7-9 классы, подготовка к теоретическому туру

олимпиады школьников «Робофест» по физике

Набор задач для самостоятельного решения по занятию 4 (06.02.2018).

Тема: «ТЕПЛОТА И СВЕТОВАЯ ЭНЕРГИЯ.»

Задача 1 (3 балла) [теплоемкость, уравнение теплового баланса]

Две одинаковые бутылочки с детским питанием хранятся в холодильнике при температуре $t_0 = 12°C$. Подогреватель (водный калорифер) прогрели до температуры $t_1 = 42°C$ и выключили. Первая бутылочка после помещения в подогреватель согрелась до температуры $t_2 = 36°C$ (при этом значении рост ее температуры прекратился). Затем ее извлекли из подогревателя и поместили туда вторую бутылочку. До какой температуры сможет она согреться? Ответ приведите в градусах Цельсия, с точностью до десятых.

Подсказка 1: В каждом случае количество теплоты, отданное подогревателем до наступления теплового равновесия равно количеству теплоты, полученному бутылочкой с питанием.
Подсказка 2: Удобно ввести обозначения для неизвестных теплоемкостей подогревателя и бутылочки с содержимым (бутылочки одинаковы), а затем исключить их из уравнений теплового баланса.
Подсказка 3: Эти уравнения имеют вид $C_1(t_1 - t_2) = C_2(t_2 - t_0)$ и $C_1(t_2 - t) = C_2(t - t_0)$.

Решение:

В каждом случае количество теплоты, отданное подогревателем до наступления теплового равновесия равно количеству теплоты, полученному бутылочкой с питанием. Пусть t – искомая температура, C_1 – теплоемкость подогревателя, C_2 – теплоемкость бутылочки вместе с содержимым. Тогда уравнения теплового баланса имеют вид:

$$\begin{cases} C_1(t_1 - t_2) = C_2(t_2 - t_0) \\ C_1(t_2 - t) = C_2(t - t_0) \end{cases}.$$

Разделив почленно эти равенства друг на друга, получим уравнение

$$\frac{t_2 - t}{t_1 - t_2} = \frac{t - t_0}{t_2 - t_o},$$

решение которого относительно t позволяет найти ответ:

$$t = \frac{t_2^2 - 2t_2 t_0 + t_1 t_0}{t_1 - t_0} = \frac{36^2 - 2\cdot 36\cdot 12 + 42\cdot 12}{42 - 12}°C = 31{,}2°C.$$

ОТВЕТ: 31,2.

Задача 2 (4 балла) [теплоемкость, уравнение теплового баланса, концентрация]

В чашку налили раствор кофе при температуре $t_1 = 100°\mathrm{C}$ и бросили туда несколько кубиков льда, взятого при температуре $t_0 = 0°\mathrm{C}$. Когда лёд растаял, температура раствора оказалась равной $t_2 = 50°\mathrm{C}$. На сколько процентов уменьшилась концентрация кофе в растворе? Теплообмен раствора кофе с окружающей средой не учитывать. Удельные теплоёмкости раствора кофе и воды одинаковы и равны $c = 4{,}2\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 330\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$. Ответ запишите в виде целого числа.

Замечание. Под концентрацией n понимается отношение массы чистого кофе ко всей массе раствора, и в ответе следует указать $\frac{n_1 - n_2}{n_1}$, выраженное в процентах.

Подсказка 1: неизменная масса чистого кофе всегда равна произведению концентрации на полную массу раствора.
Подсказка 2: из этого условия можно выразить отношение концентраций через отношение масс раствора.
Подсказка 3: чтобы найти отношение масс раствора кофе и льда, нужно записать уравнение теплового баланса.

Решение:

Пусть n_1 – начальная концентрация кофе в растворе, n_2 – конечная, M – масса раствора, m – масса льда. Тогда масса чистого кофе в растворе равна $Mn_1=(M+m)n_2$, и отношение концентраций выражается через отношение масс: $\frac{n_2}{n_1}=\frac{M}{M+m}$.

Чтобы найти отношение масс раствора кофе и льда, запишем уравнение теплового баланса. Раствор кофе отдает количество теплоты $cM(t_1-t_2)$, лед получает количество теплоты $\lambda m+cmt_2$, поэтому $cM(t_1-t_2)=\lambda m+cmt_2$, и $\frac{m}{M}=\frac{c(t_1-t_2)}{\lambda+ct_2}$. Используя это соотношение, получаем искомое отношение концентраций: $\frac{n_2}{n_1}=\frac{\lambda+ct_2}{\lambda+ct_1}=0{,}72$. Следовательно, концентрация кофе в растворе уменьшится на 28 процентов.

ОТВЕТ: 28.

Задача 3 (5 баллов) [теплоемкость, испарение, плавление уравнение теплового баланса]
В теплоизолирующем стакане находилось $M=180$г воды, в которых достаточно долго плавала льдинка массой $m_Л=5$г. В стакан бросили тонкую пластинку из тяжелого тугоплавкого металла массой $m=80$г, раскаленную до высокой температуры. Раздалось шипение, которое, впрочем, очень быстро прекратилось (стакан сверху не был накрыт крышкой). После установления равновесия температура в стакане стала равна $t=+5°C$. Теплоёмкость стакана $C_{ст}=16$Дж/К. Удельная теплоёмкость воды $c=4{,}2$ Дж/(г·К), удельная теплоемкость металла пластинки $c_M=0{,}7$ Дж/(г·К), удельная теплота плавления льда $\lambda\approx 334$ Дж/г, удельная теплота парообразования для воды при 100˚С $r\approx 2480$Дж/г. Найти начальную температуру пластинки. Ответ запишите в градусах Цельсия, округлив до ближайшего целого числа, кратного 50.

Подсказка 1: «шипение» сопровождало процесс кипения и быстрого испарения воды, контактировавшей с пластинкой.
Подсказка 2: этот процесс происходил до того момента времени, когда температура пластинки уменьшилась до $t_2=100°C$, и можно считать, что за это время оставшаяся часть воды, льдинка и сосуд практически не нагрелись.
Подсказка 3: далее тепло остывания пластинки до конечной температуры t идет на полное таяние льдинки и нагрев воды и стакана до той же температуры.

Решение:

Ясно, что начальная температура воды $t_0=0°C$. «Шипение» сопровождало процесс кипения и быстрого испарения воды, контактировавшей с пластинкой. Этот процесс происходил до того момента времени, когда температура пластинки уменьшилась до $t_2=100°C$. Уравнение теплового баланса для этого процесса позволяет связать массу испарившейся воды с начальной температурой пластинки t_1:

$$c_M m(t_1-t_2)=\Delta m[c(t_2-t_0)+r]\Rightarrow\Delta m=\frac{c_M m(t_1-t_2)}{c(t_2-t_0)+r}.$$

Здесь мы считаем, что в этом «быстром» процессе оставшаяся часть воды, льдинка и сосуд практически не нагрелись. Поскольку конечная температура положительна, то в последующем процессе «медленного» остывания пластинки льдинка полностью растаяла. Таким образом, тепло остывания пластинки до конечной температуры t идет на таяние льдинки и нагрев воды и стакана до той же температуры:

$$c_M m(t_2 - t) = \lambda m_Л + [C_{ст} + c(M - \Delta m + m_Л)]t \Rightarrow \Delta m = M + m_Л + \frac{C_{ст}}{c} + \frac{\lambda m_Л - c_M m(t_2 - t)}{ct}.$$

Приравнивая два полученных выражения, находим:

$$t_1 = t_2 + \left(t_2 + \frac{r}{c}\right)\left(1 + \frac{1}{c_M m}\left[\frac{\lambda m_Л}{t} + c(M + m_Л) + C_{ст}\right] - \frac{t_2}{t}\right) \approx 900°C.$$

Ответ: $t_1 = t_2 + \left(t_2 + \frac{r}{c}\right)\left(1 + \frac{\lambda m_Л}{c_M m t} + \frac{c(M + m_Л) + C_{ст}}{c_M m} - \frac{t_2}{t}\right) \approx 900°C$.

При решении этой задачи можно проводить вычисления поэтапно: сначала вычислить $\Delta m = M + m_Л + \frac{C_{ст} t + \lambda m_Л - c_M m(t_2 - t)}{ct} \approx 15{,}48$г, а затем $t_1 = t_2 + \frac{(ct_2 + r)\Delta m}{c_M m} \approx 900°C$.

ОТВЕТ: 900.

Задача 4 (4 балла) [теплоемкость, уравнение теплового баланса, мощность]

К дню рождения мамы Вова (ученик 8 класса) решил сварить компот. Он смешал в кастрюле воду, изюм, орехи, мед и килограмм варенья, и поставил кастрюлю на плиту. Через $T = 25$ минут компот закипел. Вова испугался и долил туда холодной воды. До какой температуры охладился компот, если в следующий раз он закипел через $\tau = 4$ минуты? Компот кипит при $t_1 = 100°C$, температура изначальных ингредиентов и холодной воды $t_0 = 20°C$. Можно считать, что скорость поступления тепла от плиты к содержимому кастрюли и скорость утечки тепла из кастрюли в окружающую среду практически постоянны.

Подсказка 1: уравнение теплового баланса для закипания компота: $NT = C_K(t_1 - t_0)$, где N – скорость поступления тепла в кастрюлю (мощность, отдаваемая плитой минус мощность потерь в окружающую среду), а C_K – теплоемкость кастрюли вместе с компотом.

Подсказка 2: уравнение теплового баланса для охлаждения компота: $C_K(t_1 - t) = C_B(t - t_0)$, где C_B – теплоемкость долитой воды.

Подсказка 3: уравнение теплового баланса для второго закипания компота: $N\tau = (C_K + C_B)(t_1 - t)$.

Решение:

Пусть N – скорость поступления тепла в кастрюлю (мощность, отдаваемая плитой минус мощность потерь в окружающую среду), которая считается неизменной. Обозначим также C_K – теплоемкость кастрюли вместе с компотом, C_B – теплоемкость долитой воды. Тогда уравнение теплового баланса для закипания компота: $NT = C_K(t_1 - t_0)$, откуда выразим $\frac{N}{C_K} = \frac{t_1 - t_0}{T}$. Уравнение теплового баланса для охлаждения компота: $C_K(t_1 - t) = C_B(t - t_0)$, где t - искомая температура. Отсюда следует, что $\frac{C_B}{C_K} = \frac{t_1 - t}{t - t_0}$. Наконец, запишем уравнение теплового баланса для второго закипания компота: $N\tau = (C_K + C_B)(t_1 - t)$. Разделив обе части этого равенства на C_K и используя ранее полученные соотношения, получаем:

$$\frac{N}{C_K}\tau = \left(1 + \frac{C_B}{C_K}\right)(t_1 - t) \Rightarrow t = \frac{Tt_1 + \tau t_0}{T + \tau} \approx 89°C.$$

ОТВЕТ: 89.

Задача 5 (3 балла) [потенциальная энергия, кинетическая энергия, количество теплоты]

Профессор Мориарти сбросил с воздушного шара, зависшего неподвижно на высоте $h = 200$ м, стальной шарик, целясь в Шерлока Холмса, но не попал. Шар упал на Землю со скоростью $V = 50$ м/с. Считая, что 80% количества тепла, выделившегося при трении шара о воздух, пошли на нагрев шара, найти, на сколько градусов увеличилась его температура. Удельная теплоемкость стали $c = 500$ Дж/(кг·^{0}С). Ответ запишите в градусах Цельсия, округлив до десятых.

Подсказка 1: в начале процесса механическая энергия шара – это его потенциальная энергия в поле тяжести Земли $E_0 = mgh$.

Подсказка 2: далее переходит в кинетическую энергию шара и теплоту.

Подсказка 3: полная выделившаяся теплота $Q = mgh - \frac{mV^2}{2}$.

Решение:

В начале процесса механическая энергия шара – это его потенциальная энергия в поле тяжести Земли $E_0 = mgh$, которая далее переходит в кинетическую энергию шара $E_1 = \frac{mV^2}{2}$ и теплоту Q, поэтому $Q = mgh - \frac{mV^2}{2}$. Теплота, которая пошла на нагрев шара, по условию равна $Q_1 = 0{,}8 \cdot Q$. Увеличение температуры $\Delta t = \frac{Q_1}{cm} = 0{,}8 \cdot \frac{gh - V^2/2}{c} \approx 1{,}14°C$.

ОТВЕТ: 1,1.

Задача 6 (4 балла) [количество теплоты, парообразование, насыщенный пар]

В цилиндре под поршнем находятся вода и водяной пар при температуре 100 °С. Снаружи цилиндра – вакуум, на поршне стоит груз массой m = 100 кг, позволяющий создать внутри цилиндра давление $p = 10^5$ Па. Какое количество теплоты Q следует сообщить смеси, чтобы поднять груз на высоту $h = 1$ м от начального положения? Удельная теплота парообразования воды $L = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг, плотность водяного пара при 100°С равна $\rho = 0{,}58$ кг/м^3. Ответ дайте в кДж, округлив до целого значения.

Подсказка 1: поскольку поршень находится в равновесии, его площадь S можно найти из условия компенсации действующих на него сил.

Подсказка 2: чтобы поднять груз на высоту h, нужно заполнить насыщенным паром весь появившийся под поршнем дополнительный объем.

Подсказка 3: для этого следует превратить в пар массу воды ρSh.

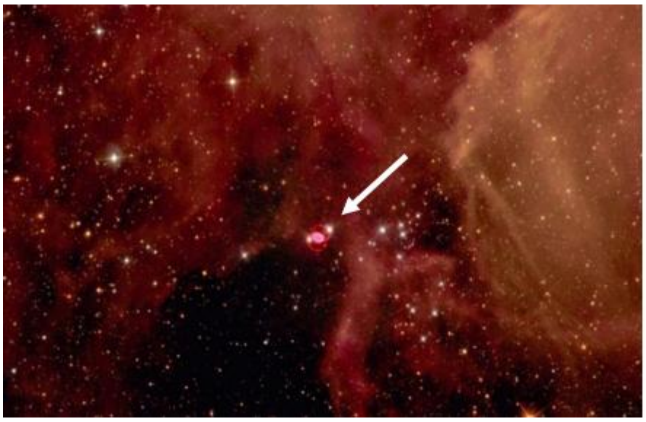
Решение:

Поскольку поршень находится в равновесии, его площадь S можно найти из условия компенсации действующих на него сил: $pS = mg$: отсюда $S = \frac{mg}{p}$. Чтобы поднять груз на высоту h, нужно заполнить насыщенным паром весь появившийся под поршнем дополнительный объем. Значит, для этого следует превратить в пар массу воды ρSh, затратив количество теплоты $Q = L\rho Sh = \frac{L\rho}{p} mgh \approx 13$ кДж.

ОТВЕТ: 13.

Задача 7 (3 балла) [Сверхновая, энергия излучения]

В 1987 году произошло очень важное событие для астрономов – в Большом Магеллановом Облаке вспыхнула Сверхновая (СН1987А – см. фото слева). В максимуме блеска интенсивность светового излучения СН1987А, достигшего Земли, равнялась $I_{\max} \approx 0{,}1$ мкВт/м^2. Расстояние от Земли до вспыхнувшей звезды составляет $r \approx 168000$световых лет (световой год – расстояние, которое проходит свет за 1 год). Самой мощной из гидроэлектростанций России является Саяно-Шушенская ГЭС (фото справа). Ее мощность равна $P_{\text{СШ}} \approx 6{,}6$ГВт. Во сколько раз «пиковая» мощность светового излучения СН1987А превосходила мощность Саяно-Шушенской ГЭС? Учтите, что в году 365 дней. Скорость света считайте равной $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с. Записать отношение мощностей в виде 10^x. В ответе укажите x, округлив до ближайшего целого значения.



Подсказка 1: $1\text{св.год} \approx 3 \cdot 10^8 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600\text{м} \approx 10^{16}$ м:

Подсказка 2: мощность излучения равна интенсивности, умноженной на площадь сферы с радиусом, равным расстоянию до источника излучения.

Подсказка 3: $5 \cdot 10^{26} \approx 10^{26{,}7}$.

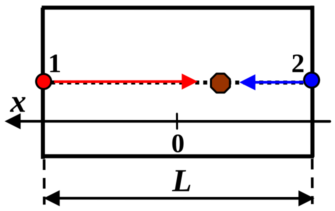
Решение:

Сначала выразим расстояние до СН1987А от Земли в метрах: $1\text{св.год} \approx 3 \cdot 10^8 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600\text{м} \approx 10^{16}$ м. Значит, $r \approx 1{,}7 \cdot 10^{21}$м. Можно считать, что световое излучение Сверхновой равномерно распределяется по всем направлениям. Тогда мощность излучения равна интенсивности, умноженной на площадь сферы с радиусом, равным расстоянию до источника излучения. Значит, пиковая мощность излучения сверхновой: $P_{\text{СН}} \approx I_{\max} \cdot 4\pi r^2 \approx 3{,}6 \cdot 10^{36}$ Вт. Следовательно, $\dfrac{P_{\text{СН}}}{P_{СШ}} \approx 5 \cdot 10^{26}$! Если записывть этот ответ в предложенной форме, то $\dfrac{P_{\text{СН}}}{P_{СШ}} \approx 10^{26{,}7}$. Поэтому в ответе следует указать 27 (достаточно заметить, что $5 > \sqrt{10} = 10^{0{,}5}$. Отметим, что в световое излучение идет лишь малая часть энергии, высвобождающейся при взрыве. Полная энергия взрыва СН1987А оценивается в 10^{46} Дж!

ОТВЕТ: 27.

Задача 8 (5 баллов) [Энергия излучения]

Робот, оснащенный двумя фотодатчиками, перемещается по прямой вдоль площадки длиной $L = 12$м. На границах его области движения установлены две маленькие лампочки, каждая из которых испускает свет (одна – красного цвета, другая – синего) равномерно по всем направлениям внутрь площадки. Ток каждого фотодатчика пропорционален мощности излучения, попадающего в окошко фотодатчик. Логическая схема робота получает информацию о величине суммарного тока датчиков (величина $I = I_1 + I_2$) и о том, какой из сигналов – от красного или синего датчика – мощнее (величина $\beta = \pm 1$). Получите формулу для определения координаты робота и вычислите x по значениям $I = 6$ мА и $\beta = -1$. Координата отсчитывается от середины области движения (см. рисунок), при $x = 0$ ток $I_0 = 1$мА. Ответ укажите в сантиметрах, округлив до ближайшего целого значения.



Подсказка 1: расстояние от робота до ламп в момент, когда он находится в точке с координатой x, равны $r_1 = \frac{L}{2} - x$ и $r_2 = \frac{L}{2} + x$.

Подсказка 2: ток каждого датчика пропорционален мощности сигнала, а мощность убывает обратно пропорционально квадрату расстояния: $I_{1,2} = \frac{\alpha}{r_{1,2}^2}$ (α – некоторая постоянная величина).

Подсказка 3: знак координаты соответствует знаку β.

Решение:

Расстояние от робота до ламп в момент, когда он находится в точке с координатой x, равны $r_1 = \frac{L}{2} - x$ и $r_2 = \frac{L}{2} + x$. По условию ток каждого датчика пропорционален мощности сигнала, а мощность убывает обратно пропорционально квадрату расстояния: $I_{1,2} = \frac{\alpha}{r_{1,2}^2}$ (α – некоторая постоянная величина). Поэтому суммарный ток

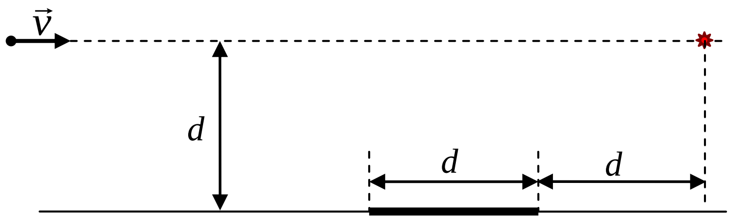
$$I = \alpha\left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2}\right) = \alpha\left(\frac{4}{(L-2x)^2} + \frac{4}{(L+2x)^2}\right) = \alpha\frac{8(L^2+4x^2)}{(L^2-4x^2)^2}.$$

При $x = 0$ получаем $I_0 = \alpha\frac{8}{L^2}$. Таким образом, $\frac{I}{I_0} = \frac{L^2(L^2+4x^2)}{(L^2-4x^2)^2}$. Из этого уравнения можно найти x^2: $x^2 = \frac{L^2}{8}\left(2 + \frac{I_0}{I} - \sqrt{8\frac{I_0}{I} + \frac{I_0^2}{I^2}}\right)$. Знак координаты, как нетрудно догадаться, соответствует знаку β. Подставляя значения токов, находим: $|x| = \frac{L}{2\sqrt{2}}$, и, с учетом знака $x = -\frac{L}{2\sqrt{2}} \approx -4{,}24$м.

ОТВЕТ: – 424.

Задача 9 (4 балла) [закон отражения света, плоское зеркало, равномерное движение]

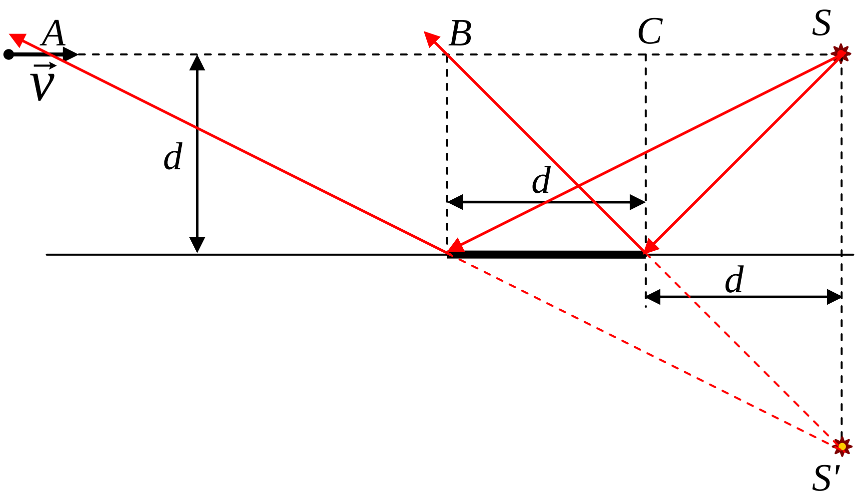
Плоское зеркало шириной $d = 10$см лежит на горизонтальной поверхности. В точке, расположенной на расстоянии, равном d, от правого края зеркала и на высоте, равной d, над поверхностью расположен небольшой источник света. Справа с большого расстояния с постоянной скоростью $v = 0{,}4$ м/с летит по горизонтальной прямой мотылек. Вектор его скорости перпендикулярен краям зеркала и направлен точно на источник (см. рисунок). В течении какого интервала времени мотылек будет видеть два источника света? Ответ запишите в секундах в виде десятичной дроби.



Подсказка 1: мотылек увидит два источника, если он будет видеть изображение источника в зеркале.
Подсказка 2: построив ход лучей, отражающихся от краев зеркала, можно найти сечение области, из которой мотылек видит изображение.
Подсказка 3: для нахождения времени надо разделить расстояние между точками, в которых траектория мотылька пересекает границы области, на скорость мотылька.

Решение:

Ясно, что мотылек увидит два источника, если он будет видеть изображение источника в зеркале. Построив ход лучей, отражающихся от краев зеркала, находим сечение области, из которой мотылек видит изображение (на рисунке).



Траектория мотылька пересекает границы этой области в точках A и B. Из построения видно, что $|BD| = 2|CD| = 2d$ и $|AD| = 2|BD| = 4d$. Следовательно, участок пути мотылька внутри этой области $|AB| = |AD| - |BD| = 2d$, и мотылек пройдет его за время $t = \dfrac{2d}{v} = 0{,}5\,\text{с}$.

ОТВЕТ: 0,5.