку конечная температура выше 0°C , то весь лед полностью растаял):

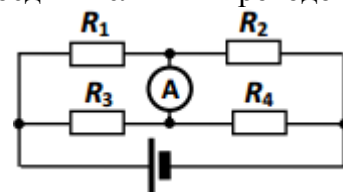
$$\lambda \cdot 0,7m + cm(t_1 - 0) = cM_0(t_0 - t_1) \Rightarrow t_0 = \left(1 + \frac{m}{M_0}\right)t_1 + \frac{7m}{10M_0} \frac{\lambda}{c} = 48,0^{\circ}\text{C}.$$

Следующие n порций мокрого снега мы добавляем к $M_1 = 400$ г воды с температурой $t_1 = 35,0^{\circ}\text{C}$. Уравнение теплового баланса для установления равновесия в этом случае

$$\lambda \cdot 0,7nm + cnm(t_n - 0) = cM_1(t_1 - t_n) \Rightarrow t_n \left(1 + n \frac{m}{M_1}\right) = t_1 - n \frac{7m}{10M_1} \frac{\lambda}{c}.$$

Если n -я порция растаяла полностью, то эта формула дает допустимое значение конечной температуры жидкой воды, то есть $t_n \geq 0$. Это условие приводит к ограничению $n \leq \frac{10cM_1t_1}{7\lambda m} = 5$. Как видно, первое значение n , при котором это условие нарушается (то есть лед тает не полностью) – это $n = 6$.

3. В схеме, показанной на рисунке, сопротивление всех соединительных проводов пренебрежимо мало. При разомкнутой цепи напряжение на клеммах источника равно 12 В. Сопротивления резисторов равны $R_1 = 2$ Ом, $R_3 = 6$ Ом, $R_2 = R_4 = 5$ Ом, внутреннее сопротивление источника $r = 1$ Ом. Амперметр можно считать идеальным.



3.1 Найдите полное сопротивление пары параллельно соединенных резисторов R_1 и R_3 . Ответ запишите в Ом с точностью до десятых.

3.2 Чему равна сила тока в ветви с источником? Ответ запишите в А с точностью до десятых.

3.3 Какую величину силы тока показывает амперметр? Ответ запишите в А с точностью до десятых.

Возможное решение: В соответствии с законами параллельного соединения, $R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 1,5$

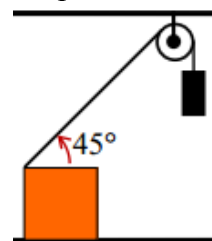
Ом.

Аналогично сопротивление второй пары параллельно соединенных резисторов R_2 и R_4 равно 2,5 Ома, и полное сопротивление цепи источника $R = 5$ Ом. Поэтому сила тока ветви с источником

$$I = \frac{U_0}{R} = 2,4 \text{ А}.$$

Этот ток делится между резисторами R_2 и R_4 с равными сопротивлениями поровну – по 1,2 А, а между R_1 и R_3 в соотношении 3:1, то есть $I_1 = 1,8$ А. Таким образом, сила тока через амперметр $I_A = I_1 - I_2 = 0,6$ А.

4. Однородный кубик с массой $M = 2828$ г покоится на горизонтальной поверхности. К середине одного из его верхних ребер прикреплена невесомая нерастяжимая нить, перекинутая через идеальный блок, на другом конце которой подвешен груз массой m (см. рисунок). Наклонный участок нити составляет угол 45° с горизонтом. Коэффициент трения кубика о поверхность $\mu = 1$, ускорение свободного падения можно считать равным 10 м/с^2 . Кубик удерживают на месте, затем аккуратно отпускают.



4.1 Найдите силу натяжения нити в этой системе при массе груза $m = 707$ г.

Ответ запишите в Н, с точностью до целого значения.

4.2 При какой минимальной величине массы груза кубик после отпускания может начать скользить по поверхности? Ответ запишите в г с точностью до целого значения.

4.3 При какой минимальной величине массы груза кубик после отпускания может начать вращаться вокруг одного из нижних ребер? Ответ запишите в г с точностью до целого значения.

Возможное решение: Сила натяжения нити не изменяется вдоль невесомой нити и при прохождении по «идеальному» блоку. Поэтому ее можно определить из условия равновесия груза: именно она уравнивает действующую на груз силу тяжести: $T = mg \approx 7 \text{ Н}$.

Кубик может начать скользить, когда сдвигающая его сила (горизонтальная компонента силы натяжения нити, равная $mg \cdot \cos(\alpha)$), сравнивается с максимальной величиной силы трения покоя, то

$$\text{есть при } mg \cdot \cos(\alpha) = \mu[Mg - mg \cdot \sin(\alpha)] \Rightarrow m = \frac{\mu M}{\cos(\alpha) + \mu \cdot \sin(\alpha)} = \frac{M}{\sqrt{2}} \approx 2000 \text{ г.}$$

Кубик может начать вращаться вокруг правого (по рисунку) нижнего ребра, когда момент силы натяжения нити (плечо которой относительно указанного ребра равно $a\sqrt{2}$, где a – длина ребра кубика) сравнивается с суммарным моментом силы тяжести и силы реакции опоры. Непосредственно перед началом поворота кубик опирается именно на это ребро, так что плечо силы реакции опоры равно нулю, а плечо силы тяжести кубика равно $a/2$. Значит, минимальная масса груза для начала поворота определяется из уравнения

$$mg \cdot a\sqrt{2} = Mg \frac{a}{2} \Rightarrow m = \frac{M}{2\sqrt{2}} \approx 1000 \text{ г.}$$

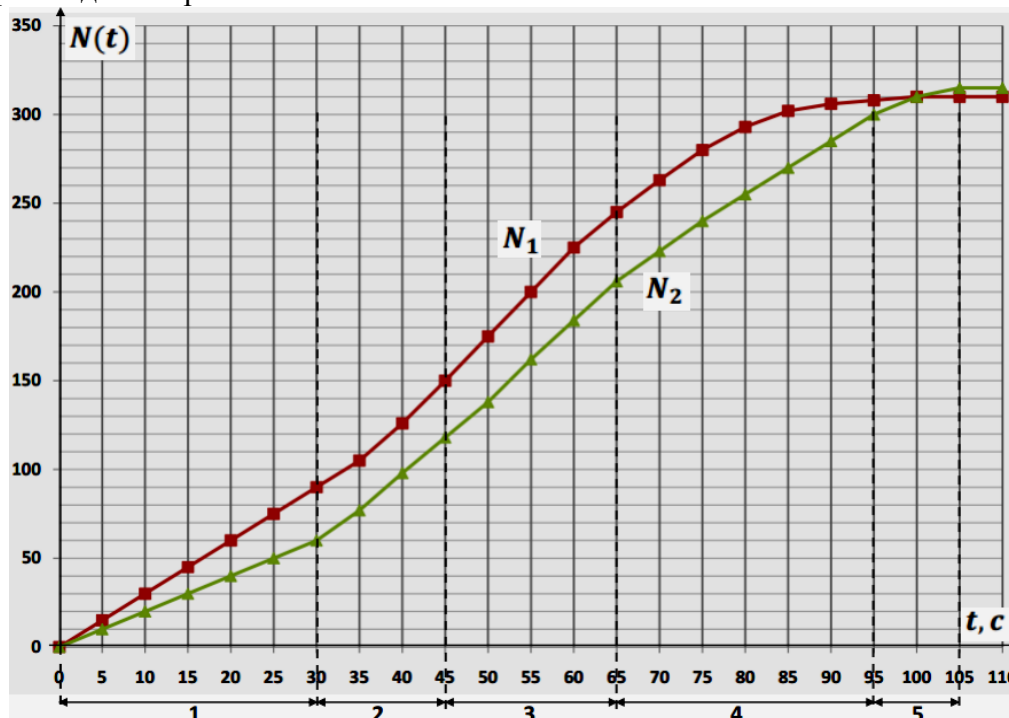
РЕКОМЕНДУЕМЫЕ КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ (для автоматической проверки):

вопрос	ответ участника	балл
1.1	2345	3
	345	2
	45 или 35 или 34	1
1.2	0,6	3
	0,5 или 0,7	1
1.3	0,9	4
	0,8 или 1,0	2
	0,7 или 1,1	1
1.4	590	5
2.1	0	2
2.2	48	4
	47 или 49	1
2.3	6	4
	5 или 7	2
3.1	1,5	4
	1,4 или 1,6	1
3.2	2,4	5
	2,2 или 2,3 или 2,5 или 2,6	3
3.3	0,6	6
	0,5 или 0,7	3
	0,4 или 0,8	1
4.1	7	2
	6 или 8	1

4.2	2000	4
	1999	2
	1414 или 2828	1
4.3	1000	4
	999	2
	1414 или 2000	1
Максимальная оценка		50

Вариант 6 (9 классы)

1. У модели гоночного автомобиля две пары колес: задние (ведущие) – радиусом 3 см, и передние (опорные) – радиусом 2 см. Ось каждой колесной пары снабжена **энкодером** - датчиком, измеряющим количество полных оборотов колес от момента включения датчика. Модель «с разгона» проехала трассу с разными покрытиями на разных участках, изменяя режим работы двигателя. Оба датчика включились одновременно при выезде на трассу. На рисунке показаны графики зависимости от времени t показателей энкодеров на осях передних ($N_1(t)$) и задних ($N_2(t)$) колес при прохождении трассы.



Известно, что передние колеса никогда не проскальзывали, и величина силы трения для них всегда была пренебрежимо мала по сравнению с величиной силы трения задних колес. Пользуясь графиком, ответьте на следующие вопросы:

1.1. На каких участках (номера участков указаны под осью t) задние колеса модели проскальзывали? В ответе укажите номера этих участков по порядку, не разделяя пробелами или знаками препинания (например: 124).

1.2. Найдите среднюю скорость движения модели за 100 с движения по трассе. Ответ запишите в м/с с точностью до десятых.

1.3. Оцените максимальную величину скорости движения модели на трассе. Ответ запишите в м/с с точностью до десятых.

1.4. Найдите количество теплоты, которое выделилось за счет трения между ведущими колесами модели и покрытием трассы, если массу модели $m = 2$ кг можно считать неизменной, коэффициенты трения между ведущими колесами и покрытием на разных участках трассы равны $\mu_1 = \mu_2 = 0,6$, $\mu_3 = \mu_4 = 0,9$ и $\mu_5 = 0,1$, а ускорение свободного падения можно считать примерно равным 10 м/с^2 . Ответ запишите в джоулях, с точностью до целого значения.

Возможное решение: При движении без проскальзывания какого-либо из колес один оборот этого колеса соответствует прохождению моделью автомобиля пути, равного периметру колеса, то есть $s_1 = 2\pi r$. Следовательно, мгновенная скорость модели v и изменение числа оборотов колеса за время Δt связаны соотношением $v = 2\pi r \frac{\Delta N}{\Delta t}$. Если обе пары колес не проскальзывают, то, как видно из этого соотношения $r_1 \Delta N_1 = r_2 \Delta N_2$, то есть $\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \frac{3}{2}$. (показания энкодера на оси опорных колес растут в полтора раза быстрее, чем показания энкодера на оси ведущих колес). Как видно из графика, это соотношение выполняется только на участке 1 – на всех остальных $\Delta N_2 > \frac{2}{3} \Delta N_1$. Таким образом, на участке 1 обе пары колес не проскальзывали, а на всех остальных участках (2,3,4 и 5) задние колеса проскальзывали. Путь модели за 100 с движения по трассе можно найти по числу оборотов опорных колес (определяется по графику) $N_1 \approx 310 \pm 0,5$:

$$s = 2\pi r_1 N_1 \Rightarrow v_{cp} = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r_1 N_1}{t} \approx 0,390 \text{ м/с.}$$

После округления до десятых приходим к ответу $v_{cp} \approx 0,4 \text{ м/с}$.

Чтобы оценить максимальную величину скорости модели, нужно найти интервал времени с максимальной скоростью роста показаний энкодера на оси опорных колес. Разделим все время движения на интервалы по $\Delta t = 5 \text{ с}$, и тогда нетрудно обнаружить, что самый большой прирост произошел в интервалах от 45 с до 50 с и от 50 с до 55 с, где $\Delta N_1 \approx 25 \pm 1$. Тогда после требуемого округления $v_m = 2\pi r_1 \frac{\Delta N_1}{\Delta t} \approx 0,6 \text{ м/с}$.

Количество теплоты, выделившееся за счет трения ведущих колес о поверхность трассы, равно работе силы трения скольжения, а она равна произведению величины этой силы $F_{mp} = \mu mg$ на величину «проскальзывания» колес по покрытию трассы. Величину проскальзывания на каждом участке можно найти как разность пути оси ведущих колес при том же числе оборотов, но без проскальзывания, и реального пути, равного пути оси опорных колес:

$$Q = 2\pi \left[\mu_1 (r_2 \Delta N_2^{(12)} - r_1 \Delta N_1^{(12)}) + \mu_3 (r_2 \Delta N_2^{(34)} - r_1 \Delta N_1^{(34)}) + \mu_5 (r_2 \Delta N_2^{(5)} - r_1 \Delta N_1^{(5)}) \right].$$

Вычисляя численное значение с нужной точностью, получаем $Q \approx 306 \text{ Дж}$.

2. В калориметре находилось $M_0 = 450 \text{ г}$ воды с температурой $t_0 = 62,0^\circ\text{C}$. В него насыпали порцию мокрого снега, состоящего на 50% (по массе) из кристалликов льда и на 50% – из жидкой воды, находящихся в равновесии.

2.1. Чему равнялась температура мокрого снега? Ответ запишите в $^\circ\text{C}$.

После установления равновесия температура содержимого калориметра оказалась равна $t_1 = 45,0^\circ\text{C}$.

2.2. Определите массу мокрого снега в этой порции. Теплоемкостью калориметра пренебречь. Считайте, что удельная теплота плавления льда в добавляемой порции $\lambda = 336 \text{ кДж/кг}$, удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \text{ кДж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$. Ответ запишите в г с точностью до целого значения.

2.3. Сколько еще таких же порций нужно добавить, чтобы последняя добавленная порция растаяла не полностью?

Возможное решение: По определению шкалы температур Цельсия, температура, при которой находятся в равновесии жидкая вода и лед при нормальном атмосферном давлении, равна 0°C .

Обозначим искомую массу мокрого снега в порции m и запишем уравнение теплового баланса для установления равновесия после засыпания в калориметр одной порции снега (поскольку конечная температура выше 0°C , то весь лед полностью растаял):

$$\lambda \cdot 0,5m + cm(t_1 - 0) = cM_0(t_0 - t_1) \Rightarrow m = \frac{t_0 - t_1}{t_1 + \lambda/2c} M_0 = 90 \text{ г.}$$

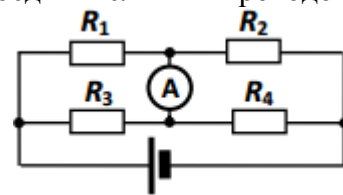
Следующие n порций мокрого снега мы добавляем к $M_1 = 540 \text{ г}$ воды с температурой $t_1 = 45,0^\circ\text{C}$. Уравнение теплового баланса для установления равновесия в этом случае

$$\lambda \cdot 0,5nm + cnm(t_n - 0) = cM_1(t_1 - t_n) \Rightarrow t_n \left(1 + n \frac{m}{M_1} \right) = t_1 - n \frac{m}{2M_1} \frac{\lambda}{c}.$$

Если n -я порция растаяла полностью, то эта формула дает допустимое значение конечной температуры жидкой воды, то есть $t_n \geq 0$. Это условие приводит к ограничению $n \leq \frac{2cM_1 t_1}{\lambda m} = \frac{27}{4}$.

Как видно, первое значение n , при котором это условие нарушается (то есть лед тает не полностью) – это $n = 7$.

3. В схеме, показанной на рисунке, сопротивление всех соединительных проводов пренебрежимо мало. При разомкнутой цепи напряжение на клеммах источника равно 15 В. Сопротивления резисторов равны $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_4 = 6 \text{ Ом}$ внутреннее сопротивление источника $r = 0,6 \text{ Ом}$. Амперметр можно считать идеальным.



3.1. Найдите полное сопротивление пары параллельно соединенных резисторов R_2 и R_4 . Ответ запишите в Ом с точностью до десятых.

3.2. Чему равна сила тока в ветви с источником? Ответ запишите в А с точностью до десятых.

3.3. Какую величину силы тока показывает амперметр? Ответ запишите в А с точностью до десятых.

Возможное решение: В соответствии с законами параллельного соединения, $R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = 2,4$

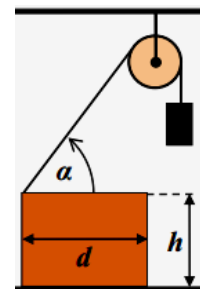
Ом.

Аналогично сопротивление второй пары параллельно соединенных резисторов R_1 и R_3 равно 2 Ома, и полное сопротивление цепи источника $R = 5 \text{ Ом}$. Поэтому сила тока ветви с источником

$$I = \frac{U_0}{R} = 3,0 \text{ А.}$$

Этот ток делится между резисторами R_2 и R_4 в отношении 3:2, и $I_2 = 1,8 \text{ А}$, а между R_1 и R_3 в соотношении 1:2, то есть $I_1 = 1,0 \text{ А}$. Таким образом, сила тока через амперметр $I_A = I_2 - I_1 = 0,8 \text{ А}$.

4. Однородный брусок с массой $M = 1600 \text{ г}$, ширина которого равна $d = 20 \text{ см}$, а высота $h = 15 \text{ см}$, покоится на горизонтальной поверхности. К середине одного из его верхних ребер прикреплена невесомая нерастяжимая нить, перекинутая через идеальный блок, на другом конце которой подвешен груз массой m (см. рисунок). Наклонный участок нити составляет угол, в точности равный $\alpha = \arcsin(0,8) \approx 53^\circ$ с горизонтом. Коэффициент трения бруска о поверхность $\mu = 0,5$, ускорение свободного падения можно считать равным 10 м/с^2 . Кубик удерживают на месте, затем аккуратно отпускают.



4.1. Найдите силу натяжения нити в этой системе при массе груза $m = 500 \text{ г}$. Ответ запишите в Н, с точностью до целого значения.

4.2. При какой минимальной величине массы груза брусок после отпускания может начать скользить по поверхности? Ответ запишите в г с точностью до целого значения.

4.3. При какой минимальной величине массы груза брусок после отпускания может начать вращаться вокруг одного из нижних ребер? Ответ запишите в г с точностью до целого значения.

Возможное решение: Сила натяжения нити не изменяется вдоль невесомой нити и при прохождении по «идеальному» блоку. Поэтому ее можно определить из условия равновесия груза: именно она уравновешивает действующую на груз силу тяжести: $T = mg \approx 5 \text{ Н}$.

Кубик может начать скользить, когда сдвигающая его сила (горизонтальная компонента силы натяжения нити, равная $mg \cdot \cos(\alpha) = 0,6mg$, сравняется с максимальной величиной силы трения

$$\text{покоя, то есть при } mg \cdot \cos(\alpha) = \mu[Mg - mg \cdot \sin(\alpha)] \Rightarrow m = \frac{\mu M}{\cos(\alpha) + \mu \cdot \sin(\alpha)} = \frac{M}{2} = 800 \text{ г.}$$

Кубик может начать вращаться вокруг правого (по рисунку) нижнего ребра, когда момент силы натяжения нити (плечо которой относительно указанного ребра равно $\sqrt{h^2 + d^2} = 25 \text{ см}$ сравняется с суммарным моментом силы тяжести и силы реакции опоры. Непосредственно перед началом поворота кубик опирается именно на это ребро, так что плечо силы реакции опоры равно нулю, а плечо силы тяжести кубика равно $d/2$. Значит, минимальная масса груза для начала поворота определяется из уравнения

$$mg \cdot \sqrt{h^2 + d^2} = Mg \frac{d}{2} \Rightarrow m = \frac{dM}{2\sqrt{h^2 + d^2}} = \frac{2}{5}M = 640 \text{ г.}$$

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ (для автоматической проверки):

вопрос	ответ участника	балл
1.1	2345	3
	345	2
	45 или 35 или 34	1
1.2	0,4	3
	0,3 или 0,5	1
1.3	0,6	4
	0,5 или 0,7	2
	0,4 или 0,8	1
1.4	306	5
2.1	0	2
2.2	90	4
	88 или 89 или 91 или 92	1
2.3	7	4
	6 или 8	2
3.1	2,4	4
	2,3 или 2,5	1
3.2	3,0 или 3	5
	2,8 или 2,9 или 3,1 или 3,2	3
3.3	0,8	6
	0,2	3
	0,7 или 0,9	1
4.1	5	2
	4 или 6	1
4.2	800	4
	801	2
	400 или 1600	1
4.3	640	4
	641	2
	320 или 1280	1
Максимальная оценка		50

Вариант 3 (10 классы)

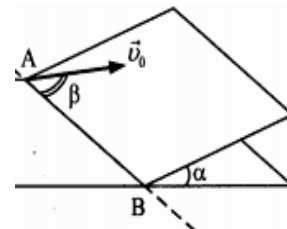
1. Плоскость наклонена под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. На нее аккуратно кладут небольшую шайбу.

1.1. При какой минимальной величине коэффициента трения μ возможно, чтобы шайба осталась неподвижно лежать на плоскости? Ответ запишите с точностью до сотых.

Пусть $\mu = (\sqrt{3}/2) \approx 0,866$. Шайбу запустили вверх вдоль плоскости (против линии «падения воды») со скоростью $v_0 = 3,0$ м/с.

1.2. Найдите путь шайбы до остановки. Ускорение свободного падения можно считать равным 10 м/с^2 . Ответ запишите в см с точностью до целого значения.

В следующий раз ту же шайбу запустили на той же плоскости с той же скорости, но с отклонением от линии падения воды, причем выбрали угол отклонения β таким образом, что она остановилась в точности на той же горизонтали, с которой стартовала.



1.3. Найдите путь шайбы до остановки. Ответ запишите в см с точностью до целого значения.

Возможное решение: Покой тела на шероховатой наклонной плоскости возможен, если $\mu \geq \text{tg}(\alpha)$, и в нашем случае $\mu_{\min} = \text{tg}(\alpha) \approx 0,58$.

При запуске «против линии падения воды» шайба тормозится и соответствующей компонентой силы тяжести $mg \cdot \sin(\alpha)$, и силой трения скольжения, равной $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cdot \cos(\alpha)$, поэтому ее ускорение в проекции на линию движения $a = -g[\sin(\alpha) + \mu \cdot \cos(\alpha)]$. Поэтому тормозной путь шайбы

$$\text{в этом случае } s_1 = \frac{v_0^2}{2|a|} = \frac{v_0^2}{2g[\sin(\alpha) + \mu \cdot \cos(\alpha)]} = \frac{2v_0^2}{5g} \approx 36 \text{ см.}$$

Шайба останавливается в тот момент, когда она теряет всю свою начальную кинетическую энергию за счет работы внешних сил. Так как в данном случае остановка произошла на одной горизонтали с точкой старта, то работа силы тяжести над шайбой равна нулю, и убыль кинетической энергии связана только с работой силы трения скольжения, которая отрицательна и равна взятому со знаком «минус» произведению постоянного модуля этой силы на величину пройденного пути. Таким образом:

$$\mu mg \cdot \cos(\alpha) \cdot s_2 = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow s_2 = \frac{v_0^2}{2\mu g \cdot \cos(\alpha)} = \frac{2v_0^2}{3g} \approx 60 \text{ см.}$$

2. В вертикальном цилиндре высотой 2,00 м находится горизонтальный тонкий массивный поршень, который делит цилиндр на две части и может свободно скользить по нему вверх и вниз. В цилиндр, по обе стороны от поршня помещены одинаковые количества воздуха, который можно считать идеальным газом.

2.1. Определите отношение давлений в нижней и верхней частях цилиндра, если поршень располагается на высоте 50 см от дна цилиндра, а температура в обеих частях цилиндра одинакова. Ответ запишите с точностью до целого значения.

На этой высоте (50 см) поршень располагается при температуре содержимого цилиндра $T_1 = 315$ К. Чтобы поршень поднялся на 2 см от этого уровня, температуру нужно увеличить до $T_2 = 336,7$ К.

2.2. Какой должна стать температура содержимого цилиндра, чтобы поршень поднялся до высоты 60 см над дном цилиндра? Ответ запишите в К с точностью до целого значения.

2.3. На каком расстоянии от дна будет располагаться поршень при температуре $T_1 = 315$ К, если цилиндр перевести в горизонтальное положение? Ответ запишите в см с точностью до целого значения.

Возможное решение: В соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона при одинаковой температуре и одинаковом количестве вещества давление обратно пропорционально объему, так что в указанном положении давление p_1 в нижней части будет в 3 раза больше, чем давление p_2 в верхней части.

Поршень находится в равновесии, если разность сил давления снизу и сверху равна силе тяжести, действующей на поршень, то есть $p_1 S - p_2 S = mg$. Согласно уравнению Менделеева-Клапейрона, для

нижней половины цилиндра $p_1 S = \frac{\nu RT}{h}$, а для верхней $p_2 S = \frac{\nu RT}{H-h}$. Введем переменную $x \equiv h/H$ (где h — высота положения поршня, а H — полная высота цилиндра). Тогда уравнение равновесия можно переписать в виде $\frac{mgH}{\nu RT} = \frac{1-2x}{x(1-x)}$, из которого следует, что, поскольку при температуре T_1

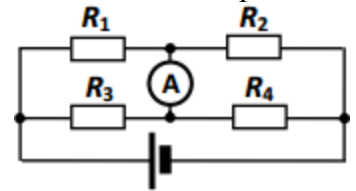
$$x_1 = 0,25, \quad \frac{mgH}{\nu RT_1} = \frac{8}{3}. \quad \text{В соответствии с этим для любой температуры} \quad \frac{8T_1}{3T} = \frac{1-2x}{x(1-x)}, \quad \text{или}$$

$$T = \frac{8T_1}{3} \frac{x(1-x)}{1-2x}. \quad \text{Значит, } x = 0,3 \text{ соответствует } T = 441 \text{ К.}$$

При горизонтальном положении цилиндра давления по разные стороны от поршня должны выровняться, в для этого поршень должен располагаться точно посередине цилиндра (при равных давлении и температуре объемы одинаковых количеств газа должны быть равны). Поэтому в этом случае поршень будет располагаться на расстоянии 100 см от дна.

Отметим, что нам не понадобилась информация о второй точке зависимости $T(x)$, имеющаяся в условии. Ее можно было использовать для другого — более длинного — способа решения, приводящего к такому же ответу.

3. В схеме, показанной на рисунке, сопротивление всех соединительных проводов пренебрежимо мало. При разомкнутой цепи напряжение на клеммах источника равно 12 В. Сопротивления резисторов равны $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$, $R_2 = R_4 = 5 \text{ Ом}$, внутреннее сопротивление источника $r = 1 \text{ Ом}$. Амперметр можно считать идеальным.



3.1. Найдите полное сопротивление пары параллельно соединенных резисторов R_1 и R_3 . Ответ запишите в Ом с точностью до десятых.

3.2. Чему равна сила тока в ветви с источником? Ответ запишите в А с точностью до десятых.

3.3. Какую величину силы тока показывает амперметр? Ответ запишите в А с точностью до десятых.

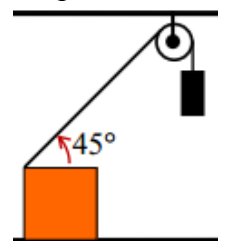
Возможное решение: В соответствии с законами параллельного соединения, $R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 1,5$ Ом.

Аналогично сопротивление второй пары параллельно соединенных резисторов R_2 и R_4 равно 2,5 Ома, и полное сопротивление цепи источника $R = 5 \text{ Ом}$. Поэтому сила тока ветви с источником

$$I = \frac{U_0}{R} = 2,4 \text{ А.}$$

Этот ток делится между резисторами R_2 и R_4 с равными сопротивлениями поровну — по 1,2 А, а между R_1 и R_3 в соотношении 3:1, то есть $I_1 = 1,8 \text{ А}$. Таким образом, сила тока через амперметр $I_A = I_1 - I_2 = 0,6 \text{ А}$.

4. Однородный кубик с массой $M = 2828 \text{ г}$ покоится на горизонтальной поверхности. К середине одного из его верхних ребер прикреплена невесомая нерастяжимая нить, перекинутая через идеальный блок, на другом конце которой подвешен груз массой m (см. рисунок). Наклонный участок нити составляет угол 45° с горизонтом. Коэффициент трения кубика о поверхность $\mu = 1$, ускорение свободного падения можно считать равным 10 м/с^2 . Кубик удерживают на месте, затем аккуратно отпускают.



4.1. Найдите силу натяжения нити в этой системе при массе груза $m = 707 \text{ г}$.

Ответ запишите в Н, с точностью до целого значения.

4.2. При какой минимальной величине массы груза кубик после отпускания может начать скользить по поверхности? Ответ запишите в г с точностью до целого значения.

4.3. При какой минимальной величине массы груза кубик после отпускания может начать вращаться вокруг одного из нижних ребер? Ответ запишите в г с точностью до целого значения.

Возможное решение: Сила натяжения нити не изменяется вдоль невесомой нити и при прохождении по «идеальному» блоку. Поэтому ее можно определить из условия равновесия груза: именно она уравнивает действующую на груз силу тяжести: $T = mg \approx 7 \text{ Н}$.

Кубик может начать скользить, когда сдвигающая его сила (горизонтальная компонента силы натяжения нити, равная $mg \cdot \cos(\alpha)$), сравнивается с максимальной величиной силы трения покоя, то

$$\text{есть при } mg \cdot \cos(\alpha) = \mu[Mg - mg \cdot \sin(\alpha)] \Rightarrow m = \frac{\mu M}{\cos(\alpha) + \mu \cdot \sin(\alpha)} = \frac{M}{\sqrt{2}} \approx 2000 \text{ г.}$$

Кубик может начать вращаться вокруг правого (по рисунку) нижнего ребра, когда момент силы натяжения нити (плечо которой относительно указанного ребра равно $a\sqrt{2}$, где a – длина ребра кубика) сравнивается с суммарным моментом силы тяжести и силы реакции опоры. Непосредственно перед началом поворота кубик опирается именно на это ребро, так что плечо силы реакции опоры равно нулю, а плечо силы тяжести кубика равно $a/2$. Значит, минимальная масса груза для начала поворота определяется из уравнения

$$mg \cdot a\sqrt{2} = Mg \frac{a}{2} \Rightarrow m = \frac{M}{2\sqrt{2}} \approx 1000 \text{ г.}$$

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ (для автоматической проверки):

вопрос	ответ участника	балл
1.1	0,58	3
	0,57	2
	0,56 или 0,58	1
1.2	36	5
	35 или 37	3
	34 или 38	1
1.3	60	7
	59 или 61	4
	58 или 62	2
2.1	3	3
2.2	441	4
	323 или 324	1
2.3	100	3
3.1	1,5	4
	1,4 или 1,6	1
3.2	2,4	5
	2,2 или 2,3 или 2,5 или 2,6	3
3.3	0,6	6
	0,5 или 0,7	3
	0,4 или 0,8	1

4.1	7	2
	4 или 6	1
4.2	2000	4
	1999	2
	1414 или 2828	1
4.3	1000	4
	999	2
	1414 или 2000	1
Максимальная оценка		50

Вариант 7 (10 классы)

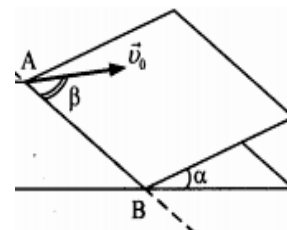
1. Плоскость наклонена под углом $\alpha = \arcsin(0,6) \approx 36,9^\circ$ к горизонту. На нее аккуратно кладут небольшую шайбу.

1.1. При какой минимальной величине коэффициента трения μ возможно, чтобы шайба осталась неподвижно лежать на плоскости? Ответ запишите с точностью до сотых.

Пусть $\mu = 0,85$. Шайбу запустили вверх вдоль плоскости (против линии «падения воды») со скоростью $v_0 = 3,2$ м/с.

1.2. Найдите путь шайбы до остановки. Ускорение свободного падения можно считать равным 10 м/с². Ответ запишите в см с точностью до целого значения.

В следующий раз ту же шайбу запустили на той же плоскости с той же скоростью, но с отклонением от линии падения воды, причем выбрали угол отклонения β таким образом, что она остановилась в точности на той же горизонтали, с которой стартовала.



1.3. Найдите путь шайбы до остановки. Ответ запишите в см с точностью до целого значения.

Возможное решение: Покой тела на шероховатой наклонной плоскости возможен, если $\mu \geq \tan(\alpha)$, и в нашем случае $\mu_{\min} = \tan(\alpha) \approx 0,75$.

При запуске «против линии падения воды» шайба тормозится и соответствующей компонентой силы тяжести $mg \cdot \sin(\alpha)$, и силой трения скольжения, равной $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cdot \cos(\alpha)$, поэтому ее ускорение в проекции на линию движения $a = -g[\sin(\alpha) + \mu \cdot \cos(\alpha)]$. Поэтому тормозной путь шайбы

$$\text{в этом случае } s_1 = \frac{v_0^2}{2|a|} = \frac{v_0^2}{2g[\sin(\alpha) + \mu \cdot \cos(\alpha)]} = 40 \text{ см.}$$

Шайба останавливается в тот момент, когда она теряет всю свою начальную кинетическую энергию за счет работы внешних сил. Так как в данном случае остановка произошла на одной горизонтали с точкой старта, то работа силы тяжести над шайбой равна нулю, и убыль кинетической энергии связана только с работой силы трения скольжения, которая отрицательна и равна взятому со знаком «минус» произведению постоянного модуля этой силы на величину пройденного пути. Таким образом:

$$\mu mg \cdot \cos(\alpha) \cdot s_2 = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow s_2 = \frac{v_0^2}{2\mu g \cdot \cos(\alpha)} \approx 75 \text{ см.}$$

2. В вертикальном цилиндре высотой $2,00$ м находится горизонтальный тонкий массивный поршень, который делит цилиндр на две части и может свободно скользить по нему вверх и вниз. В цилиндр, по обе стороны от поршня помещены одинаковые количества воздуха, который можно считать идеальным газом.

2.1. Определите отношение давлений в нижней и верхней частях цилиндра, если поршень располагается на высоте 50 см от дна цилиндра, а температура в обеих частях цилиндра одинакова. Ответ запишите с точностью до целого значения.

На этой высоте (50 см) поршень располагается при температуре содержимого цилиндра $T_1 = 315$ К. Чтобы поршень поднялся на 2 см от этого уровня, температуру нужно увеличить до $T_2 = 336,7$ К.

2.2. Какой должна стать температура содержимого цилиндра, чтобы поршень поднялся до высоты 60 см над дном цилиндра? Ответ запишите в К с точностью до целого значения..

2.3. На каком расстоянии от дна будет располагаться поршень при температуре $T_1 = 315$ К, если цилиндр перевести в горизонтальное положение? Ответ запишите в см с точностью до целого значения.

Возможное решение: В соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона при одинаковой температуре и одинаковом количестве вещества давление обратно пропорционально объему, так что в указанном положении давление p_1 в нижней части будет в 3 раза больше, чем давление p_2 в верхней части.

Поршень находится в равновесии, если разность сил давления снизу и сверху равна силе тяжести, действующей на поршень, то есть $p_1 S - p_2 S = mg$. Согласно уравнению Менделеева-Клапейрона, для

нижней половины цилиндра $p_1 S = \frac{\nu RT}{h}$, а для верхней $p_2 S = \frac{\nu RT}{H - h}$. Введем переменную $x \equiv h/H$ (где h — высота положения поршня, а H — полная высота цилиндра). Тогда уравнение равновесия

можно переписать в виде $\frac{mgH}{\nu RT} = \frac{1 - 2x}{x(1 - x)}$, из которого следует, что, поскольку при температуре T_1

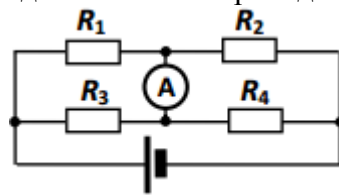
$x_1 = 0,25$, $\frac{mgH}{\nu RT_1} = \frac{8}{3}$. В соответствии с этим для любой температуры $\frac{8T_1}{3T} = \frac{1 - 2x}{x(1 - x)}$, или

$T = \frac{8T_1}{3} \frac{x(1 - x)}{1 - 2x}$. Значит, $x = 0,3$ соответствует $T = 441$ К.

При горизонтальном положении цилиндра давления по разные стороны от поршня должны выровняться, в для этого поршень должен располагаться точно посередине цилиндра (при равных давлении и температуре объемы одинаковых количеств газа должны быть равны). Поэтому в этом случае поршень будет располагаться на расстоянии 100 см от дна.

Отметим, что нам не понадобилась информация о второй точке зависимости $T(x)$, имеющаяся в условии. Ее можно было использовать для другого — более длинного — способа решения, приводящего к такому же ответу.

3. В схеме, показанной на рисунке, сопротивление всех соединительных проводов пренебрежимо мало. При разомкнутой цепи напряжение на клеммах источника равно 12 В. Сопротивления резисторов равны $R_1 = 4$ Ом, $R_3 = 8$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_4 = 5$ Ом, внутреннее сопротивление источника $r = 2$ Ом. Амперметр можно считать идеальным.



3.1. Найдите полное сопротивление пары параллельно соединенных резисторов R_1 и R_3 . Ответ запишите в Ом с точностью до сотых.

3.2. Чему равна сила тока в ветви с источником? Ответ запишите в А с точностью до десятых.

3.3. Какую величину силы тока показывает амперметр? Ответ запишите в А с точностью до десятых.

Возможное решение: В соответствии с законами параллельного соединения,

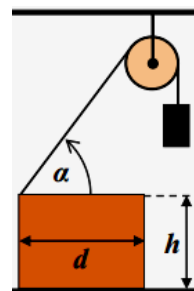
$$R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 2 \frac{2}{3} \text{ Ом} \approx 2,67 \text{ Ом}.$$

Аналогично сопротивление второй пары параллельно соединенных резисторов R_2 и R_4 равно $3 \frac{1}{3}$ Ома, и полное сопротивление цепи источника $R = 8$ Ом. Поэтому сила тока ветви с источником

$$I = \frac{U_0}{R} = 1,5 \text{ А}.$$

Этот ток делится между резисторами R_2 и R_4 в отношении 1:2, и $I_2 = 0,5$ А, а между R_1 и R_3 в соотношении 2:1, и $I_1 = 1,0$ А. Таким образом, сила тока через амперметр $I_A = I_1 - I_2 = 0,5$ А.

4. Однородный брусок с массой $M = 1600$ г, ширина которого равна $d = 20$ см, а высота $h = 15$ см, покоится на горизонтальной поверхности. К середине одного из его верхних ребер прикреплена невесомая нерастяжимая нить, перекинутая через идеальный блок, на другом конце которой подвешен груз массой m (см. рисунок). Наклонный участок нити составляет угол, в точности равный $\alpha = \arcsin(0,8) \approx 53^\circ$ с горизонтом. Коэффициент трения бруска о поверхность $\mu = 0,5$, ускорение свободного падения можно считать равным 10 м/с^2 . Кубик удерживают на месте, затем аккуратно отпускают.



- 4.1. Найдите силу натяжения нити в этой системе при массе груза $m = 500$ г. Ответ запишите в Н, с точностью до целого значения.
- 4.2. При какой минимальной величине массы груза брусок после отпускания может начать скользить по поверхности? Ответ запишите в г с точностью до целого значения.
- 4.3. При какой минимальной величине массы груза брусок после отпускания может начать вращаться вокруг одного из нижних ребер? Ответ запишите в г с точностью до целого значения.

Возможное решение: Сила натяжения нити не изменяется вдоль невесомой нити и при прохождении по «идеальному» блоку. Поэтому ее можно определить из условия равновесия груза: именно она уравнивает действующую на груз силу тяжести: $T = mg \approx 5 \text{ Н}$.

Кубик может начать скользить, когда сдвигающая его сила (горизонтальная компонента силы натяжения нити, равная $mg \cdot \cos(\alpha) = 0,6mg$, сравняется с максимальной величиной силы трения

покоя, то есть при $mg \cdot \cos(\alpha) = \mu[Mg - mg \cdot \sin(\alpha)] \Rightarrow m = \frac{\mu M}{\cos(\alpha) + \mu \cdot \sin(\alpha)} = \frac{M}{2} = 800 \text{ г}$.

Кубик может начать вращаться вокруг правого (по рисунку) нижнего ребра, когда момент силы натяжения нити (плечо которой относительно указанного ребра равно $\sqrt{h^2 + d^2} = 25$ см сравняется с суммарным моментом силы тяжести и силы реакции опоры. Непосредственно перед началом поворота кубик опирается именно на это ребро, так что плечо силы реакции опоры равно нулю, а плечо силы тяжести кубика равно $d/2$. Значит, минимальная масса груза для начала поворота определяется из уравнения

$$mg \cdot \sqrt{h^2 + d^2} = Mg \frac{d}{2} \Rightarrow m = \frac{dM}{2\sqrt{h^2 + d^2}} = \frac{2}{5} M = 640 \text{ г}.$$

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ (для автоматической проверки):

вопрос	ответ участника	балл
1.1	0,75	3
	0,76	2
	0,74 или 0,77	1
1.2	40	5
	39 или 41	3
	38 или 42	1
1.3	75	7
	74 или 76	4
	73 или 77	2
2.1	3	3
2.2	441	4
	323 или 324	1

2.3	100	3
3.1	2,67	4
	2,66 или 2,7	1
3.2	1,5	5
	1,3 или 1,4 или 1,6 или 1,7	3
3.3	0,5	6
	0,4 или 0,6	3
	0,3 или 0,7	1
4.1	5	2
	4 или 6	1
4.2	800	4
	801	2
	400 или 1600	1
4.3	640	4
	641	2
	320 или 1280	1
Максимальная оценка		50