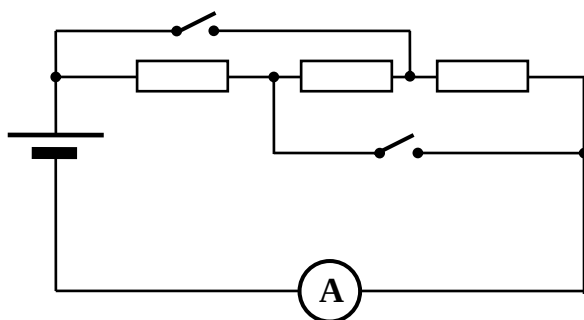


Задача 1 (4 балла) [сопротивление, закон Ома, ЭДС]

В схеме, показанной на рисунке, сопротивление всех соединительных проводов и контактов ключей пренебрежимо мало. Все три резистора одинаковы. Пока оба ключа были разомкнуты, амперметр показывал силу тока в цепи, равную 1 А. Когда один из ключей замкнули, сила тока возросла до 2 А. Какой станет сила тока, если замкнуть и второй ключ? Считать, что провода и приборы не выйдут из строя. Ответ запишите в Амперах, с точностью до целого значения.



Подсказка 1: пока оба ключа были разомкнуты, то ток тек через три последовательно соединенных резистора.

Подсказка 2: после замыкания одного из ключей (любого) два резистора оказываются закороченными, и ток течет только через один резистор.

Подсказка 3: после замыкания второго ключа оказывается, что ток опять течет через все три резистора, но они оказываются подключены к клеммам источника параллельно.

Решение:

Пока оба ключа были разомкнуты, то ток тек через три последовательно соединенных резистора. Поэтому ток в первом случае $I_1 = \frac{E}{3R + r}$, где мы обозначили: E – ЭДС

источника (равную напряжению, которое источник создает на своих клеммах при разомкнутой цепи), r – внутреннее сопротивление источника, а R – сопротивление каждого из резисторов. После замыкания одного из ключей (любого) два резистора оказываются закороченными, и ток течет только через один резистор. Поэтому

$$I_2 = \frac{E}{R + r} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{3R + r}{R + r} = 2, \text{ и поэтому } r = R.$$

После замыкания второго ключа оказывается, что ток опять течет через все три резистора, но они оказываются подключены к клеммам источника параллельно. Поэтому $I_3 = \frac{E}{(R/3) + r}$, и мы можем найти, что

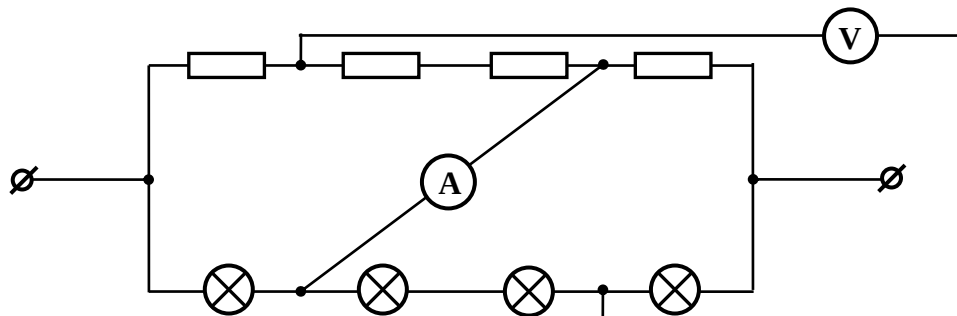
$$\frac{I_3}{I_1} = \frac{3(3R + r)}{R + 3r} = 3, \text{ то есть } I_3 = 3 \text{ А.}$$

ОТВЕТ: 3.

Задача 2 (5 баллов) [сопротивление, закон Ома, ЭДС, вольтметр, амперметр]

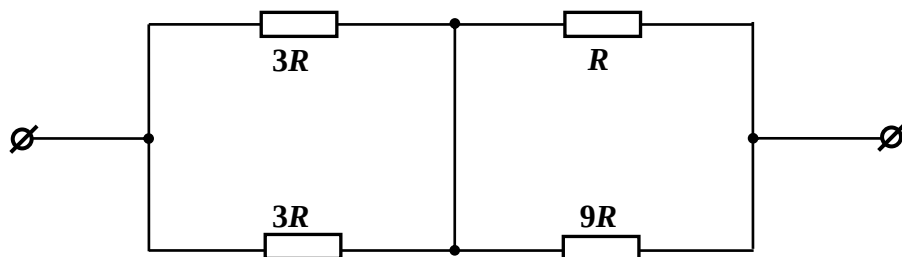
На внешних клеммах цепи, схема которой показана на рисунке, поддерживается постоянное напряжение $U = 48 \text{ В}$. Сопротивления всех резисторов в схеме одинаковы и равны $R = 10$

Ом, сопротивления всех ламп в схеме также можно считать одинаковыми и равными $R_1 \approx 3R = 30 \text{ Ом}$. К цепи подключены амперметр и вольтметр, которые можно считать практически идеальными (то есть присутствие амперметра практически не влияет на силу тока в его участке цепи, а присутствие вольтметра практически не влияет на напряжение между точками, к которым он подключен), сопротивления соединительных проводов пренебрежимо малы. Найдите показания амперметра. Ответ запишите в Амперах, с точностью до десятых.



Подсказка 1: сопротивлению идеального амперметра равно нулю (соответствующий участок цепи можно замкнуть), а идеального вольтметра - бесконечно велико (участок можно разомкнуть).

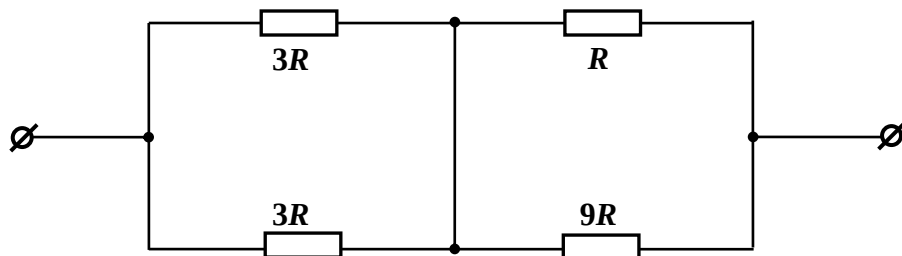
Подсказка 2: для расчета токов и напряжений можно использовать схему:



Подсказка 3: определив полное сопротивление цепи и (через него) полный ток, можно заметить, что между параллельными ветвями он делится обратно пропорционально их сопротивлениям.

Решение:

Прежде всего нужно заметить, что сопротивлению идеального амперметра равно нулю (соответствующий участок цепи можно замкнуть), а идеального вольтметра - бесконечно велико (участок можно разомкнуть), и для расчета токов и напряжений можно использовать схему



Полное сопротивление цепи $R_n = \frac{3R \cdot 3R}{3R + 3R} + \frac{R \cdot 9R}{R + 9R} = 2,4R = 24 \text{ Ом}$, и полный ток в цепи

$I = \frac{5U}{12R} = 2 \text{ А}$. Этот ток делится поровну между сопротивлениями $3R$ (по $I_1 = \frac{5U}{24R} = 1 \text{ А}$) и в

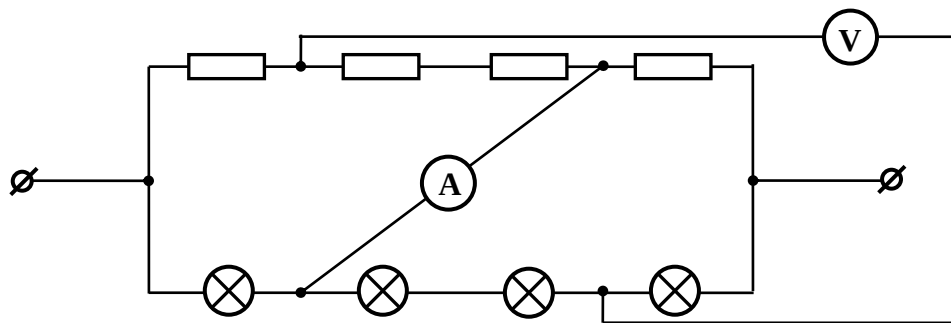
соотношении 1:9 между сопротивлениями $9R$ и R ($I_2 = \frac{U}{24R} = 0,2 \text{ А}$ и $I_3 = \frac{3U}{8R} = 1,8 \text{ А}$)

соответственно). Из баланса токов в узлах «закороченной» ветви видно, что через амперметр течет ток («снизу вверх») $I_A = I_3 - I_1 = \frac{U}{6R} = 0,8 \text{ A}$.

ОТВЕТ: 0,8.

Задача 3 (4 балла) [сопротивление, закон Ома, ЭДС, вольтметр, амперметр]

На внешних клеммах цепи, схема которой показана на рисунке, поддерживается постоянное напряжение $U = 48 \text{ В}$. Сопротивления всех резисторов в схеме одинаковы и равны $R = 10 \text{ Ом}$, сопротивления всех ламп в схеме также можно считать одинаковыми и равными $R_l \approx 3R = 30 \text{ Ом}$. К цепи подключены амперметр и вольтметр, которые можно считать практически идеальными (то есть присутствие амперметра практически не влияет на силу тока в его участке цепи, а присутствие вольтметра практически не влияет на напряжение между точками, к которым он подключен), сопротивления соединительных проводов пренебрежимо малы. Найдите показания вольтметра. Ответ приведите в Вольтах, с точностью до целого значения.



Подсказка 1: начало решения этой задачи совпадает с решением задачи 2.

Подсказка 2: напряжение на вольтметре равно разности напряжений на трех лампах «слева» и одного резистора «слева».

Решение:

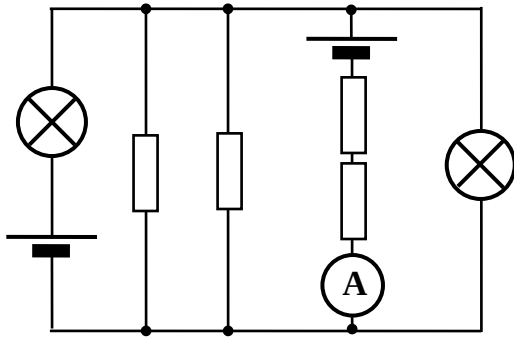
Начало решения совпадает с решением задачи 2. Напряжение на вольтметре равно разности напряжений на трех лампах «слева» и одного резистора «слева»:

$$U_V = I_1 3R + I_2 6R - I_1 R = \left(3 \frac{5}{24} + 6 \frac{1}{24} - \frac{5}{24} \right) U = \frac{2}{3} U = 32 \text{ В}.$$

ОТВЕТ: 32.

Задача 4 (5 баллов) [сопротивление, закон Ома, ЭДС]

Из четырех одинаковых резисторов, двух одинаковых ламп, двух разных аккумуляторов и амперметра собрали схему, показанную на рисунке. При этом оказалось, что обе лампы светят одинаково: мощность светового излучения каждой из них равна $P = 2,5 \text{ Вт}$. При этом амперметр показывает ток $I = 0,6 \text{ А}$. Известно, что КПД ламп равен $\eta = 40 \%$, а сопротивление каждого из резисторов $R = 40 \text{ Ом}$. Сопротивление амперметра много меньше 1 Ом . Чему равно сопротивление ламп в режиме, в котором они работают в данной схеме? Ответ запишите в Омах, округлив до ближайшего целого значения.



Подсказка 1: напряжение на участке цепи с ЭДС определяется формулой $U_{AB} = E - I \cdot R_{AB}$ (см. теоретический обзор к этому занятию).

Подсказка 2: обе лампы светят одинаково, то есть протекающий через них ток по величине одинаков.

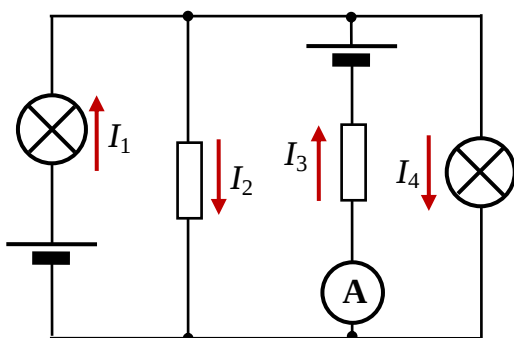
Подсказка 3: возможны два варианта: одинаковые по величине токи через лампы текут в одинаковых или разных направлениях.

Подсказка 4: напряжение на всех ветвях схемы одинаково, и система уравнений, описывающих токи в ветвях (нумерация – слева направо, положительный ток в ветвях 1 и 3 направляем вверх, в 2 и 4 – вниз), имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} U = E_1 - I_1(R_{\text{л}} + r_1) \\ U = I_2 \frac{R}{2} \\ U = E_2 - I_3(2R + r_2) \\ U = I_4 R_{\text{л}} \end{array} \right\}$$

Решение:

Для простоты расчетов заменим два параллельных резистора на один с сопротивлением $R/2$, а два последовательно соединенных – на один с сопротивлением $2R$. Кроме того, учтем, что напряжение на участке цепи с ЭДС определяется формулой $U_{AB} = E - I \cdot R_{AB}$ (см. теоретический обзор к этому занятию). Обозначим общее напряжение на всех «вертикальных» (по рисунку) ветвях символом U и запишем эту формулу для каждой из ветвей:



$$\left\{ \begin{array}{l} U = E_1 - I_1(R_{\text{л}} + r_1) \\ U = I_2 \frac{R}{2} \\ U = E_2 - I_3(2R + r_2) \\ U = I_4 R_{\text{л}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_1 = \frac{E_1 - U}{R_{\text{л}} + r_1} \\ I_2 = \frac{2U}{R} \\ I_3 = \frac{E_2 - U}{2R + r_2} \\ I_4 = \frac{U}{R_{\text{л}}} \end{array} \right.$$

(нумерация ветвей и направления токов, выбранные как положительные, показаны на рисунке, $E_{1,2} > 0$ и $r_{1,2}$ – величины ЭДС и внутренних сопротивлений источников, сопротивлением амперметра пренебрегаем). Нам известно, что обе лампы светят одинаково. Это означает, что протекающий через них ток по величине одинаков. Теоретически возможны два варианта.

Первый: $I_1 = I_4$. С учетом условия непрерывности тока $I_1 + I_3 = I_2 + I_4$ находим, что выполняется также соотношение $I_3 = I_2$. Но $I_3 = I$ – это ток, измеряемый амперметром.

Заметим также, что в соответствии с записанными уравнениями $I = I_3 = I_2 = \frac{2U}{R} \Rightarrow U = \frac{IR}{2}$. Мощность потребления ламп $\frac{P}{\eta} = \frac{U^2}{R_{\text{Л}}}$, и из этого

соотношения находим: $R_{\text{Л}} = \frac{\eta U^2}{P} = \frac{\eta I^2 R^2}{4P} \approx 23 \text{ Ом}$. Отметим, что следующие значащие

цифры указывать некорректно – мы пренебрегали внутренним сопротивлением амперметра, поэтому у нас есть неучтенные поправки, величина которых около 2%.

Второй: $I_1 = -I_4$. Действуя аналогично, убеждаемся, что этот вариант невозможен: в этом

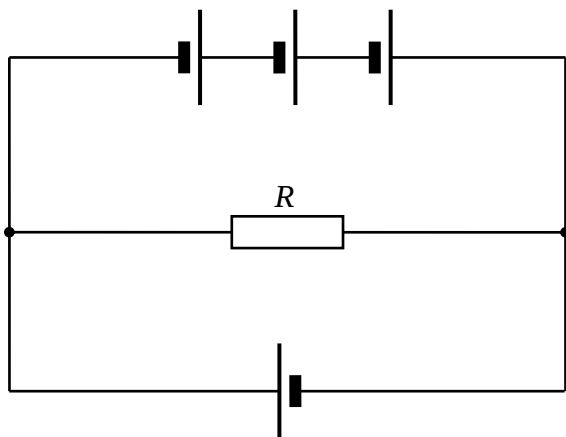
случае $I_3 = I_2 + \frac{2U}{R_{\text{Л}}} = \frac{2U(R + R_{\text{Л}})}{R_{\text{Л}}R} \Rightarrow U = \frac{I R_{\text{Л}} R}{2(R + R_{\text{Л}})}$, поэтому $\frac{P}{\eta} = \frac{I^2 R_{\text{Л}} R^2}{2(R_{\text{Л}} + R)^2}$, и для

сопротивления лампы получается квадратное уравнение $R_{\text{Л}}^2 + 2R \left(1 - \frac{\eta I^2 R}{4P} \right) R_{\text{Л}} + R^2 = 0$ без вещественных корней.

ОТВЕТ: 23.

Задача 6 (4 балла) [постоянный ток, закон Ома, ЭДС]

Найти ток через резистор $R = 200 \text{ Ом}$ в схеме, показанной на рисунке. Все четыре батареи имеют одинаковые ЭДС $E = 24 \text{ В}$ и внутренние сопротивления $r = 20 \text{ Ом}$. Сопротивление соединительных проводов пренебрежимо мало. Ответ записать в Амперах, округлив до целого значения.



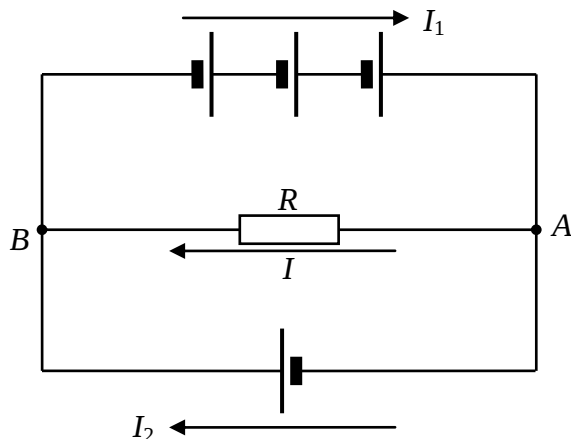
Подсказка 1: В соответствии с законом Ома напряжение на резисторе R равно:

$$IR = 3E - I_1 3r = -E + I_2 r.$$

Подсказка 2: тогда условие непрерывности тока $I_1 = I + I_2$.

Подсказка 3: Из закона Ома можно выразить I_1, I_2 через I и, подставив их в условие непрерывности тока, получить уравнение для I .

Решение:



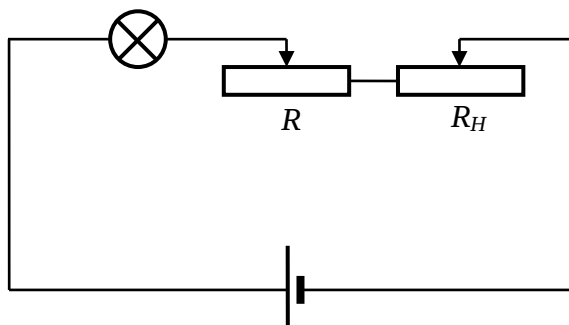
Выберем условные направления токов в ветвях схемы (на рисунке) и запишем закон Ома для каждой из ветвей: $U_{AB} = 3E - I_1 3r = -E + I_2 r = IR$ и условие непрерывности тока $I_1 = I + I_2$. Выражая из первого уравнения $I_1 = \frac{E}{r} - \frac{R}{3r}I$ и $I_2 = \frac{E}{r} + \frac{R}{r}I$, подставляем эти соотношения во второе, и находим: $I = 0$.

ОТВЕТ: 0.

Задача 7 (3 балла) [постоянный ток, последовательное соединение, параллельное соединение, закон Джоуля-Ленца]

Лампа, реостат и регулируемый по сопротивлению нагревательный элемент (устроенный как реостат), соединенные последовательно, подключены к источнику постоянного тока, как показано на рисунке. В первоначальном режиме работы лампа потребляет мощность $P_1 = 40$ Вт, а мощность выделения тепла в нагревательном элементе $P_2 = 200$ Вт. При этом сопротивление реостата в три раза больше сопротивления нагревательного элемента:

$\frac{R}{R_H} = 3$. Сопротивление реостата и нагревательного элемента изменили так, что мощность, потребляемая лампой, не изменилась, а мощность тепловыделения в нагревательном элементе возросла в два раза: $P'_2 = 400$ Вт. Каким в этом случае стало соотношение сопротивлений реостата и нагревательного элемента $\frac{R'}{R'_H} = ?$



Подсказка 1: мощность, потребляемая лампой, зависит от тока через нее, и неизменность этой мощности означает, что ток в цепи не изменился.

Подсказка 2: следовательно, несмотря на изменение сопротивлений реостата и нагревательного элемента, их сумма не изменилась.

Подсказка 3: поскольку мощность тепловыделения в нагревательном элементе возросла в два раза, то в два раза возросло и сопротивление нагревательного элемента.

Решение:

Мощность, потребляемая лампой, монотонно растет с увеличением тока через нее. Поскольку эта мощность не изменилась, то ток в цепи не изменился, и, в соответствии с

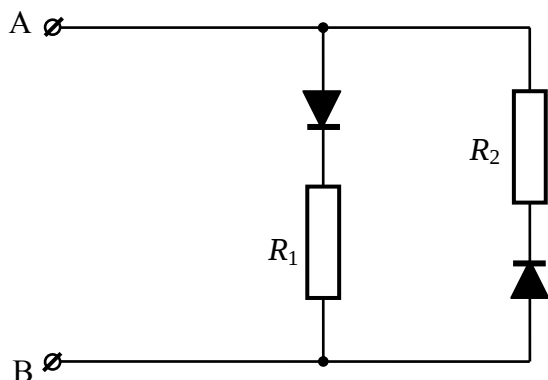
законом Ома для полной цепи, это означает, что полное сопротивление цепи неизменно. При том же токе сопротивление нити лампы осталось тем же, и внутреннее сопротивление источника не изменилось. Следовательно, несмотря на изменение сопротивлений реостата и нагревательного элемента, их сумма не изменилась: $R' + R'_H = R + R_H = 4R_H$. Поскольку мощность тепловыделения в нагревательном элементе при той же силе тока возросла в два раза, то в соответствии с законом Джоуля-Ленца в два раза возросло сопротивление нагревательного элемента: $P'_2 = I^2 R'_H = 2P_2 = I^2 R_H \Rightarrow R'_H = 2R_H$. Из полученных соотношений находим: $R' = 2R_H$, и в результате $\frac{R'}{R'_H} = 1$.

ОТВЕТ: 1.

Задача 8 (4 балла) [постоянный ток, последовательное соединение, параллельное соединение, идеальный диод, закон Джоуля-Ленца]

Из двух идеальных диодов и двух резисторов собрали цепь, показанную на рисунке. При подключении к токе А положительного, а к точке В – отрицательного полюса источника постоянного напряжения с ЭДС $E = 120\text{В}$ и внутренним сопротивлением $r = 10\text{Ом}$ потребляемая мощность равна $P_1 = 270\text{Вт}$. При изменении полярности подключения источника на противоположную потребляемая мощность возрастает до $P_2 = 320\text{Вт}$.

Определите сопротивления резисторов в этой цепи. В ответе укажите $\frac{R_1}{R_2}$ в виде десятичной дроби.



Подсказка 1: идеальный диод имеет нулевое сопротивление в открытом состоянии и бесконечно большое – в закрытом, поэтому в каждом случае ток течет только через один из резисторов.

Подсказка 2: потребляемая нагрузкой R от источника с заданными E и r мощность

$$P = I^2 R = \frac{E^2 R}{(R + r)^2}.$$

Подсказка 3: это соотношение можно переписать в виде квадратного уравнения относительно $\sqrt{R}$: $R - \frac{E}{\sqrt{P}} \sqrt{R} + r = 0$, при этом нужен корень уравнения, дающий правильный ответ при $r = 0$.

Решение:

Идеальный диод имеет нулевое сопротивление в открытом состоянии и бесконечно большое – в закрытом. Поэтому при каждой полярности подключения источника ток течет только в одной из ветвей: в первом случае – только в ветви с R_1 , а во втором – только в ветви с R_2 . Потребляемая от источника мощность зависит от сопротивления нагрузки R : поскольку ток

в нагрузке $I = \frac{E}{r+R}$, то $P = I^2 R = \frac{E^2 R}{(R+r)^2}$. Из этого соотношения можно выразить сопротивление нагрузки через мощность:

$$R+r = E\sqrt{\frac{R}{P}} \Rightarrow R - \frac{E}{\sqrt{P}}\sqrt{R} + r = 0 \Rightarrow \sqrt{R} = \frac{E}{2\sqrt{P}} + \sqrt{\frac{E^2}{4P} - r}.$$

Здесь выбран корень квадратного уравнения, соответствующий очевидному значению

$R = \frac{E^2}{P}$ при $r = 0$. Таким образом, $R = \frac{[E + \sqrt{E^2 - 4Pr}]^2}{4P}$. Дважды используя эту формулу,

находим: $R_1 = \frac{[E + \sqrt{E^2 - 4P_1 r}]^2}{4P_1} = 30 \text{ Ом}$, $R_2 = \frac{[E + \sqrt{E^2 - 4P_2 r}]^2}{4P_2} = 20 \text{ Ом}$. Значит, $\frac{R_1}{R_2} = 1,5$.

ОТВЕТ: 1,5.