

Задание 1:

Вопрос: Роботу на трассе необходимо преодолеть препятствие в виде несимметричной горки: длина спуска в 4 раза больше, чем длина подъема. В первой попытке робот тратит на подъем 45 с, а спуск 80 с. Во второй попытке он может изменить скорости подъема и спуска, но только таким образом, чтобы их произведение осталось неизменным. Во сколько раз нужно изменить скорость спуска, чтобы средняя скорость робота при прохождении горки была максимальна?

Задача: Две модели машин едут по одной и той же круговой трассе с постоянными по величине скоростями. Первая проезжает трассу время $t_1 = 90$ с, и при этом ее каждые $T = 3$ мин обгоняет вторая. На одном из кругов вторая модель, в очередной раз догнав первую, вместо обгона резко развернулась и поехала по той же трассе в другую сторону. Через какое время после этого модели встретились?

Ответ на вопрос: Пусть L – длина пути подъема. Тогда длина дороги на спуске равна $4L$. Обозначим скорость на подъеме в первой попытке v . Тогда его скорость на спуске равна

$v' = \frac{4 \cdot 45v}{80} = \frac{4}{9}v$. Во второй попытке скорость на подъеме $\frac{v}{k}$, а на спуске $\frac{9}{4}kv$. Значит, время

преодоления оврага станет равно $t = \frac{kL}{v} + \frac{16L}{9kv} = \frac{4L}{3v} \left(\frac{3k}{4} + \frac{4}{3k} \right)$. С помощью очевидного

неравенства $(x-1)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 1 \geq 2x$ можно доказать, что при любом x справедливо

неравенство $x + \frac{1}{x} \geq 2$, причем равенство (то есть минимальное значение этого выражения)

достигается при $x=1$. Поэтому минимальное время преодоления оврага (а значит, максимальная величина средней скорости) достигается при $k = 4/3$. Значит, скорость на спуске нужно увеличить в $k = 4/3$ раза.

Решение задачи: Пусть L – длина круга, $v_{1,2}$ – скорости первой и второй модели соответственно. Тогда $L = v_1 t_1 = (v_2 - v_1)T$. Из этого соотношения находим, что $v_2 = \frac{T + t_1}{T} v_1$.

После разворота второй модели до встречи моделям вместе нужно проехать путь L , то есть искомое время $t = \frac{L}{v_1 + v_2} = \frac{T}{2T + t_1} \frac{L}{v_1} = \frac{t_1 T}{2T + t_1} = 36$ с.

Задание 2:

Вопрос: Воду из холодильника налили в стакан с закрывающейся крышкой, закрыли крышку, и внесли в помещение с температурой $+60^\circ\text{C}$. За 30 с вода нагрелась от 10°C до 11°C . За какое примерно время вода нагреется от 25°C до 26°C ? Ответ объясните.

Задача: В тонкостенную металлическую кастрюлю налили воду с температурой $+2^\circ\text{C}$, закрыли крышкой и поставили ее в морозильную камеру, в которой поддерживалась температура ниже -35°C . Через 2 минуты вода в кастрюле начала замерзать. Какая часть массы воды (в процентах) превратится в лед за 20 минут после этого? Удельная теплоемкость воды $c \approx 4,2$ Дж/(г $\cdot^\circ\text{C}$), удельная теплота плавления льда $\lambda \approx 336$ Дж/г.

Ответ на вопрос: Скорость остывания (вместе с потоком тепла от горячего камня) пропорциональна разности температур камня и окружающей среды. Поэтому во втором случае эта скорость уменьшилась в $\frac{50}{35} = \frac{10}{7}$ раза, и на нагрев уйдет примерно во столько же раз большее время, то есть примерно 43 с.

Решение задачи: Пусть n – искомая доля льда. Во время замерзания льда тепло, поступающее в кастрюлю, шло только на это отвердевание, то есть $20Q_1 = \lambda \cdot nm$ (здесь Q_1 – количество теплоты, уходящее из кастрюли за 1 мин, а m – масса снега). Аналогично $Q_1 = cm\Delta t$. Так как разность температур с окружающей средой почти не изменилась, то и Q_1 не изменилось.

Разделив эти соотношения друг на друга, найдем: $n = \frac{20c\Delta t}{\lambda} = 0,5$. Итак, масса льда составит 05% от начальной массы воды.

Задание 3:

Вопрос: Два вольтметра подключили к аккумулятору с внутренним сопротивлением 5 Ом последовательно, и они оба показали напряжение 20,0 В. Затем их подключили к этому же аккумулятору параллельно, и они оба показали напряжение 39,9 В. Чему равно внутреннее сопротивление этих вольтметров?

Задача: Нагревательный элемент подключили к аккумулятору. Мощность тепловыделения в нагревательном элементе составила $P_0 = 900$ Вт. Затем его подключили к этому же аккумулятору последовательно с двумя одинаковыми резисторами. Мощность понизилась до $P_2 = 225$ Вт. Какой станет мощность тепловыделения в нагревательном элементе, если его подключить к этому же аккумулятору последовательно с одним из этих резисторов?

Ответ на вопрос: Ясно, что внутренние сопротивления вольтметров R одинаковы. При последовательном подключении к источнику с ЭДС (напряжением, создаваемым на клеммах при разомкнутой цепи) E и внутренним сопротивлением r напряжение на одном вольтметре

$$U = \frac{ER}{r+2R}. \text{ При параллельном } U' = \frac{ER}{2r+R}. \text{ Поэтому } \frac{U}{U'} = \frac{200}{399} = \frac{2r+R}{r+2R} \Rightarrow R = 598r = 2,99 \text{ кОм.}$$

Решение задачи: При подключении нагревательного элемента к источнику с ЭДС (напряжением, создаваемым на клеммах при разомкнутой цепи) E и внутренним сопротивлением r последовательно с n резисторами сила тока в нем $I = \frac{E}{r+R_H+nR}$. Поэтому

$$\text{мощность тепловыделения } P_n = I^2 R_H = \frac{E^2 R_H}{(r+R_H+nR)^2}. \text{ Удобно изучать более простую}$$

$$\text{зависимость } \frac{1}{\sqrt{P_n}} = \frac{r+R_H}{E\sqrt{R_H}} + n \frac{R}{E\sqrt{R_H}}. \text{ Тогда из уравнений } \frac{1}{\sqrt{P_0}} = \frac{r+R_H}{E\sqrt{R_H}} \text{ и}$$

$$\frac{1}{\sqrt{P_2}} = \frac{r+R_H}{E\sqrt{R_H}} + 2 \frac{R}{E\sqrt{R_H}} \text{ найдем, что } \frac{1}{\sqrt{P_2}} - \frac{1}{\sqrt{P_0}} = 2 \frac{R}{E\sqrt{R_H}}. \text{ Затем из уравнения}$$

$$\frac{1}{\sqrt{P_1}} = \frac{r+R_H}{E\sqrt{R_H}} + \frac{R}{E\sqrt{R_H}} \text{ получим } \frac{1}{\sqrt{P_2}} - \frac{1}{\sqrt{P_1}} = \frac{R}{E\sqrt{R_H}} = \frac{1}{2\sqrt{P_2}} - \frac{1}{2\sqrt{P_0}}, \text{ откуда}$$

$$P_1 = \frac{4P_0 P_2}{(\sqrt{P_0} + \sqrt{P_2})^2} = 400 \text{ Вт.}$$

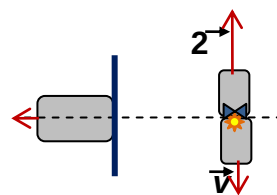
Задание 4:

Вопрос: Человек с зеркалом стоит рядом с очень глубоким узким вертикальным колодцем и держит в руках зеркало. Расположив зеркало над колодцем, он направляет солнечного «зайчика» на дно колодца. Найдите высоту Солнца над горизонтом, если плоскость его зеркала повернута на 15° от вертикали.

Задача: Три робота расположены на площадке таким образом, что два из них стоят вплотную друг

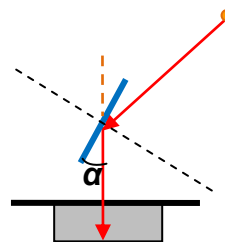
к другу, а третий – неподалеку (см. рисунок). На стоящих вплотную роботах размещены небольшая лампочка и фотодатчик (оказавшиеся «совсем рядом»), а на третьем – плоское зеркало шириной $l = 80$ см. Середина зеркала находится точно напротив лампочки и фотодатчика на расстоянии $l = 80$ см от них. В некоторый момент времени робот с лампочкой начинает двигаться перпендикулярно линии, соединяющей лампочку с центром зеркала в одну сторону, робот с фотодатчиком в

тот же момент начинает двигаться в противоположную сторону, а робот с зеркалом – удаляться от них обоих в перпендикулярном направлении. Скорость робота с лампочкой примерно

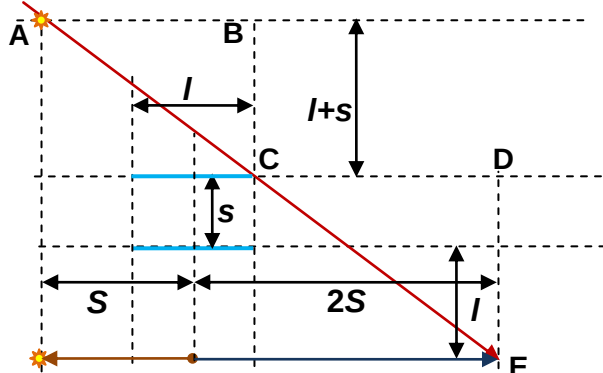


постоянна и равна $v = 0,1 \text{ м/с}$, а скорость робота с фотодатчиком (который всегда ориентирован в сторону зеркала и «видит» его целиком) в два раза выше. В течении какого времени после старта фотодатчик принимает свет от лампочки? Временем разгона роботов пренебречь.

Ответ на вопрос: Как нетрудно увидеть из построения, для направления лучей от Солнца вертикально вниз после отражения от зеркала, высота Солнца над горизонтом должна составлять $90^\circ - 2\alpha = 60^\circ$.



Решение задачи: Изобразим крайнее положение роботов, когда лучи от лампочки, отражаясь от зеркала, еще достигают фотодатчика: в следующее мгновение «освещенная зона», границы которой



вместе с лампочкой движутся медленнее, чем фотодатчик, окончательно «отстанет» от него. Как видно, независимо от величины смещения зеркала, треугольники ABC и CDE должны быть одинаковы, поэтому $2vt - \frac{l}{2} = vt + \frac{l}{2} \Rightarrow t = \frac{l}{v} = 8 \text{ с}$.

МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ СОРЕВНОВАНИЙ (ФИНАЛЬНЫЙ ТУР)

Упражнение 1: РобоЭкспедитор

Условия состязания

За отведенное время робот должен преодолеть трассу из зоны СТАРТ в зону ФИНИШ и выполнить задания с расставленными объектами на трассе: подсчитать количество кубиков определенного цвета, собрать их и разместить в зоне ГРУЗ, кубики не соответствующего цвета переместить в зону СКЛАД, а цилиндры переместить в зону ОТХОДЫ.

Игровое поле

1. Поле – белое основание с черной линией траектории шириной 16-20 мм. Поле разделено на четыре зоны: зона СТАРТ, зона ГРУЗ, которая в свою очередь является и зоной ФИНИШ, зона ОТХОДЫ, зона СКЛАД. На черной линии располагаются метки для размещения кубиков или цилиндров в виде круга диаметром 66 мм наложенного на квадрат со сторонами 50x50 мм (центр круга и квадрата совпадают). Границы зон СКЛАД и ОТХОДЫ вдоль траектории обозначены тонкой черной линией.
2. Зона СТАРТ размером 250x250 мм.
3. Цилиндр – диаметр 66 мм, высота не более 125 мм, вес не более 20 грамм, обозначает отходы. Цвета цилиндров определяются в день соревнований. Возможные цвета: белый, черный.