

10-11 классы, подготовка к теоретическому туру

олимпиады школьников «Робофест» по физике

Теоретический обзор к занятию 4 (27.01.2018).

Тема: «ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. СОУДАРЕНИЯ.»

Наиболее прямым методом изучения движения тел является решение уравнений движения, следующих из основных законов механики – законов Ньютона. Для многих физических систем можно «частично» решить эти уравнения в общем виде, определив с их помощью величины, зависящие от скоростей и координат тел, которые **остаются неизменными** в процессе движения системы. Таким образом строятся **законы сохранения**. Для разных физических систем можно получать различные законы сохранения. Самые часто используемые из них – законы сохранения полной механической энергии и импульса. В предыдущем занятии мы уже разбирали закон сохранения полной механической энергии. На его примере следует обратить внимание, что при использовании законов сохранения очень важно понимать **условия**, при соблюдении которых эти законы **действуют**. В случае закона сохранения энергии это условие равенства нулю работы сил, способных изменить механическую энергию системы (диссипативных сил, переводящих энергию в немеханические формы или сил взаимодействия с внешними телами, с которыми наша система обменивается энергией). Рассмотрим теперь более подробно **закон сохранения импульса**.

В первую очередь следует разделить силы, действующие в механической системе, на *внутренние* (обусловленные взаимодействием тел этой системы) и *внешние* (взаимодействием с объектами, не включенными в рассматриваемую систему). Если сумма внешних сил, действующих на механическую систему, равна нулю, то такая система называется *замкнутой*. Именно для таких систем применим закон сохранения:

Полный импульс замкнутой механической системы остается неизменным в процессе движения: $\vec{p}_{нач} = \vec{p}_{кон}$.

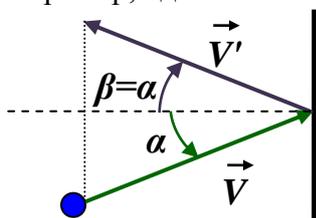
Здесь под «полным импульсом» подразумевается векторная сумма импульсов всех тел системы. При доказательстве этого утверждения можно заметить его тесную связь с третьим законом Ньютона. В самом деле, изменение импульса тела за время Δt можно связать с «импульсом силы»: $\Delta \vec{p} = m \cdot \Delta \vec{v} = \vec{F} \cdot \Delta t$, поэтому изменение полного импульса для простейшей замкнутой системы, состоящей из двух тел, взаимодействующих только между собой, равно $\Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2 = (\vec{F}_{21} + \vec{F}_{12}) \cdot \Delta t = 0$, так как по третьему закону Ньютона силы, с которыми тела действуют друг на друга, равны по величине и противоположны по направлению. Аналогично и для замкнутой системы из большего числа тел изменение импульса определяется суммой всех внутренних сил, которую можно разбить на пары сил, с которыми тела действуют друг на друга, и поэтому изменение полного импульса будет равно нулю. Следует отметить, что встречаются ситуации, когда система является замкнутой только в проекции на какое-либо направление – например, если равна нулю только x -проекция суммы внешних сил. Тогда сохраняется только соответствующая проекция полного импульса.

Наконец, закон сохранения импульса может быть применен для незамкнутых систем при описании «мгновенных» изменений. Например, при рассмотрении соударения двух жестких упругих шаров, летевших по параболическим траекториям в поле тяжести, можно считать, что соударение произойдет за очень короткое время. При этом изменение импульсов тел за это малое время обусловлено в основном именно силами реакции шаров, с которыми они действуют друг на друга в процессе соударения. Импульс внешней по отношению к шарам силы – силы тяжести – за малое время соударения очень мал (сила тяжести действует постоянно и существенно влияет на движение шаров до и после соударения, но в течение краткого времени соударения она много меньше сил взаимодействия шаров). Поэтому для определения результатов соударения можно с хорошей точностью использовать закон сохранения импульса.

Законы сохранения особенно удобно применять в задачах, в которых не нужно находить законы движения тел, а требуется найти связь между скоростями тел до и после некоторых процессов, в которых они быстро изменяются. Это в первую очередь задачи о *соударениях* тел. Так мы будем называть задачи о взаимодействии тел при столкновениях, происходящих за очень малое время, позволяющее пренебрегать влиянием всех сил, кроме сил реакции между телами, участвующими в столкновениях. Рассмотрим различные типы соударений тел, которые встречаются в школьных задачах. При описании соударений важно обращать внимание на два основных обстоятельства. Первое – можно ли для этого соударения использовать закон сохранения механической энергии. Второе – какова **геометрия** соударения. В это понятие включают информацию о линиях, по которым движутся тела до удара (так и будем их называть – *линии движения*). Если в выбранной системе отсчета одно из тел покоится (в этом случае его часто называют «мишенью»), то линия движения другого – это *линия относительного движения*. Кроме того, для описания геометрии соударения необходимо обратить внимание на *линию удара*. Так называют линию действия сил реакции \vec{F}_{12} и \vec{F}_{21} , возникающих во время соударения; для гладких тел ее можно построить как прямую, проходящую через точку касания соударяющихся тел и перпендикулярную плоскости соприкосновения. Итак, будем разделять соударения на группы:

- **упругие** и **неупругие** соударения – по отношению к закону сохранения механической энергии. Упругие соударения – такие, в которых потери механической энергии пренебрежимо малы (идеализированные соударения, в которых такие потери отсутствуют полностью, называют **абсолютно упругими**). Если потери механической энергии есть, то соударения называют неупругими. **Абсолютно неупругими** называют столкновения, в которых потери механической энергии – *максимально возможные* для данных сталкивающихся тел. При абсолютно неупругом соударении относительное движение тел прекращается – например, тела «слипаются» и движутся вместе после соударения.
- **центральные** и **нецентральные** соударения – по положению соударяющихся тел по отношению к линии удара. Центральным называют соударение, при котором линия удара проходит через центры масс тел. Главное отличие центральных соударений от нецентральных состоит в том, что при нецентральных силы реакции имеют ненулевой момент относительно центров масс тел, и поэтому изменяют угловые скорости вращения тел. Например, поступательно движущиеся тела после нецентрального соударения начнут вращаться, если нет внешней причины, препятствующей их вращению. Отметим важную роль условия гладкости тел при анализе центральности соударения. При соударениях шероховатых тел полная сила их взаимодействия состоит из силы нормальной реакции и силы трения. Поэтому линия действия сил не перпендикулярна плоскости соприкосновения. Например, соударение гладких однородных шаров всегда является центральным, и поэтому они сохраняют поступательный характер движения при соударении. Соударения же шероховатых однородных шаров чаще всего являются нецентральными, и они начинают вращаться после соударения.
- **лобовые** соударения и **косые** удары – по ориентации линий движения тел по отношению к линии удара. Лобовым называют соударения, в которых тела до и после соударения движутся поступательно вдоль линии удара. В системе отсчета, связанной с одним из сталкивающихся тел («мишенью»), можно ввести специальную величину, характеризующую отклонение столкновения от лобового – **прицельный параметр**. Так называют расстояние между линией движения налетающего тела и линией движения (для него же), которая соответствовала бы лобовому соударению.

Важно для каждого соударения понять, какие законы и соотношения можно использовать. Например, одни из самых простых задач – это задачи об ударах небольших тел о тело столь



массивное, что изменением его движения можно пренебречь (о «стене»). Их удобно (и даже необходимо) решать в системе отсчета, связанной со «стеной». Например, при упругом соударении перпендикулярная «стене» составляющая скорости ударяющегося тела просто меняет свое направление на противоположное (не изменяя величины). Если «стена» является

гладкой, то благодаря отсутствию продольных сил, действующих на тело во время удара, проекция импульса тела на «стену» остается неизменной. Поэтому при упругом ударе о гладкую покоящуюся стену **угол падения** тела всегда равен **углу отражения**.

Другой пример несложных задач – задачи об абсолютно неупругих соударениях. В этом случае, конечно, **нельзя** использовать закон сохранения механической энергии. Но, поскольку в конечном состоянии (после «слипания») тела движутся с одинаковой скоростью, то одного закона сохранения импульса обычно достаточно для полного анализа произошедшего.

Обычно в школьных задачах рассматриваются эти два типа соударений и также упругие центральные соударения, в которых тела до и после удара движутся поступательно, и в решении используются вместе закон сохранения импульса и закон сохранения энергии. В этих случаях можно предложить следующую «общую схему» решения «простых» задач о соударениях:

Шаг 0: Анализ «энергетики» и геометрии соударения.

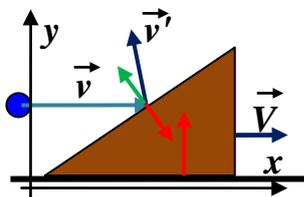
Шаг 1: Определение типа соударения. Выбор СО и СК, обеспечивающий наиболее простое описание соударения и определение законов сохранения, которые можно использовать в данном случае.

Шаг 2: Записать в выбранных координатах формулы, выражающие нужные законы сохранения.

Шаг 3: Записать через те же величины заданную в условии дополнительно информацию (геометрические соотношения, связь скоростей тел и т.д.).

Шаг 4: Из записанных соотношений выразить искомую величину.

Однако встречаются и более сложные случаи, когда одних законов сохранения недостаточно. Чаще всего это происходит, когда действие сил реакции приводит к частичному или полному нарушению этих законов. Например, сила реакции внешнего тела нарушает закон сохранения



проекции импульса сталкивающихся тел на ось, направленную вдоль линии действия этой силы. На рисунке показано столкновение шарика с гладким клином, лежащим на гладкой поверхности. При ударе в этой системе действуют не только «большие» внутренние силы (силы взаимодействия между клином и шариком, направленные перпендикулярно поверхности клина), но и «большая» внешняя сила – это сила реакции поверхности опоры, действующая на клин и направленная вертикально. Поэтому для системы «шарик + клин» справедлив только закон сохранения горизонтальной компоненты импульса (и, конечно, закон сохранения энергии – диссипативных сил нет, а работа силы реакции опоры над клином равна нулю).

Другой пример - когда наличие трения скольжения между сталкивающимися телами приводит к нарушению закона сохранения энергии. Во всех этих случаях у нас количество независимых уравнений уменьшается, и для решения таких задач нам необходимо найти «замену» уравнениям, которые «перестали работать». Это могут быть законы сохранения, возникающие для отдельных тел системы (в задаче с ударом шарика о гладкий клин это может быть закон сохранения проекции импульса шарика на наклонную поверхность клина – он возникает благодаря тому, что действующая на шарик во время удара сила направлена перпендикулярно этой поверхности). Иногда оказывается удобным вместо «пропавшего» закона сохранения использовать закон изменения (импульса или энергии). Например, в задаче с шариком и клином изменение проекции импульса системы на ось y связано с импульсом силы реакции опоры: $mv'_y = N\Delta t$, где Δt – длительность удара, а N – средняя величина этой силы. В то же время, если после удара клин не «подскакивает», то эта сила должна быть уравновешена вертикальной компонентой силы F , действующей на клин со стороны шарика ($F \cos \alpha = N$, где α – угол наклона поверхности клина). Импульс силы F связан с изменением проекции импульса шарика на ось, перпендикулярную наклонной поверхности клина, и система этих соотношений позволит нам получить дополнительное соотношение, связывающее конечные и начальные скорости.