

7-9 классы, подготовка к теоретическому туру
олимпиады школьников «Робофест» по физике

Набор задач для самостоятельного решения по занятию 1.

Тема: «МЕХАНИКА: ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ».

Задача 1 (1 балл) [скорость, равномерное движение, путь]

По дороге из школы ученик дошел точно до середины своего пути со скоростью 5 км/ч, потом разговаривал с приятелем столько же времени, сколько потратил на первую половину пути, а затем добежал до дома со скоростью 10 км/ч. Какой была его средняя скорость на всем пути от школы до дома? Ответ дайте в км/ч.

Подсказка 1: Полное время движения состоит из времени прохождения первой половины пути, времени разговора (которое равно предыдущему), и времени прохождения второй половины.

Подсказка 2: Если t – полное время движения, а s – полный путь, то $t = 2 \cdot \frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2}$.

Решение:

Пусть полный путь школьника за общее время t равен s . Тогда $t = 2 \cdot \frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2} = s \frac{2v_2 + v_1}{2v_1v_2}$.

Значит, $v_{cp} = \frac{s}{t} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + 2v_2} = 4$ км/ч.

ОТВЕТ: 4.

Задача 2 (3 балла) [равномерное движение, путь]

Во время тренировки гонщик на автомобиле проезжал круг за время $T = 190$ с. Второй гонщик, ехавший быстрее по тому же кругу, обгонял его каждые $t_1 = 665$ с. Переведя двигатель в более мощный режим, первый гонщик поехал в полтора раза быстрее, и тут же обогнал второго. Через какое время после этого он снова обгонит его, если их скорости будут неизменны? Ответ дайте в секундах, округлив до целого значения.

Подсказка 1: Длина круга связана со скоростью первого гонщика v_1 соотношением $L = v_1T$.

Подсказка 2: Если v_2 – скорость второго гонщика, то промежуток времени t_1 между обгонами определяется из условия $L = (v_2 - v_1)t_1$.

Подсказка 3: Искомое время t_2 удовлетворяет уравнению $L = (1,5v_1 - v_2)t_2$.

Решение:

Пусть L – длина круга на треке, $v_{1,2}$ – первоначальные скорости автомобилей первого и второго гонщиков. Тогда $L = v_1T$. С другой стороны, относительная скорость гонщиков (скорость сближения вдоль трека) равна $v_2 - v_1$, поэтому $L = (v_2 - v_1)t_1$. Из этих

соотношений, исключая L , находим, что $v_2 = v_1 \left(1 + \frac{T}{t_1} \right)$. Время до второго обгона после

увеличения скорости первым автомобилем определяется из уравнения

$L = (1,5v_1 - v_2)t_2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{T}{t_1} \right) v_1 t_2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{T}{t_1} \right) \frac{L}{T} t_2$, из которого следует, что $t_2 = \frac{2t_1T}{t_1 - 2T} = 886 \frac{2}{3}$ с.

ОТВЕТ: 887.

Задача 3 (3 балла) [ускорение, равноускоренное движение, путь]

Маленький груз на небольшом парашюте опускается с постоянной скоростью $v_1 = 4$ м/с. Он пролетает мимо балкона, с которого спустя время $\tau = 1,6$ с отпускают без начальной скорости другой маленький груз. На каком расстоянии от балкона этот груз догонит

парашют? Силой сопротивления воздуха, действующей на груз без парашюта, пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным $g \approx 10 \text{ м/с}^2$. Ответ выразить в сантиметрах.

Подсказка 1: Спустя время t после начала падения груз без парашюта пройдет путь

$$s = \frac{gt^2}{2} \approx 5t^2 \text{ м.}$$

Подсказка 2: В этот момент времени парашют находится на расстоянии $s' = v(t + \tau) = (4t + 6,4) \text{ м}$.

Подсказка 3: если в этот момент они поравнялись, то $s' = s$.

Решение:

Спустя время t после начала падения груз без парашюта пройдет путь $s = \frac{gt^2}{2} \approx 5t^2 \text{ м}$, а

парашют в этот момент времени находится на расстоянии $s' = v(t + \tau) = (4t + 6,4) \text{ м}$ от балкона. Свободно падающий груз догнал парашют, если $s' = s$. Значит, время «погони»

определяется из уравнения $s' = s \Rightarrow \frac{g}{2}t^2 = v(t + \tau) \Rightarrow t^2 - 2\frac{v}{g}t - \frac{2v\tau}{g} = 0$. Можно решать

это уравнение и «в числах»: $s' = s \Rightarrow 5t^2 = 4t + 6,4 \Rightarrow t^2 - 0,8t - 1,28 = 0$. Положительный

корень этого уравнения – это $t = \frac{v}{g} + \sqrt{\frac{v^2}{g^2} + \frac{2v\tau}{g}} = 1,6 \text{ с}$, и соответствующий путь $s = 12,8 \text{ м}$.

ОТВЕТ: 1280.

Задача 4 (4 балла) [ускорение, равноускоренное движение, перемещение]

Небольшой камень бросили с балкона с начальной скоростью $v_0 = 5 \text{ м/с}$. Он упал на землю со скоростью $v = 12 \text{ м/с}$, причем направление скорости его падения оказалось в точности перпендикулярно направлению начальной скорости. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти время полета камня. Ответ запишите в секундах с точностью до десятых.

Подсказка 1: В векторной форме $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$, где t – искомое время.

Подсказка 2: Этот «треугольник скоростей» по условию прямоуголен.

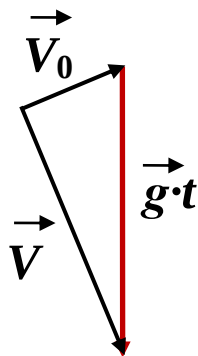
Подсказка 3: К этому треугольнику можно применить теорему Пифагора.

Решение:

В векторной форме связь скоростей записывается как $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$, где t – искомое время.

Построив этот треугольник скоростей, мы можем использовать для него теорему Пифагора (ведь по условию начальная и конечная скорости перпендикулярны): $g^2 t^2 = v_0^2 + v^2$, откуда

$$t = \frac{\sqrt{v_0^2 + v^2}}{g} = 1,3 \text{ с.}$$



ОТВЕТ: 1,3.

Задача 5 (4 балла) [ускорение, равноускоренное движение, перемещение]

Небольшой камень бросили с балкона с начальной скоростью $v_0 = 5 \text{ м/с}$. Он упал на землю со скоростью $v = 12 \text{ м/с}$, причем направление скорости его падения оказалось в точности перпендикулярно направлению начальной скорости. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти высоту точки броска над землей. Ответ запишите в сантиметрах с точностью до целого значения.

Подсказка 1: Горизонтальная составляющая скорости камня не изменяется.

Подсказка 2: Из подсказки 1 следует, что угол наклона начальной скорости к горизонту α

удовлетворяет уравнению $v_0 \cos(\alpha) = v \sin(\alpha) \Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{12}{5} \sin(\alpha)$. Из этого соотношения можно найти $\sin(\alpha)$.

Подсказка 3: Закон движения камня по вертикали $y(t) = h + v_0 \sin(\alpha)t - \frac{gt^2}{2}$ (где координата y отсчитывается от земли).

Решение:

Из задачи 4 находим, что время движения камня $t = 1,3 \text{ с}$. Известно, что горизонтальная составляющая скорости камня при движении только в поле тяжести не изменяется. Поэтому угол наклона начальной скорости к горизонту α удовлетворяет уравнению

$v_0 \cos(\alpha) = v \sin(\alpha) \Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{12}{5} \sin(\alpha)$. Поскольку $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$, то $\sin(\alpha) = \frac{5}{13}$.

Если ввести координату y , которая отсчитывается от земли вверх вдоль вертикальной оси, то вдоль оси y камень движется с ускорением свободного падения из точки с $y = h$ (h –

искомая высота). Поэтому закон движения $y(t) = h + v_0 \sin(\alpha)t - \frac{gt^2}{2}$. Падению на землю

отвечает $y = 0$, поэтому $h = \frac{gt^2}{2} - v_0 \sin(\alpha)t = 5,95 \text{ м}$.

Примечание: на самом деле эту задачу проще решить с помощью закона сохранения полной механической энергии. Так как силы сопротивления нет, то механическая энергия

сохраняется: $\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv^2}{2}$, и после сокращения на массу из этого соотношения сразу

находим, что $h = \frac{v^2 - v_0^2}{2g} = 5,95 \text{ м}$.

ОТВЕТ: 595.

Задача 6 (4 балла) [равномерное прямолинейное движение, сложение скоростей]

В безветренную погоду самолет затрачивает на перелет между городами 6 часов. Если во время полета перпендикулярно линии курса дует боковой ветер, то на перелет уходит на 9 минут больше. Найдите скорость самолета относительно воздуха, если скорость ветра постоянна и равна $u = 20 \text{ м/с}$. Ответ записать в км/ч.

Подсказка 1: Скорость самолета относительно Земли, направленная вдоль линии курса, равна векторной сумме его скорости относительно воздуха и скорости ветра.

Подсказка 2: Скорость движения самолета вдоль курса $v' = \sqrt{v^2 - u^2}$, где v – искомая скорость.

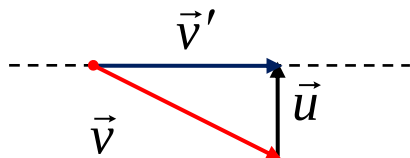
Подсказка 3: Дальность полета $L = vt = v't'$.

Решение:

Скорость самолета относительно Земли, направленная вдоль линии курса, равна векторной

сумме его скорости относительно воздуха $\vec{v}$ и скорости ветра (см. рисунок). Поэтому его скорость движения вдоль курса $v' = \sqrt{v^2 - u^2}$. Время перелета при ветре $t' = \frac{L}{\sqrt{v^2 - u^2}}$, и

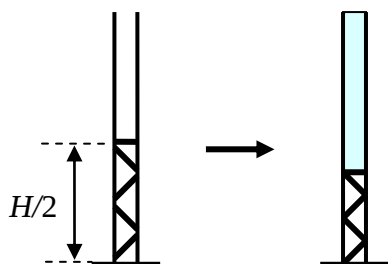
при этом $L = vt$. Поэтому $(v^2 - u^2)(t')^2 = v^2 t^2$. Из этого соотношения находим: $v = \frac{z}{\sqrt{z^2 - 1}} u$, где $z \equiv \frac{t'}{t} = \frac{41}{40}$. Таким образом, $v = \frac{41}{9} u \approx \frac{820}{9}$ м/с. Это соответствует 328 км/ч.



ОТВЕТ: 328.

Задача 7 (4 балла) [условие равновесия сил, вес, закон Гука]

Мензурка высотой $H = 20$ см установлена вертикально. В нижней ее половине находится пружина жесткостью $k = 14$ Н/м, закрытая сверху тонкой легкой непроницаемой для воды крышечкой, которая без трения может перемещаться внутри мензурки. Сколько грамм воды плотностью $\rho = 1$ г/см³ надо аккуратно налить в мензурку сверху, чтобы заполнить ее до верхнего края (см. рисунок)? Площадь поперечного сечения мензурки $S = 4$ см². Для расчетов принять $g \approx 10$ Н/кг. Давление воздуха не учитывать (считать, что воздух выходит из объема с пружиной ровно настолько, чтобы давление не изменялось). Ответ дайте в граммах.



Подсказка 1: В состоянии покоя вес налитой воды уравнивается силой упругости пружины.

Подсказка 2: Вместе с увеличением деформации увеличивается и объем мензурки над «крышечкой».

Подсказка 3: Если x – величина деформации, то масса налитой воды $m = \rho S \left(\frac{H}{2} + x \right)$.

Решение:

Обозначим величину деформации пружины в состоянии, при котором вода налита до самого края, символом x . Ясно, что масса налитой воды $m = \rho S \left(\frac{H}{2} + x \right)$, а ее вес уравнивается силой упругости пружины

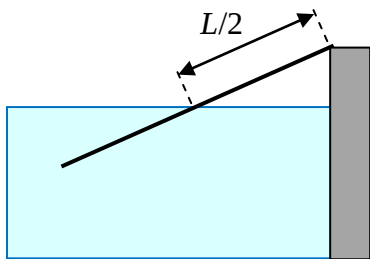
$$mg = \rho S \left(\frac{H}{2} + x \right) g = kx \Rightarrow x = \frac{\rho S H g}{2(k - \rho S g)} \Rightarrow m = \frac{k}{k - \rho S g} \frac{\rho S H}{2} = 56 \text{ г.}$$

ОТВЕТ: 56.

Задача 8 (5 баллов) [условие равновесия сил, правило моментов, закон Гука]

Однородная тонкая доска массой $m = 3$ кг лежит, опираясь одним из своих концов на борт бассейна с водой (см. рисунок, доска перпендикулярна горизонтальному ребру бортика). Оказалось, что в воду погружена ровно половина доски. Найти величину силы, с которой

доска действует на борт бассейна. Ответ запишите в Н. Ускорение свободного падения принять равным $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.



Подсказка 1: Доска покоится под действием трех сил: силы тяжести, силы Архимеда и силы, действующей со стороны борта бассейна.

Подсказка 2: Поскольку сила тяжести и сила Архимеда направлены вертикально, то и сила, действующая на доску со стороны борта, также направлена вертикально, и для решения достаточно записать условие равновесия сил в проекции на вертикальную ось и правило моментов.

Подсказка 3: Плечо силы Архимеда относительно точки опоры доски в полтора раза больше плеча силы тяжести l , поэтому уравнение правила моментов имеет вид:

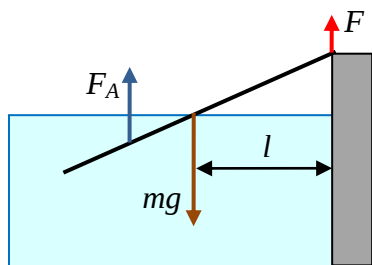
$$mgl = F_A \frac{3}{2}l.$$

Решение:

Доска покоится под действием трех сил: силы тяжести, силы Архимеда и силы, действующей со стороны борта бассейна (см. рисунок). Поскольку сила тяжести и сила Архимеда направлены вертикально, то и сила, действующая на доску со стороны борта, также направлена вертикально, и для решения достаточно записать условие равновесия сил в проекции на вертикальную ось и правило моментов. Первое условие имеет вид: $mg = F_A + F$. При записи второго учтем, что сила тяжести приложена к центру масс доски (то есть к ее середине, находящейся как раз на уровне поверхности воды), а сила Архимеда приложена к середине погруженной части (эта точка находится на расстоянии $3L/4$ от точки опоры). Поэтому плечо силы Архимеда относительно точки опоры доски в полтора раза больше плеча силы тяжести (которое обозначим l), и уравнение правила моментов имеет вид: $mgl = F_A \frac{3}{2}l$. Сокращая на l , находим: $F_A = \frac{2}{3}mg$. Теперь из первого условия

найдем, что $F = mg - F_A = \frac{1}{3}mg$. Ответная сила, с которой доска действует на борт, равна $\vec{F}$ по величине и противоположна по направлению ($\vec{F}' = -\vec{F}$ – третий закон Ньютона).

Итак, величина искомой силы $F' = \frac{1}{3}mg = 10 \text{ Н}$.



ОТВЕТ: 10.

Задача 9 (4 балла) [движение по окружности]

Ракета стартует вертикально и летит по окружности радиуса $R = 100$ м, лежащей в вертикальной плоскости. Модуль скорости ракеты в зависимости от времени t , прошедшего после старта, меняется по закону $v(t) = v_0 + at$, где $v_0 = 15,7$ м/с и $a = 3,14$ м/с². Найти время, за которое ракета вернется к земле (поверхность Земли в районе полета считать плоской). Ответ дайте в секундах, округлив до целого значения.

Подсказка 1: Нужно использовать аналогию между движением по окружности и движением по прямой.

Подсказка 2: Из закона изменения скорости $v(t) = v_0 + at$ следует закон изменения пройденного пути.

Подсказка 3: Этот закон имеет вид $s(t) = v_0 t + \frac{at^2}{2}$.

Решение:

В этой задаче нужно использовать аналогию между движением по окружности и движением по прямой. Тогда из закона изменения скорости $v(t) = v_0 + at$ следует закон изменения

пройденного пути, который имеет вид $s(t) = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Так как для возвращения на плоскую

поверхность земли ракете нужно пролететь половину окружности, то время полета

определяется из уравнения $v_0 t + \frac{at^2}{2} = \pi R \Rightarrow t^2 + \frac{2v_0}{a} t - \frac{2\pi R}{a} = 0$. Положительный корень

этого уравнения дает ответ: $t = -\frac{v_0}{a} + \sqrt{\frac{v_0^2}{a^2} + \frac{2\pi R}{a}} \approx 10$ с.

ОТВЕТ: 10.