

**10-11 классы, подготовка к теоретическому туру  
олимпиады школьников «Робофест» по физике**

**Набор задач для самостоятельного решения к занятию «переменный ток».**

**Задача 1 (3 балла) [индуктивность, конденсатор, синусоидальный ток]**

Конденсатор емкостью  $C = 50$  мкФ и катушка с индуктивностью  $L = 50$  мГн соединены параллельно и подключены к источнику переменного синусоидального напряжения частотой  $\nu = 50$  Гц. В некоторый момент времени ток в катушке обратился в ноль. Спустя какое время после этого в первый раз обратится в ноль заряд конденсатора? Сопротивление подводящих проводов пренебрежимо мало. Ответ выразить в мс с точностью до целого значения.

Подсказка 1: закон изменения силы тока в катушке можно записать в виде  $I_L(t) = I_m \cdot \sin(\omega t)$ , если отсчитывать время от момента обращения ее в ноль.

Подсказка 2: напряжение на концах катушки  $U_L(t) = L \frac{dI}{dt} = \omega L I_m \cdot \cos(\omega t)$ .

Подсказка 3: конденсатор подключен параллельно катушке, поэтому в любой момент времени на нем такое же напряжение.

Решение:

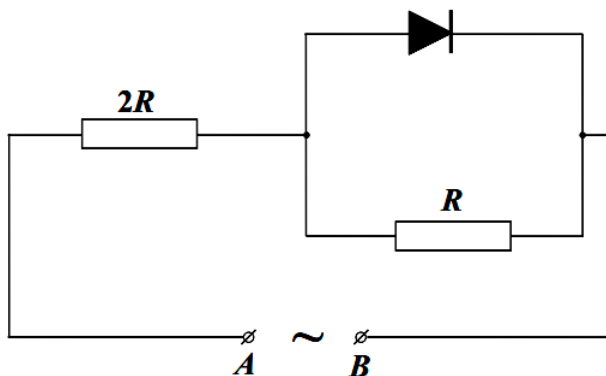
Примем «некоторый момент времени» за момент  $t = 0$  и запишем закон изменения силы тока в катушке  $I_L(t) = I_m \cdot \sin(\omega t)$ ,  $\omega \equiv 2\pi\nu$  (как видно, такая запись согласована с требованием  $I_L(0) = 0$ ). Тогда напряжение на концах катушки  $U_L(t) = L \frac{dI}{dt} = \omega L I_m \cdot \cos(\omega t)$ .

Поскольку конденсатор подключен параллельно катушке, то такое же напряжение в любой момент времени и на нем:  $U_C(t) = U_L(t) = \omega L I_m \cdot \cos(\omega t)$ . Заряд конденсатора изменяется по закону  $q(t) = CU(t) = \omega L I_m \cos(\omega t)$ , и поэтому он впервые обращается в ноль при  $\omega t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{1}{4\nu} = 5$  мс.

Ответ: 5.

**Задача 2 (3 балла) [синусоидальный ток, диод, действующее значение]**

В схеме, показанной на рисунке, диод является идеальным. К клеммам А и В подведено синусоидальное напряжение. Действующее значение силы тока в резисторе  $2R$  равно  $I_{2a} = 1,30$  А. Найдите действующее значение силы тока в резисторе  $R$ . Ответ запишите в амперах, с точностью до сотых.



Подсказка 1: Ясно, что диод открыт в ту половину периода  $T$  синусоидального напряжения, когда потенциал А выше потенциала В, и заперт в другую половину периода. При открытом диоде ток через резистор  $R$  не течет, и тепловыделение в нем отсутствует.

Подсказка 2: При открытом диоде через резистор  $2R$  течет ток («половинка синусоиды») с амплитудой  $\frac{U_m}{2R}$ , поэтому в нем выделяется количество теплоты

$$Q_2^I = \frac{1}{2} \left( \frac{U_m}{2R} \right)^2 2R \frac{T}{2} = \frac{1}{8} \frac{U_m^2 T}{R}.$$

Подсказка 3: При запертом диоде через оба резистора течет ток (вторая «половинка синусоиды») с амплитудой  $\frac{U_m}{3R}$ .

Решение:

Ясно, что диод открыт в ту половину периода  $T$  синусоидального напряжения, когда потенциал А выше потенциала В, и заперт в другую половину периода. При открытом диоде ток через резистор  $R$  не течет, и тепловыделение в нем отсутствует. При этом через резистор  $2R$  течет ток («половинка синусоиды») с амплитудой  $\frac{U_m}{2R}$ , поэтому в нем выделяется

количество теплоты  $Q_2^I = \frac{1}{2} \left( \frac{U_m}{2R} \right)^2 2R \frac{T}{2} = \frac{1}{8} \frac{U_m^2 T}{R}$  (здесь  $U_m$  – амплитуда подаваемого

напряжения, и множитель  $\frac{1}{2}$  появляется из-за усреднения квадрата гармонической функции).

При запертом диоде через оба резистора течет ток (вторая «половинка синусоиды») с амплитудой  $\frac{U_m}{3R}$ , и в резисторе  $R$  выделяется количество теплоты

$Q_1^I = \frac{1}{2} \left( \frac{U_m}{3R} \right)^2 R \frac{T}{2} = \frac{1}{36} \frac{U_m^2 T}{R}$ , а в резисторе  $2R$  – в два раза большее количество теплоты

$Q_2^I = \frac{1}{18} \frac{U_m^2 T}{R}$ . Полное количество теплоты, выделившееся за период в резисторе  $2R$  равно

$Q_2 = Q_2^I + Q_2^I = \frac{13}{72} \frac{U_m^2 T}{R}$ , и по определению действующего значения силы тока

$I_{2a}^2 2RT = \frac{13}{72} \frac{U_m^2 T}{R}$ , то есть  $I_{2a} = \frac{\sqrt{13}}{12} \frac{U_m}{R}$ . Аналогично для резистора  $R$  находим

$I_{1a}^2 RT = \frac{1}{36} \frac{U_m^2 T}{R} \Rightarrow I_{1a} = \frac{1}{6} \frac{U_m}{R} = \frac{2}{\sqrt{13}} I_{2a} \approx 0,72 \text{ А}.$

Ответ: 0,72.

### Задача 3 (3 балла) [переменный ток, диод, действующее значение]

В схеме, показанной на рисунке 1, диод является идеальным. К клеммам А и В подведено переменное напряжение, график которого  $U_{AB}(t)$  показан на рисунке 2. Действующее значение силы тока в резисторе  $R$  равно  $I_{1a} = 1,80 \text{ А}$ . Найдите действующее значение силы тока в резисторе  $2R$ . Ответ запишите в амперах, с точностью до сотых.

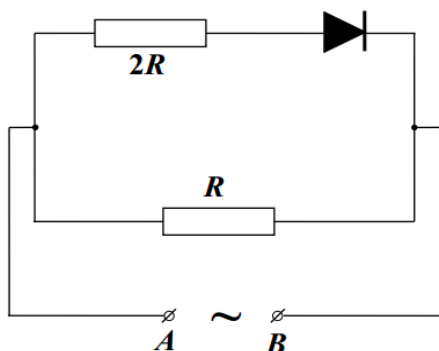


рис. 1

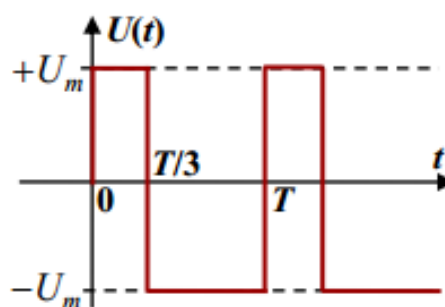


рис. 2

Подсказка 1: Ясно, что диод открыт в ту часть периода изменения напряжения, когда потенциал А выше потенциала В (то есть от 0 до  $T/3$ ), и заперт в другую часть периода – от  $T/3$  до  $T$ .

Подсказка 2: Ток через резистор  $2R$  течет только в первую часть периода.

Подсказка 3: Величина тока через резистор  $R$  в течение всего периода постоянна и равна  $\frac{U_m}{R}$  (изменяется только направление тока).

Решение:

Ясно, что диод открыт в ту часть периода изменения напряжения, когда потенциал А выше потенциала В (то есть от 0 до  $T/3$ ), и заперт в другую часть периода – от  $T/3$  до  $T$ . Ток через резистор  $2R$  течет только в первую часть периода, и поэтому за весь период в нем

выделяется количество теплоты  $Q_2 = \left(\frac{U_m}{2R}\right)^2 2R \frac{T}{3} = \frac{1}{6} \frac{U_m^2 T}{R}$ . По определению действующего

значения силы тока  $I_{2a}^2 2RT = \frac{1}{6} \frac{U_m^2 T}{R}$ , то есть  $I_{2a} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{U_m}{R}$ . Величина тока через резистор

$R$  в течение всего периода постоянна и равна  $\frac{U_m}{R}$  (изменяется только направление тока, которое не влияет на выделение тепла). Поэтому очевидно, что действующее значение  $I_{1a} = \frac{U_m}{R}$ . Следовательно,  $I_{2a} = \frac{1}{2\sqrt{3}} I_{1a} \approx 0,52A$ .

Ответ: 0,52.

**Задача 4 (4 балла) [переменный ток, колебательный контур, гармонические колебания, мощность]**

Конденсатор емкостью  $C = 10$  мкФ и катушка с индуктивностью  $L = 1$  мГн подключены последовательно к источнику синусоидального напряжения, частота которого равна собственной частоте этого контура. Омическое сопротивление катушки  $R = 0,02$  Ом. Определить среднюю мощность, потребляемую контуром от источника в режиме установившихся колебаний, если амплитуда напряжения на конденсаторе в этом режиме  $U_C = 10$  В. Ответ выразить в мВт и округлить до целых.

Подсказка 1: в данной схеме можно пренебречь омическим сопротивлением катушки при исследовании связи между током и напряжением.

Подсказка 2: связь амплитуды тока в контуре с амплитудой напряжения на конденсаторе –

типичная для гармонических колебаний:  $I_m = \omega q_m = \omega C U_m = U_m \sqrt{\frac{C}{L}}$ .

Подсказка 3: потребляемая мощность связана только с компенсацией потерь в виде джоулева тепла, выделяющегося в омическом сопротивлении катушки.

Решение:

В данном случае не обязательно проводить анализ по общей схеме, применимой для произвольных цепей переменного тока. Причиной этого является малость омического

сопротивления контура: при частоте подаваемого напряжения  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^4$  с<sup>-1</sup> можно пренебречь потерями на излучение, и к тому же величина емкостного и индуктивного

сопротивлений  $\frac{1}{\omega C} = \omega L = \sqrt{\frac{L}{C}} = 10$  Ом оказывается много больше омического

сопротивления. Поэтому при анализе связи между током и напряжением в этой схеме наличием омического сопротивления можно пренебречь. Тогда ясно, что в момент

достижения амплитудного значения напряжения на конденсаторе сила тока равна нулю, и, наоборот, сила тока максимальна в момент обращения в нуль напряжения на конденсаторе. Амплитудные значения тока в контуре, заряда конденсатора и напряжения на нем, как обычно при гармонических колебаниях, связаны соотношением:

$$I_m = \omega q_m = \omega C U_m = U_m \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

При этом, как следует из проведенных рассуждений, потери в контуре связаны только с выделением джоулева тепла в омическом сопротивлении катушки. Значит, средняя потребляемая мощность  $P_{cp} = R \cdot \frac{1}{2} I_m^2 = \frac{RCU_m^2}{2L} = 10$  Вт.

Ответ: 10.

#### Задача 5 (4 балла) [переменный ток, конденсатор, резистор]

Конденсатор емкостью  $C = 20$  мкФ и резистор с сопротивлением  $R = 160$  Ом соединены последовательно и подключены к источнику синусоидального тока с частотой  $\nu = 50$  Гц и действующим значением напряжения  $U = 220$  В. Найти амплитуду силы тока в этой цепи. Ответ выразить в Амперах, округлив до сотых.

Подсказка 1: колебания напряжения на резисторе синфазны с колебаниями тока, а колебания напряжения на конденсаторе отстают по фазе от колебаний тока на  $\frac{\pi}{2}$ .

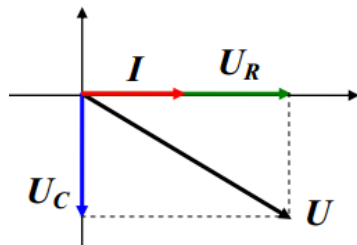
Подсказка 2: для амплитудных значений напряжения источника, напряжений на резисторе и конденсаторе справедливо равенство  $U_m = \sqrt{U_{Rm}^2 + U_{Cm}^2}$ .

Подсказка 3: необходимо учесть, что  $U_{Rm} = I_m R$ ,  $U_{Cm} = I_m \frac{1}{\omega C}$  (где  $I_m$  - амплитуда колебаний тока в цепи) и  $U_m = \sqrt{2} \cdot U$ .

Решение:

Колебания напряжения на резисторе синфазны с колебаниями тока, а колебания напряжения на конденсаторе отстают по фазе от колебаний тока на  $\frac{\pi}{2}$ , поэтому на фазовой диаграмме (см. рисунок) треугольник напряжений  $U(t) = U_R(t) + U_C(t)$  - прямоугольный, и для амплитудных значений справедливо равенство  $U_m = \sqrt{U_{Rm}^2 + U_{Cm}^2}$ . С другой стороны,  $U_{Rm} = I_m R$  и  $U_{Cm} = I_m \frac{1}{\omega C}$ . Таким образом:  $I_m = \frac{\omega C}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} U_m$ . Остается учесть, что

$\omega = 2\pi\nu$ , а  $U_m = \sqrt{2} \cdot U$ , и получить ответ:  $I_m = \frac{2\pi\sqrt{2}\nu C}{\sqrt{1 + 4\pi^2\nu^2 C^2 R^2}} U \approx 1,38$  А.



Ответ: 1,38.

#### Задача 6 (4 балла) [переменный ток, колебательный контур, разность фаз]

К источнику синусоидального тока с частотой  $\nu = 50$  Гц подключены параллельно: конденсатор емкостью  $C = 20$  мкФ и цепь из последовательно соединенных резистора с сопротивлением  $R = 3,1416$  Ом и идеальной катушки с индуктивностью  $L = 10$  мГн. Найдите

разность фаз колебаний тока в конденсаторе и в резисторе. Величину разности фаз выразить в радианах с учетом знака. В качестве ответа привести величину  $\frac{\Delta\varphi}{\pi}$ , записав ее с точностью до сотых долей.

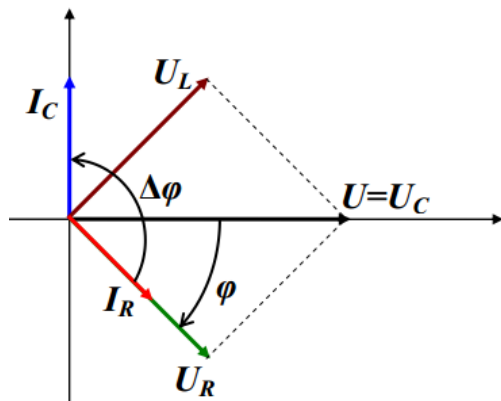
Подсказка 1: колебания тока в ветви с конденсатором опережают по фазе колебания напряжения источника на  $\frac{\pi}{2}$ .

Подсказка 2: разность фаз между колебаниями напряжения источника и колебаниями тока в ветви с резистором и катушкой  $\varphi$  можно определить из фазовой диаграммы для этой ветви.

Подсказка 3:  $\operatorname{tg}(\varphi) = \frac{\omega L}{R}$ .

Решение:

Колебания тока в ветви с конденсатором опережают по фазе колебания напряжения источника на  $\frac{\pi}{2}$ . С другой стороны, разность фаз между колебаниями напряжения источника и колебаниями тока в ветви с резистором и катушкой  $\varphi$  можно определить из фазовой диаграммы (смотреть рисунок): этот сдвиг фаз отвечает углу напротив катета  $\omega L \cdot I_{Rm}$  в прямоугольном треугольнике, отвечающем равенству  $U_R(t) + U_L(t) = U(t)$ . Как видно,  $\operatorname{tg}(\varphi) = \frac{\omega L}{R}$ . Поэтому  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} + \arctg\left(\frac{\omega L}{R}\right)$ , то есть при заданных значениях величин  $\Delta\varphi \approx \frac{3\pi}{4}$  с очень высокой точностью. Следовательно,  $\frac{\Delta\varphi}{\pi} \approx 0,75$ .



Ответ: 0,75.

### Задача 7 (6 баллов) [переменный ток, конденсатор, резистор]

К источнику периодического напряжения подключена цепь из двух резисторов и конденсатора, показанная на рисунке 1. Также на рисунке 2 показана зависимость от времени напряжения на резисторе  $R_2$  в установившемся режиме, по данным вольтметра, ошибка измерения которого примерно равна 0,5 В. Известно, что  $R_2 = 2R_1$ , и что величина емкости конденсатора такова, что разность максимального и минимального значения заряда конденсатора в течение периода очень мала:  $\Delta q \ll \frac{1}{20} C \cdot U_0$ , где  $U_0 = 80$  В — максимальное напряжение на  $R_2$ . Найти среднее значение напряжения на конденсаторе  $U_C$  в установившемся режиме. Вольтметр считать идеальным. Ответ записать в В, с точностью до целого значения.

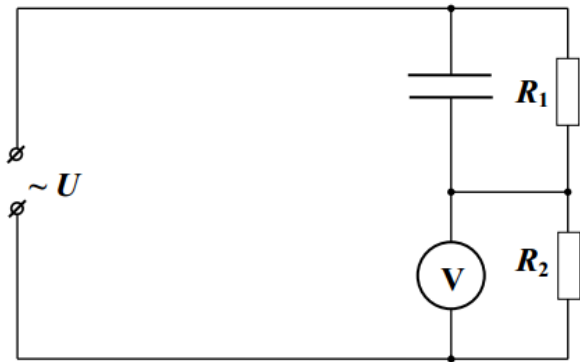


рис. 1

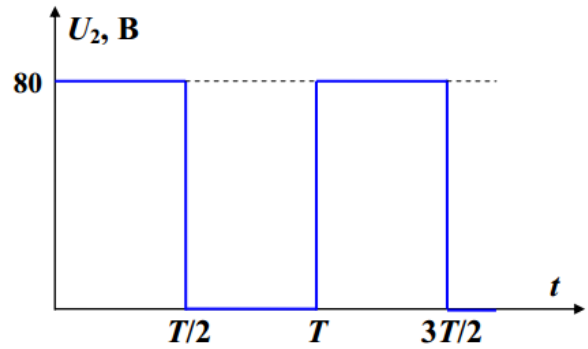


рис. 2

Подсказка 1: с учетом условия малости колебаний величины заряда, при вычислении изменений этой величины можно считать напряжение на конденсаторе примерно равным его среднему значению  $U_C$ .

Подсказка 2: в первую половину периода конденсатор заряжается почти постоянным током  $I_C \approx \frac{U_0}{R_2} - \frac{U_C}{R_1}$ .

Подсказка 3: во вторую половину периода конденсатор разряжается через резистор  $R_1$ , причем ток разрядки практически постоянен и равен  $I'_C \approx \frac{U_C}{R_1}$ .

Подсказка 4: в установившемся режиме изменение заряда конденсатора за период равно нулю.

Решение:

С учетом условия малости колебаний величины заряда, при вычислении изменений этой величины будем считать напряжение на конденсаторе примерно равным его среднему значению  $U_C$ . Действительно, изменение этого напряжения меньше точности данных, полученных с помощью нашего вольтметра. В течение первой половины периода напряжение на резисторе  $R_1$  примерно равно  $U_C$ , а на резисторе  $R_2$  равно  $U_0$ , поэтому ток зарядки конденсатора  $I_C \approx \frac{U_0}{R_2} - \frac{U_C}{R_1}$ . Следовательно, за эту половину периода заряд конденсатора увеличивается на

$$\Delta q_1 \approx \left( \frac{U_0}{R_2} - \frac{U_C}{R_1} \right) \cdot \frac{T}{2}.$$

Во вторую половину периода тока в резисторе  $R_2$  нет, а конденсатор разряжается через резистор  $R_1$ . Ток разрядки практически постоянен и равен  $I'_C \approx \frac{U_C}{R_1}$ . Значит, за вторую половину периода

$$\Delta q_2 \approx -\frac{U_C}{R_1} \cdot \frac{T}{2}.$$

В установившемся режиме изменение заряда конденсатора за период равно нулю. Таким образом,

$$\Delta q_1 + \Delta q_2 \approx \left( \frac{U_0}{R_2} - 2 \frac{U_C}{R_1} \right) \cdot \frac{T}{2} = 0 \Rightarrow U_C \approx \frac{R_1}{2R_2} U_0 = \frac{U_0}{4} = 20 \text{ В}.$$

Ответ: 20.