

**7-9 классы, подготовка к теоретическому туру
олимпиады школьников «Робофест» по физике**

Задачи к итоговому занятию основного курса 2022/23 учебного года.

Тема: «ПОДГОТОВКА К ТЕОРЕТИЧЕСКОМУ ТУРУ ФИНАЛЬНОГО ЭТАПА».

Задание 1.1.

У полусферической лунки с вертикальной осью симметрии гладкие стенки. Маленькую шайбу отпускают без начальной скорости от края этой лунки. Найдите ускорение шайбы при прохождении самой нижней точки лунки. Ускорение свободного падения считайте равным $g \approx 10 \text{ м/с}^2$. Ответ запишите в м/с^2 , с точностью до целого значения, без указания единиц измерения.

Подсказка 1: В процессе скатывания шайбы по стенке лунки ее потенциальная энергия в поле тяжести будет переходить в кинетическую энергию: $mg(R-h) = \frac{mv^2}{2}$, где R – радиус лунки, и h – высота шайбы над нижней точкой лунки.

Подсказка 2: В самой нижней точке скорость шайбы достигает максимума, и поэтому касательное ускорение шайбы равно нулю, и у нее есть только центростремительная компонента ускорения.

Решение:

В процессе скатывания шайбы по стенке лунки ее потенциальная энергия в поле тяжести будет переходить в кинетическую энергию: $mg(R-h) = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v^2(h) = 2g(R-h)$, где R – радиус лунки, и h – высота шайбы над нижней точкой лунки. Следовательно, в нижней точке лунки $v^2(0) = 2gR$. В этой точке скорость шайбы достигает максимума, и поэтому касательное ускорение шайбы равно нулю, и у нее есть только центростремительная компонента ускорения $|\vec{a}| = \frac{v^2(0)}{R} = 2g \approx 20 \text{ м/с}^2$.

ОТВЕТ: 20.

Задание 1.2

У полусферической лунки с вертикальной осью симметрии гладкие стенки. Маленькую шайбу с массой $m = 141 \text{ г}$ отпускают без начальной скорости от края этой лунки. С какой силой шайба будет давить на поверхность полусферы при прохождении точки, радиус которой наклонен под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту? Ответ запишите в ньютонах, с точностью до десятых, без указания единиц измерения.

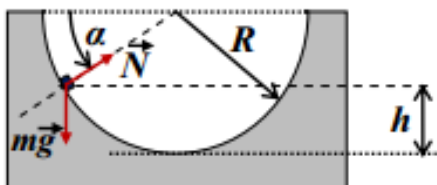
Подсказка 1: Как и в предыдущем задании, $v^2(h) = 2g(R-h)$.

Подсказка 2: В точке, радиус которой наклонен под углом α к горизонту, $R-h = R\sin(\alpha)$, и центростремительная компонента ускорения $a_n = \frac{v^2}{R} = 2g\sin(\alpha)$.

Подсказка 3: Из уравнения движения следует, что $ma_n = 2mg\sin(\alpha) = N - mg \cdot \sin(\alpha)$, где N – сила нормальной реакции, действующая на шайбу со стороны поверхности лунки.

Решение:

В начале, как и в предыдущем задании, найдем, что $v^2(h) = 2g(R-h)$, где R – радиус лунки, и h – высота шайбы над нижней точкой лунки. В точке, радиус которой наклонен под углом α к горизонту, $R-h = R\sin(\alpha)$, и центростремительная компонента ускорения $a_n = \frac{v^2}{R} = 2g\sin(\alpha)$. С другой стороны, из уравнения движения следует, что $ma_n = 2mg\sin(\alpha) = N - mg \cdot \sin(\alpha)$, где N – сила нормальной реакции, действующая на шайбу со стороны поверхности лунки. Как видно, $N = 3mg \cdot \sin(\alpha)$, а по III закону Ньютона она равна по величине искомой силы, с которой шайба давит на поверхность полусферы. Итак, $F = 3mg \cdot \sin(\alpha) \approx 3,0 \text{ Н}$.



ОТВЕТ: 3,0.

Задание 2.1

В цилиндрический бассейн через множество отверстий в стенках медленными струями подается теплая вода с температурой 36°C . Известно, что за секунду в бассейн поступает 7 л теплой воды. Для уменьшения температуры в тот же бассейн ученик 9 класса подает из шланга холодную воду с температурой 9°C , разбрызгивая ее над самой поверхностью воды. Он наливает в бассейн 2 л воды за секунду. Вода выливается из бассейна через одно открытое сливное отверстие площадью сечения 30 см^2 , расположенное на дне бассейна. Изучите установившийся режим в этой системе, когда уровень воды в бассейне и ее средняя температура практически не изменяются. Найдите среднюю температуру воды в бассейне в установившемся режиме. Теплообменом воды в бассейне с окружающей средой пренебречь. Ответ запишите в градусах Цельсия, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: Равновесная температура может быть определена из уравнения теплового баланса: количество теплоты, отданное поступившей за секунду в раковину горячей водой в процессе перемешивания, равно количеству теплоты, полученному холодной водой.

Подсказка 2: Обозначив количества поступающей воды $q_1 = 7 \text{ л/с}$ и $q_2 = 2 \text{ л/с}$, можно записать УТБ в виде $c\rho \cdot q_1(t_1 - t) = c\rho \cdot q_2(t - t_2)$.

Решение:

Равновесная температура может быть определена из уравнения теплового баланса: количество теплоты, отданное поступившей за секунду в бассейн теплой водой в процессе перемешивания, равно количеству теплоты, полученному холодной водой, то есть

$$c \cdot q_1(t_1 - t) = c \cdot q_2(t - t_2) \Rightarrow t = \frac{q_1 t_1 + q_2 t_2}{q_1 + q_2} = 30^\circ\text{C}.$$

ОТВЕТ: 30.

Задание 2.2

Через металлический брусок проходит трубка постоянного сечения, по которой можно пропускать воду. Брусок закреплен в воздухе на теплоизолирующих подставках. Температура воздуха в помещении поддерживается постоянной и равной $16,0^{\circ}\text{C}$. Если температуру воды в трубке на входе в брусок также поддерживать постоянной и равной $28,0^{\circ}\text{C}$, то в установившемся режиме (когда все температуры уже не изменяются) температура воды в трубке на выходе из бруска будет равна $25,0^{\circ}\text{C}$. Если при той же температуре в помещении начальная температура воды будет поддерживаться постоянной и равной $36,0^{\circ}\text{C}$, то температура воды на выходе из бруска в установившемся режиме станет равна $31,0^{\circ}\text{C}$. Какой станет температура воды в трубке на выходе из бруска в установившемся режиме при той же температуре в помещении, если температуру воды в трубке на входе в брусок поддерживать равной $40,0^{\circ}\text{C}$?. Теплопроводность металла намного лучше, чем у воды или стенок трубки. Ответ запишите в градусах Цельсия.

Подсказка 1: Для решения задачи нам нужно установить характер связи между температурой воды на входе в брусок в каждом случае t_{Hi} , температурой окружающей среды t_0 и температурой воды на выходе из бруска t_{Ki} .

Подсказка 2: Ясно, что «в установившемся режиме» в единицу времени вода с плотностью ρ и удельной теплоемкостью c , текущая со скоростью v по трубке с сечением S , отдает количество теплоты $q = c\rho v S(t_H - t_K)$, и это же количество теплоты за то же время должно проходить от воды к металлу бруска и от него к окружающему воздуху.

Подсказка 3: Система уравнений для определения установившегося режима – это

$$c\rho v S(t_{Hi} - t_{Ki}) = \alpha(t_0 - t) \text{ и } c\rho v S(t_{Hi} - t_{Ki}) = \beta\left(t - \frac{t_{Hi} + t_{Ki}}{2}\right).$$

Решение:

Для решения задачи нам нужно установить характер связи между температурой воды на входе в брусок в каждом случае t_{Hi} , температурой окружающей среды t_0 и температурой воды на выходе из бруска t_{Ki} . Ясно, что «в установившемся режиме» в единицу времени вода с плотностью ρ и удельной теплоемкостью c , текущая со скоростью v по трубке с сечением S , отдает количество теплоты $q = c\rho v S(t_H - t_K)$, и это же количество теплоты за то же время должно проходить от воды к металлу бруска и от него к окружающему воздуху. Согласно закону Фурье, эти количества теплоты пропорциональны разностям температур соответствующих тел (металлический брусок «хорошо» проводит тепло, поэтому будем считать, что его температура примерно постоянна по его объему). Считая, что стенки трубки, по которой течет вода, всюду одинаковы, приходим к выводу что в формуле закона Фурье в качестве ее температуры нужно брать среднюю $t_{cp} = \frac{t_H + t_K}{2}$. Тогда, учитывая постоянство «геометрии системы:

$$\left\{ \begin{array}{l} c\rho v S(t_{Hi} - t_{Ki}) = \alpha(t_0 - t) \\ c\rho v S(t_{Hi} - t_{Ki}) = \beta\left(t - \frac{t_{Hi} + t_{Ki}}{2}\right) \end{array} \right\} \Rightarrow t_{Ki} = \frac{2\alpha\beta t_0 + \beta(2\gamma - \alpha)t_{Hi}}{2\beta\gamma + \alpha(2\gamma + \beta)},$$

где t – температура бруска, $\gamma = c\rho v S$, а α и β – постоянные величины. Мы обнаружили, что нужная нам связь – линейная, то есть имеет вид $t_{Ki} = a \cdot t_0 + b \cdot t_{Hi}$. Для двух заданных случаев это соотношение дает

$$\begin{cases} t_{K1} = a \cdot t_0 + b \cdot t_{H1} \\ t_{K2} = a \cdot t_0 + b \cdot t_{H2} \end{cases} \Rightarrow b = \frac{t_{K2} - t_{K1}}{t_{H2} - t_{H1}} = 0,75.$$

Тогда $t_{K3} - t_{K2} = b \cdot (t_{H3} - t_{H2}) = \frac{t_{K2} - t_{K1}}{t_{H2} - t_{H1}} (t_{H3} - t_{H2})$. Следовательно, в третьем случае

$$t_{K3} = t_{K2} + \frac{t_{K2} - t_{K1}}{t_{H2} - t_{H1}} (t_{H3} - t_{H2}) = 34,0^\circ\text{C}.$$

ОТВЕТ: 34.

Задание 3.1

При подключении вольтметра к клеммам одного аккумулятора он показывает напряжение $U_1 = 15,0\text{В}$, а при подключении к четырем таким же аккумуляторам, соединенным параллельно – напряжение $U_4 = 16,8\text{В}$. Три таких вольтметра соединили параллельно и подключили к двум таким аккумуляторам, соединенным последовательно. Каковы показания каждого из этих вольтметров? Ответ запишите в В, с точностью до десятых.

Подсказка 1: При подключении вольтметра к клеммам одного аккумулятора сила тока через него равна $I = \frac{U}{R+r}$, и напряжение на вольтметре $U_1 = \frac{R}{R+r}U = \frac{z}{z+1}U$, где $z \equiv \frac{R}{r}$.

Подсказка 2: У четырех таких же аккумуляторов, соединенных параллельно, ЭДС такое же, а внутреннее сопротивление равно $\frac{r}{4}$, так что $U_4 = \frac{4R}{4R+r}U = \frac{4z}{4z+1}U = \frac{4(z+1)}{4z+1}U_1$.

Подсказка 3: При подключении трех вольтметров к двум аккумуляторам, соединенным последовательно, напряжения на аккумуляторах и их внутренние сопротивления складываются, так что напряжение на одном вольтметре $U_{32} = \frac{R}{3R+2r}2U = \frac{2z}{3z+2}U$.

Решение:

Введем обозначения: пусть U – напряжение, создаваемое аккумулятором на своих клеммах при разомкнутой цепи (его ЭДС), r – внутреннее сопротивление аккумулятора, а R – сопротивление вольтметра. Тогда при подключении вольтметра к клеммам одного аккумулятора сила тока через него равна $I = \frac{U}{R+r}$, и напряжение на вольтметре

$$U_1 = \frac{R}{R+r}U = \frac{z}{z+1}U, \text{ где } z \equiv \frac{R}{r}.$$

У четырех таких же аккумуляторов, соединенных параллельно, ЭДС такое же, а внутреннее сопротивление равно $\frac{r}{4}$, так что

$$U_4 = \frac{4R}{4R+r}U = \frac{4z}{4z+1}U = \frac{4(z+1)}{4z+1}U_1 \Rightarrow \frac{U_4}{U_1} = \frac{28}{25} = \frac{4(z+1)}{4z+1}.$$

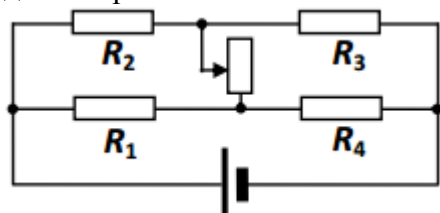
Из этого уравнения находим, что $z = 6$. При подключении трех вольтметров к двум аккумуляторам, соединенным последовательно, напряжения на аккумуляторах и их внутренние сопротивления складываются, так что напряжение на одном вольтметре

$$U_{32} = \frac{R}{3R+2r}2U = \frac{2z}{3z+2}U = \frac{2(z+1)}{3z+2}U_1 = 10,5\text{В}.$$

ОТВЕТ: 10,5.

Задание 3.2

В схеме, показанной на рисунке, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$ и $R_2 = R_4 = 4 \text{ Ом}$. При некотором положении движка реостата мощность тепловыделения в резисторе R_1 составляет $P_1 = 4,9 \text{ Вт}$. Найдите мощность тепловыделения в резисторе R_3 при том же положении движка реостата.



Подсказка 1: При любом сопротивлении реостата должно выполняться условие непрерывности токов в этой схеме, которое имеет вид $I_1 + I_2 = I_3 + I_4$.

Подсказка 2: Так же при любом сопротивлении реостата должно выполняться условие баланса напряжений $R_1 I_1 + R_4 I_4 = R_3 I_3 + R_2 I_2$.

Подсказка 3: Из этих двух уравнений можно выразить отношение сил токов через резисторы 3 и 1.

Решение:

Запишем условие непрерывности токов в этой схеме, которое должно выполняться при любом сопротивлении реостата: $I_1 + I_2 = I_3 + I_4$. Так же при любом сопротивлении реостата должно выполняться условие баланса напряжений $R_1 I_1 + R_4 I_4 = R_3 I_3 + R_2 I_2$. С учетом соотношений сопротивлений $\frac{R_1}{R_4} = 0,5$, $\frac{R_2}{R_4} = 1$, и $\frac{R_3}{R_4} = 0,75$ это соотношение переписывается в виде: $0,75 \cdot I_3 + I_2 = 0,5 \cdot I_1 + I_4$. Вычитая это соотношение из уравнения непрерывности, обнаруживаем, что $1,75 \cdot I_3 = 1,5 \cdot I_1 \Rightarrow I_3 = \frac{6}{7} I_1$. Таким образом отношение сил токов через резисторы 3 и 1 в этой схеме не зависит от сопротивления реостата! Так как

по закону Джоуля-Ленца $P_i = R_i I_i^2$, то $P_3 = \frac{R_3}{R_1} \left(\frac{I_3}{I_1} \right)^2 P_1 = \frac{3}{2} \left(\frac{6}{7} \right)^2 P_1 = \frac{54}{49} P_1 = 5,4 \text{ Вт}$.

ОТВЕТ: 5,4.

Задание 4.1

Узкий пучок параллельных световых лучей падает на поверхность зеркала, имеющую форму прямого двугранного угла в плоскости, перпендикулярной ребру этого угла, и отражается от обеих его «створок». Определите угол между падающим и отраженным лучами – как угол между пересекающимися прямыми (то есть имеющий значение в диапазоне от 0° до 90°).

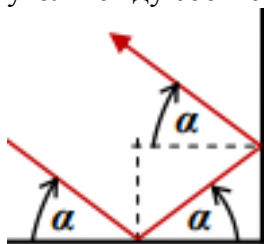
Подсказка 1: Рекомендуется произвести построение хода луча с учетом закона отражения света.

Подсказка 2: Например, можно обратить внимание, что угол наклона луча к одной из поверхностей не изменяется – просто при каждом отражении меняется на противоположное направление его отсчета.

Решение:

Произведем построение хода луча с учетом закона отражения света. Как видно из него, угол наклона луча к одной из поверхностей не изменяется – просто при каждом отражении меняется на противоположное направление его отсчета. Поэтому в итоге после двух отражений луч идет в направлении, противоположном исходному (это свойство «уголкового

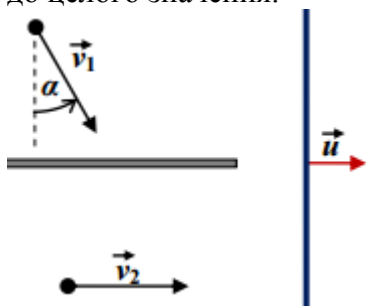
отражателя» можно вывести и из других рассуждений). Итак, луч разворачивается на 180° , а угол между соответствующими прямыми равен 0.



ОТВЕТ: 0.

Задание 4.2

Два робота движутся по соревновательному полю, разделенному на две части непрозрачной перегородкой. Одна из ограничивающих стен – зеркальная, и она перпендикулярна перегородке и в течение некоторого интервала времени движется от нее со скоростью $u = 1,5$ м/с. Первый робот, на котором размещена небольшая яркая лампа, движется со скоростью $v_1 = 3$ м/с, направленной под углом $\alpha = 30^\circ$ к плоскости зеркальной стены (см. рисунок). Второй, оснащенный видеокамерой, движется со скоростью $v_2 = 3$ м/с перпендикулярно этой плоскости. По данным видеозаписи определяется скорость изображения робота 1 относительно робота 2. Найдите величину этой скорости. Ответ запишите в м/с, с точностью до целого значения.



Подсказка 1: Удобно записывать все скорости объектов в проекциях на оси x (перпендикулярную плоскости зеркала и сонаправленную со скоростью зеркала) и y (параллельной плоскости зеркала «вниз» по рисунку) и работать в Системе Отсчета, связанной с зеркалом.

Подсказка 2: В этой СО проекции скорости робота 1 равны $v'_{1x} = v_1 \sin(\alpha) - u = 0$ и $v'_{1y} = v_1 \cos(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2} v_1$.

Подсказка 3: Закон отражения от неподвижного зеркала нам известен, и ясно, что для источника света, движущегося параллельно плоскости неподвижного зеркала, скорость изображения будет равна скорости источника, а для движущегося перпендикулярно – скорость изображения противоположна скорости источника.

Решение:

Будем записывать все скорости объектов в проекциях на оси x (перпендикулярную плоскости зеркала и сонаправленную со скоростью зеркала) и y (параллельной плоскости зеркала «вниз» по рисунку). В системе отсчета, в которой зеркало покоится, проекции

скорости робота 1 равны $v'_{1x} = v_1 \sin(\alpha) - u = 0$ и $v'_{1y} = v_1 \cos(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2} v_1$. Как видно, в этой СО

робот 1 движется параллельно плоскости зеркала. Закон отражения от неподвижного зеркала нам известен, и ясно, что для источника света, движущегося параллельно плоскости неподвижного зеркала, скорость изображения будет равна скорости источника, а для движущегося перпендикулярно – скорость изображения противоположна скорости

источника. Значит, проекции скорости изображения относительно зеркала равны $V'_{1x} = 0$ и $V'_{1y} = \frac{\sqrt{3}}{2} v_1$. Проекции скорости робота 2 относительно зеркала равны $v'_{2x} = v_2 - u$ и $v'_{2y} = 0$. И так проекции искомой скорости изображения робота 1 относительно робота 2 – это $V''_{1x} = 0 - (v_2 - u) = u - v_2 = -\frac{v_1}{2}$ и $V''_{1y} = \frac{\sqrt{3}}{2} v_1$. Модуль этой скорости оказывается в точности равен v_1 : $|\vec{V}_{12}| = \sqrt{\frac{v_1^2}{4} + \frac{3v_1^2}{4}} = v_1 = 3 \text{ м/с!}$

ОТВЕТ: 3.