

10-11 классы, подготовка к теоретическому туру

олимпиады школьников «Робофест» по физике

Задание для самостоятельного решения к занятию 7 (10.02.2018).

Тема: «ПОСТОЯННЫЙ ТОК И ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛИ».

Задача 1 (3 балла) [постоянный ток, последовательное соединение, параллельное соединение]

Ученик подключил к батарее последовательно соединенные амперметр и вольтметр. При этом вольтметр показал напряжение $U_1 = 8$ В. Затем он подключил параллельно вольтметру второй такой же прибор, и обнаружил, что оба вольтметра показывают напряжение $U_2 = 6$ В. После этого он подключил амперметр к батарее непосредственно. Во сколько раз показание амперметра в этом случае должно отличаться от первоначального?

Подсказка 1: поскольку $U_2 \neq U_1$, то сопротивление вольтметра конечно и сумма внутренних сопротивлений батареи и амперметра отлична от нуля.

Подсказка 2: в первом случае связь показаний вольтметра с ЭДС батареи и сопротивлениями

элементов схемы $U_1 = I_1 R_V = \frac{\mathcal{E}}{r + R_A + R_V} R_V$.

Подсказка 3: во втором случае напряжение на вольтметрах вычисляется аналогично, но с учетом того, что сопротивление параллельно соединенных вольтметров есть $\frac{R_V}{2}$, и поэтому из соотношения U_2 и U_1 находится соотношение R_V и $r + R_A$.

Решение:

Обозначим внутреннее сопротивление батареи, амперметра и вольтметра r , R_A и R_V соответственно, а ЭДС батареи – $\mathcal{E}$. Тогда ток в первом случае $I_1 = \frac{\mathcal{E}}{r + R_A + R_V} \equiv \frac{\mathcal{E}}{R + R_V}$

(как видно, здесь введено обозначение $r + R_A \equiv R$), и поэтому $U_1 = I_1 R_V = \frac{\mathcal{E}}{R + R_V} R_V$. Во

втором случае $I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R + R_V / 2}$ и $U_2 = I_2 \frac{R_V}{2} = \frac{\mathcal{E}}{2R + R_V} R_V$. Таким образом,

$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R + R_V}{2R + R_V} \Rightarrow R_V = \frac{2U_2 - U_1}{U_1 - U_2} R$. Теперь, подставляя это в выражение для I_1 , найдем, что

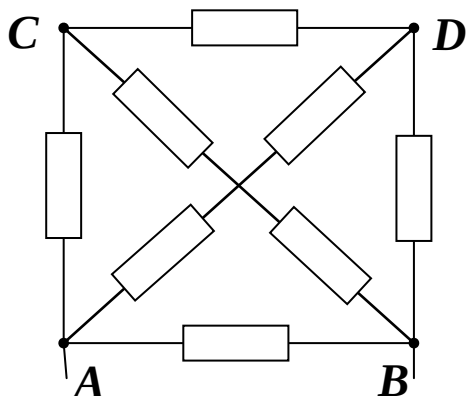
$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R} \cdot \frac{U_1 - U_2}{U_2}$. Ясно, что при непосредственном подключении амперметра к батарее

текущий через него ток $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$, так что $\frac{I}{I_1} = \frac{U_2}{U_1 - U_2} = 3$.

ОТВЕТ: 3.

Задача 2 (4 балла) [постоянный ток, последовательное соединение, параллельное соединение, эквипотенциальные точки]

Найти сопротивление участка цепи между клеммами A и B на рисунке. Сопротивление всех резисторов одинаково и равно $R = 60$ Ом. В «центре» квадрата контакта проводов нет! Ответ выразить в Ом.



Подсказка 1: очевидно, что токи в симметричных ветвях схемы (AC и DB , AD и CB) равны по величине.

Подсказка 2: сумма падений потенциала на всех путях от A к B равна разности потенциалов этих точек.

Подсказка 3: записав соотношения, следующие из подсказки 2, для трех независимых путей (например: AB , ACB и $ACDB$) вместе с уравнениями непрерывности тока, получаем систему для нахождения токов во всех ветвях схемы; полный ток равен сумме токов, стекающих с клеммы A .

Решение:

Очевидно, что токи в симметричных ветвях схемы равны по величине. Обозначим ток в ветви AB $I_{AB} \equiv I_1$, и далее: $I_{AC} = I_{DB} \equiv I_2$, $I_{AD} = I_{CB} \equiv I_3$. Тогда $I_{CD} = I_2 - I_3$. Пусть разность потенциалов точек A и B равна U . Суммируя падения потенциала на различных путях от A к B , получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} AB : I_1 R = U \\ ACB : I_2 R + I_3 2R = U \\ ACDB : 2I_2 R + (I_2 - I_3)R = U \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_1 = \frac{U}{R} \\ I_2 = \frac{3U}{7R} \\ I_3 = \frac{2U}{7R} \end{array} \right.$$

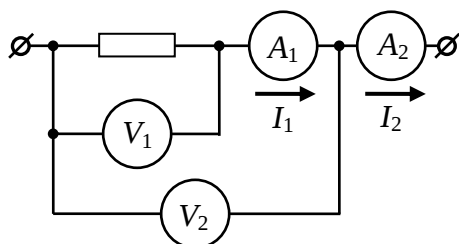
Полный ток, текущий от A к B , равен $I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{12U}{7R}$, поэтому сопротивление

схемы $R_{AB} = \frac{U}{I} = \frac{7}{12} R = 35 \text{ Ом}$.

ОТВЕТ: 35.

Задача 3 (4 балла) [постоянный ток, последовательное соединение, параллельное соединение]

Электрическая цепь (см. рисунок) состоит из двух одинаковых вольтметров и двух амперметров. Их показания: $U_1 = 10,0 \text{ В}$, $U_2 = 10,5 \text{ В}$, $I_1 = 50 \text{ мА}$, $I_2 = 70 \text{ мА}$ соответственно. Определите сопротивление резистора R . Ответ запишите в Омах, округлив до целого значения.



Подсказка 1: ток I_1 складывается из тока через резистор $I_R = \frac{U_1}{R}$ и тока через вольтметр V_1 , причем эти составляющие токи относятся друг к другу обратно пропорционально сопротивлениям.

Подсказка 2: ток I_2 складывается из тока I_1 и тока, протекающего через вольтметр V_2 .

Подсказка 3: можно записать, что $I_1 = I_R \left(1 + \frac{R}{R_V}\right) = \frac{U_1(R + R_V)}{RR_V} \Rightarrow R_V(RI_1 - U_1) = U_1R$, и аналогичное соотношение для I_2 .

Решение:

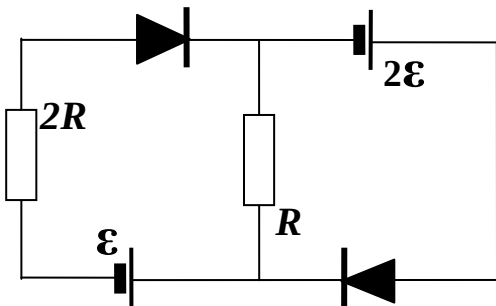
Ток I_1 складывается из тока через резистор $I_R = \frac{U_1}{R}$ и тока через вольтметр V_1 , причем эти составляющие токи относятся друг к другу обратно пропорционально сопротивлениям, поэтому $I_1 = I_R \left(1 + \frac{R}{R_V}\right) = \frac{U_1(R + R_V)}{RR_V} \Rightarrow R_V(RI_1 - U_1) = U_1R$. С другой стороны, ток I_2 складывается из тока I_1 и тока, протекающего через вольтметр V_2 , поэтому $I_2 = I_1 + \frac{U_2}{R_V} \Rightarrow R_V(I_2 - I_1) = U_2$. Разделив полученные соотношения друг на друга, получаем

уравнение для R : $RU_1(I_2 - I_1) = U_2(RI_1 - U_1)$, откуда $R = \frac{U_1U_2}{U_2I_1 - U_1(I_2 - I_1)} \approx 323 \text{ Ом}$.

ОТВЕТ: 323.

Задача 4 (5 баллов) [постоянный ток, последовательное соединение, параллельное соединение, диод]

Найти ток через резистор $R = 10 \text{ Ом}$ в схеме, изображенной на рисунке. Диоды идеальны, внутренние сопротивления источников одинаковы и равны $r = 2R$, ЭДС батареи в «левой» ветви $E = 12 \text{ В}$, остальные параметры элементов схемы показаны на рисунке. Ответ выразить в амперах.



Подсказка 1: для того, чтобы выяснить состояние диодов, можно предположить, что диоды открыты, и найти токи в ветвях с диодами в соответствии с этим предположением.

Подсказка 2: если какой-либо из найденных токов оказывается отрицателен (то есть имеет направление, противоположное тому, что следует из предположения об открытости диодов), то соответствующий диод на самом деле заперт.

Подсказка 3: диод в «левой» ветви схемы заперт, в «правой» - открыт.

Решение:

Тут главная сложность состоит в том, что нам изначально неизвестно состояние диодов. Предположим, что оба диода открыты, и стандартным методом решим задачу для схемы, в которой диоды заменяются на элементы с нулевым сопротивлением. Обозначим искомый ток I (для определенности направим его «снизу вверх»), ток в ветви без резисторов I_1 , а ток

в ветви с резистором $2R - I_2$. Тогда уравнение непрерывности тока имеет вид $I_1 = I + I_2$, а закон Ома для всех трех ветвей приводит к уравнениям $IR = 2E - I_1$, $2R = E + I_2$, $4R = I$. Исключаем из этих уравнений $I_1 = \frac{E}{R} - \frac{I}{2}$ и $I_2 = -\frac{E}{4R} + \frac{I}{4}$, находим: $I = \frac{5E}{7R}$. Однако надо проверить сделанное предположение, поэтому находим $I_1 = \frac{9E}{14R}$, $I_2 = -\frac{1E}{14R}$. Как видно, предположение не оправдывается: диод во второй ветви должен быть заперт. Убираем разомкнутую «левую» ветвь, и получаем простой контур, ток в котором $I = \frac{2E}{2R + R} = \frac{2E}{3R} = 0,8 \text{ A}$.

ОТВЕТ: 0,8.

Задача 5 (4 балла) [постоянный ток, последовательное соединение, закон Джоуля-Ленца]

При подключении к аккумулятору с внутренним сопротивлением $r = 0,16 \text{ Ом}$ нагревательный элемент развивает мощность $W_1 = 200 \text{ Вт}$. При подключении этого элемента к двум таким же аккумуляторам, соединенным последовательно, выделяемая в нагревателе мощность составила $W_2 = 288 \text{ Вт}$. Найти ЭДС аккумулятора (в вольтах).

Подсказка 1: при подключении нагревательного элемента с сопротивлением R к аккумулятору ток через нагревательный элемент $I_1 = \frac{E}{R + r}$, и выделяемая мощность $W_1 = I_1^2 R$.

Подсказка 2: два аккумулятора имеют общую «удвоенную» ЭДС и «удвоенное» внутреннее сопротивление, поэтому $I_2 = \frac{2E}{R + 2r}$, $W_2 = I_2^2 R$.

Подсказка 3: из отношения $\sqrt{\frac{W_2}{W_1}}$ можно выразить R , а затем и найти ЭДС.

Решение:

При подключении нагревательного элемента с сопротивлением R к аккумулятору ток через нагревательный элемент $I_1 = \frac{E}{R + r}$, и выделяемая мощность

$W_1 = I_1^2 R = \frac{E^2 R}{(R + r)^2} = \frac{z}{(z + 1)^2} \cdot W_0$. Здесь $z \equiv \frac{R}{r}$, $W_0 \equiv \frac{E^2}{r}$. Во втором случае аналогично

$W_2 = \frac{4E^2 R}{(R + 2r)^2} = \frac{4z}{(z + 2)^2} \cdot W_0$. Поэтому $\sqrt{\frac{W_2}{W_1}} = \frac{2(z + 1)}{z + 2} \Rightarrow z = 2 \frac{\sqrt{W_2} - \sqrt{W_1}}{2\sqrt{W_1} - \sqrt{W_2}}$. Подставив это

значение в выражение для W_1 , найдем:

$$E = (z + 1) \sqrt{\frac{r W_1}{z}} = 3 \sqrt{\frac{r W_1 W_2}{2(\sqrt{W_2} - \sqrt{W_1})(2\sqrt{W_1} - \sqrt{W_2})}} = 12 \text{ В}.$$

ОТВЕТ: 12.

Задача 6 (4 балла) [постоянный ток, закон Джоуля-Ленца, температурный коэффициент сопротивления]

Лампочка накаливания при подключении к идеальному источнику напряжения $U_1 = 12 \text{ В}$ потребляет мощность $W_1 = 48 \text{ Вт}$ и имеет температуру $t_1 = 2000^\circ \text{C}$. При снижении напряжения до величины $U_2 = 6 \text{ В}$ температура нити уменьшилась до $t_2 = 1000^\circ \text{C}$, а

потребляемая мощность – до $W_2 = 22$ Вт. Определить температурный коэффициент сопротивления нити лампочки. Ответ выразить в K^{-1} и записать в виде десятичной дроби.

Подсказка 1: внутренним сопротивлением идеального источника следует пренебречь.

Подсказка 2: величины сопротивления нити лампочки $R_{1,2} = \frac{U_{1,2}^2}{W_{1,2}}$.

Подсказка 3: температурный коэффициент сопротивления α описывает линейную часть зависимости сопротивления от температуры: $R_{1,2} = R_0(1 + \alpha \cdot t_{1,2})$, поэтому его можно найти из выражения для отношения $\frac{R_1}{R_2}$.

Решение:

Внутренним сопротивлением идеального источника следует пренебречь, поэтому сопротивление нити лампы $R_{1,2} = \frac{U_{1,2}^2}{W_{1,2}}$. Записывая выражения для этих сопротивлений через температурный коэффициент α $R_{1,2} = R_0(1 + \alpha \cdot t_{1,2})$, найдем:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1 + \alpha \cdot t_1}{1 + \alpha \cdot t_2} \Rightarrow \alpha = \frac{R_1 - R_2}{R_2 t_1 - R_1 t_2} = \frac{W_2 U_1^2 - W_1 U_2^2}{U_2^2 W_1 t_1 - U_1^2 W_2 t_2} \approx 0,005 K^{-1}.$$

ОТВЕТ: 0,005.

Задача 7 (5 баллов) [постоянный ток, последовательное соединение, параллельное соединение, нелинейный элемент]

При изменении силы тока, протекающего через спираль лампы накаливания, изменяется равновесная температура спирали. Из-за этого меняется ее сопротивление, и в результате для лампы накаливания не действует закон Ома в обычной форме: ток через лампу не пропорционален приложенному напряжению. Рассмотрим схему, показанную на рисунке 3. Между клеммами A и B поддерживается неизменное напряжение. Если замкнуть клеммы C и D проводом с пренебрежимо малым сопротивлением, то практически идеальный амперметр в схеме покажет силу тока, равную $I = 4,20$ А. Допустим, что у нас есть две одинаковые лампочки, для которых связь силы тока с приложенным напряжением дается формулой

$I(U) = I_0 \sqrt{\frac{U}{U_0}}$. Если соединить эти лампочки последовательно и подключить к клеммам C и

D , амперметр покажет ток $I_1 = 0,70$ А. Каковы будут показания амперметра, если подключить к клеммам C и D эти же две лампочки, но соединенные параллельно? Ответ запишите в амперах, в десятичной форме, с двумя знаками после запятой.

Подсказка 1: опыт с коротким замыкание клемм C и D позволяет записать для напряжения между клеммами A и B : $U_{AB} \approx IR$.

Подсказка 2: при последовательном подключении ламп ток в них одинаков и равен I_1 , а напряжения на лампах одинаковы и равны $U(I_1) = U_0 \left(\frac{I_1}{I_0} \right)^2$.

Подсказка 3: уравнение баланса напряжений в этом случае $2U_0 \left(\frac{I_1}{I_0} \right)^2 = U_{AB} - I_1 R = (I - I_1)R$, а в случае с параллельным соединением нужно записать аналогичное соотношение.

Решение:

Опыт с коротким замыкание клемм C и D позволяет записать для напряжения между клеммами A и B : $U_{AB} \approx IR$. При последовательном подключении ламп ток в них одинаков и

равен I_1 , а напряжения на лампах одинаковы и равны $U(I_1) = U_0 \left(\frac{I_1}{I_0} \right)^2$. Поэтому:

$$2U_0 \left(\frac{I_1}{I_0} \right)^2 = U_{AB} - I_1 R = (I - I_1) R. \text{ Если при параллельном включении через амперметр течет}$$

ток I_2 , то ток в каждой из ламп равен $\frac{I_2}{2}$, и поэтому $U_0 \left(\frac{I_2}{2I_0} \right)^2 = U_{AB} - I_2 R = (I - I_2) R$.

Разделив эти соотношения друг на друга, получаем уравнение для определения I_2 :

$$I_2^2 + \frac{8I_1^2}{I - I_1} I_2 - \frac{8II_1^2}{I - I_1} = 0. \text{ Физический смысл имеет положительный корень, поэтому}$$

$$I_2 = \frac{2I_1}{I - I_1} [\sqrt{4I_1^2 + 2I(I - I_1)} - 2I_1] = 1,68 \text{ A.}$$

ОТВЕТ: 1,68.

Задача 8 (5 баллов) []

При включении электродвигателя стеклоподъемника одной двери автомобиля стекло поднимается из нижнего в верхнее положение за время $t_1 = 7 \text{ с}$. Если включить одновременно два стеклоподъемника, то стекла поднимутся за время $t_2 = 9 \text{ с}$. За какое время поднимутся все четыре стекла автомобиля при одновременной работе всех четырех стеклоподъемников? Считайте, что сила, необходимая для подъема стекла, не зависит от скорости подъема (стекло поднимается «плавно», так что сила во время подъема имеет постоянное значение, равное минимальной силе, необходимой для плавного движения), а сила тяги F мотора стеклоподъемника пропорциональна силе тока, идущего через него. Двигатели всех стеклоподъемников подключены параллельно к одному аккумулятору. Ответ приведите в секундах, при необходимости округлив до целого значения.

Подсказка 1: если для плавного движения стекла его необходимо тянуть с силой F , а путь, пройденный стеклом при подъеме, равен s , то полезная работа двигателя $A_F = F s$.

Подсказка 2: работа сторонних сил аккумулятора $A_{\text{затр}} = EI \cdot t_1$, где E – ЭДС аккумулятора, и эта работа идет на совершение полезной работы и компенсацию тепловых потерь в цепи питания электродвигателя.

Подсказка 3: если записать закон сохранения энергии при работе одного стеклоподъемника $EIt_1 = I^2(R + r)t_1 + Fs$ и аналогичные соотношения для подъема двух и четырех, то удобно

выразить из них величины $\frac{1}{t_1}$, $\frac{1}{t_2}$ и $\frac{1}{t_4}$.

Решение:

Рассмотрим сначала подъем одного стекла. Пусть для плавного движения стекла его необходимо тянуть с силой F , а s – путь, пройденный стеклом при подъеме. Полезная работа двигателя $A_F = F s$. Работа сторонних сил аккумулятора $A_{\text{затр}} = EI \cdot t_1$, где E – ЭДС аккумулятора, и эта работа идет на совершение полезной работы и компенсацию тепловых потерь в цепи питания электродвигателя. Пусть R – сопротивление этой цепи, а r – внутреннее сопротивление аккумулятора, то закон сохранения энергии при работе одного стеклоподъемника $EIt_1 = I^2(R + r)t_1 + Fs$. Для подъема двух стекол каждый из двигателей будет потреблять такой же ток (нужно обеспечить ту же силу для каждого стекла), поэтому через аккумулятор будет течь ток $2I$, и аналогичное уравнение имеет вид

$E2It_2 = (2I)^2 \left(\frac{R}{2} + r \right) t_2 + 2Fs$. Наконец, для подъема четырех стекол

$E4It_4 = (4I)^2 \left(\frac{R}{4} + r \right) t_4 + 4Fs$. Выразим из каждого уравнения обратное время:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{t_1} = \frac{EI - I^2(R+r)}{Fs} \\ \frac{1}{t_2} = \frac{EI - I^2(R+2r)}{Fs} \\ \frac{1}{t_4} = \frac{EI - I^2(R+4r)}{Fs} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} = \frac{I^2 r}{Fs} \\ \frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_4} = 2 \frac{I^2 r}{Fs} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_4} = 2 \left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right).$$

Из последнего уравнения выражаем: $t_4 = \frac{t_1 t_2}{3t_1 - 2t_2} = 21$ с. Полезно заметить, что различие

времен связано с неидеальностью аккумулятора: при $r = 0$ для всех времен получилось бы одинаковое выражение, то есть было бы $t_4 = t_2 = t_1$. Таким образом, сообщение $t_2 > t_1$ есть неявная информация о том, что внутреннее сопротивление аккумулятора существенно.

ОТВЕТ: 21.