

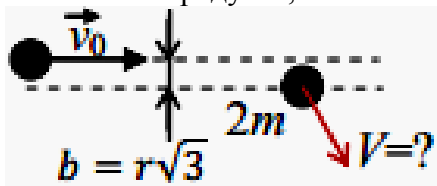
**10 классы, подготовка к теоретическому туру
олимпиады школьников «Робофест» по физике**

Задачи к итоговому занятию основного курса 2022/23 учебного года.

Тема: «ПОДГОТОВКА К ТЕОРЕТИЧЕСКОМУ ТУРУ ФИНАЛЬНОГО ЭТАПА».

Задание 1.1.

Упругая однородная цилиндрическая шайба с массами m и радиусом r скользила, не вращаясь, со скоростью $v_0 = 1,8$ м/с по гладкой горизонтальной поверхности. Другая однородная шайба с точно такими же размерами, но с массой $2m$, покоилась на этой поверхности на пути первой. *Прицельный параметр* (расстояние между линией движения первой шайбы и параллельной ей прямой, проходящей через центр второй) равнялся $b = r\sqrt{3}$ (см. рисунок). Произошел удар. Под каким углом к направлению движения первой шайбы до удара, направлена скорость второй (более тяжелой) шайбы после удара? Ответ запишите в градусах, с точностью до целого значения, без указания единиц измерения.



Подсказка 1: Удобно направить ось x по линии удара, то есть вдоль направления сил взаимодействия шайб (она совпадает с линией, соединяющей центры шайб в момент удара), а ось y перпендикулярно этой линии.

Подсказка 2: Эта ось будет составлять с направлением движения шайбы угол

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{b}{2r}\right) = \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 60^\circ.$$

Решение:

В основе решения таких задач – законы сохранения импульса и энергии. Чтобы решение было не слишком сложным, важно выбрать удобную систему координат. Лучше всего направить ось x по линии удара, то есть вдоль направления сил взаимодействия шайб (она совпадает с линией, соединяющей центры шайб в момент удара). Ясно, что эта ось будет составлять с направлением движения шайбы угол

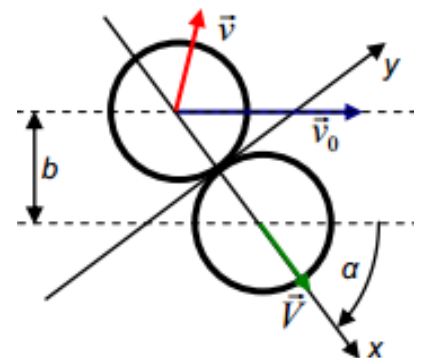
$$\alpha = \arcsin\left(\frac{b}{2r}\right) = \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 60^\circ. \quad \text{Ось } y \text{ направим}$$

перпендикулярно этой линии, и, поскольку проекции на нее

сил, действующих на шайбы во время удара, равны нулю, то проекции скоростей не

изменяются: $v_y = v_0 \sin(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0$ и $V_y = 0$. Значит, вторая шайба после удара движется вдоль

оси x , то есть под углом 60° к $\vec{v}_0$.



ОТВЕТ: 60.

Задание 1.2

Упругая однородная цилиндрическая шайба с массами m и радиусом r скользила, не вращаясь, со скоростью $v_0 = 1,8$ м/с по гладкой горизонтальной поверхности. Другая однородная шайба с точно такими же размерами, но с массой $2m$, покоилась на этой поверхности на пути первой. Прицельный параметр (расстояние между линией движения первой шайбы и параллельной ей прямой, проходящей через центр второй) равнялся $b = r\sqrt{3}$ (см. рисунок). Произошел удар. Найдите величину скорости второй шайбы после удара. Ответ запишите в м/с, с точностью до десятых, без указания единиц измерения.

Подсказка 1: Поскольку проекции на ось y , перпендикулярную линии удара, сил, действующих на шайбы во время удара, равны нулю, то проекции скоростей на эту ось не изменятся.

Подсказка 2: Закон сохранения импульса в проекции на ось x , направленную вдоль линии удара, имеет вид: $mv_0 \cos(\alpha) = \frac{1}{2}mv_0 = mv_x + 2mV$.

Подсказка 3: Закон сохранения энергии дает $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{m(v_x^2 + v_y^2)}{2} + \frac{2mV^2}{2}$.

Решение:

Направим ось x по линии удара, то есть вдоль направления сил взаимодействия шайб (она совпадает с линией, соединяющей центры шайб в момент удара). Ясно, что эта ось будет составлять с направлением движения шайбы угол

$\alpha = \arcsin\left(\frac{b}{2r}\right) = \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 60^\circ$. Ось y направим

перпендикулярно этой линии, и, поскольку проекции на нее сил, действующих на шайбы во время удара, равны нулю, то проекции скоростей на нее не изменятся:

$v_y = v_0 \sin(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0$ и $V_y = 0$. Закон сохранения импульса в

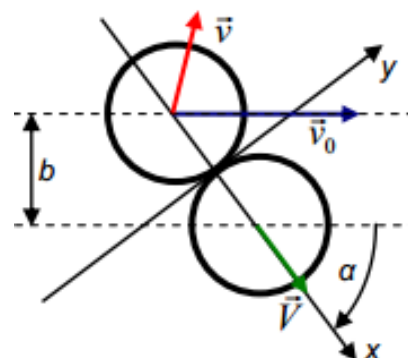
проекции на ось x имеет вид $mv_0 \cos(\alpha) = \frac{1}{2}mv_0 = mv_x + 2mV \Rightarrow v_x = \frac{v_0}{2} - 2V$. Закон сохранения энергии дает

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{m(v_x^2 + v_y^2)}{2} + \frac{2mV^2}{2} \Rightarrow v_0^2 - v_y^2 = \frac{v_0^2}{4} = v_x^2 + 2V^2.$$

Подставляя v_x из ЗСИ, получаем уравнение для определения V :

$$\frac{v_0^2}{4} = \left(\frac{v_0}{2} - 2V\right)^2 + 2V^2 = \frac{v_0^2}{4} - 2v_0V + 6V^2 \Rightarrow 3V - v_0 = 0 \Rightarrow V = \frac{v_0}{3} = 0,6 \text{ м/с}.$$

ОТВЕТ: 0,6.



Задание 2.1

Рабочим телом тепловой машины является постоянное количество одноатомного идеального газа. Цикл рабочего тела состоит из трех процессов: изохоры (1), процесса с линейной

зависимостью давления от объема $p(V) = p_0 \left(1 - \frac{V}{V_0}\right)$ (2) и изобары (3). В каких из этих процессов теплоемкость газа не изменяется в ходе процесса? В ответе перечислите номера всех таких процессов по порядку, не разделяя знаками препинания.

Подсказка 1: Теплоемкость одноатомного идеального газа в изобарном процессе равна $C_p = \frac{5}{2} \nu R$, то есть является постоянной.

Подсказка 2: В процессе $p(V) = p_0 \left(1 - \frac{V}{V_0}\right)$ количество теплоты, которым газ обменивается с окружающими телами при малом изменении объема ΔV , равно $\Delta Q \approx p \cdot \Delta V + \frac{3}{2} \Delta(pV) \approx \frac{5}{2} p \cdot \Delta V + \frac{3}{2} V \cdot \Delta p = \frac{1}{2} p_0 \cdot \Delta V \left(5 - 8 \frac{V}{V_0}\right)$.

Решение:

Теплоемкость одноатомного идеального газа в изобарном процессе равна $C_p = \frac{5}{2} \nu R$, то есть является постоянной. Аналогично и в изобарном процессе, где $C_V = \frac{3}{2} \nu R$. В процессе $p(V) = p_0 \left(1 - \frac{V}{V_0}\right)$ количество теплоты, которым газ обменивается с окружающими телами при малом изменении объема ΔV , равно

$$\Delta Q \approx p \cdot \Delta V + \frac{3}{2} \Delta(pV) \approx \frac{5}{2} p \cdot \Delta V + \frac{3}{2} V \cdot \Delta p = \frac{1}{2} p_0 \cdot \Delta V \left(5 - 8 \frac{V}{V_0}\right).$$

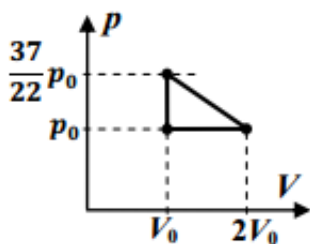
С другой стороны, температура $T = \frac{pV}{\nu R} = \frac{p_0 V_0}{\nu R} \left(1 - \frac{V}{V_0}\right) \frac{V}{V_0}$, то есть $\Delta T = \frac{p_0}{\nu R} \left(1 - 2 \frac{V}{V_0}\right) \Delta V$.

Как видно, теплоемкость $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \nu \frac{R}{2} \cdot \frac{5V_0 - V}{V_0 - 2V}$ изменяется в ходе такого процесса.

ОТВЕТ: 13.

Задание 2.2

Рабочим телом тепловой машины является постоянное количество одноатомного идеального газа. Цикл рабочего тела, показанный на рисунке в координатах давление-объем, состоит из трех процессов: изохоры, процесса с линейной зависимостью давления от объема и изобары. Определите КПД цикла. Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения.



Подсказка 1: В процессе изохорного нагревания газ получает тепло. При изобарном сжатии газ совершает отрицательную работу и охлаждается, и ясно, что теплота от него отводится.

Подсказка 2: Уравнение линейного процесса можно записать в виде $p(V) = \frac{26}{11} p_0 \left(1 - \frac{15V}{52V_0}\right)$.

Подсказка 3: Количество теплоты, которым газ обменивается с окружающими телами при малом изменении объема ΔV в этом процессе

$$\Delta Q \approx p \cdot \Delta V + \frac{3}{2} \Delta(pV) \approx \frac{5}{2} p \cdot \Delta V + \frac{3}{2} V \cdot \Delta p = \frac{5}{11} p_0 \cdot \Delta V \left(13 - 6 \frac{V}{V_0} \right).$$

Решение:

В первую очередь необходимо разобраться, на каком из участков цикла рабочее тело получает тепло, а на каком – отдает. В процессе изохорного нагревания газ получает тепло. При изобарном сжатии газ совершает отрицательную работу и охлаждается, и ясно, что теплота от него отводится. Самое сложное – анализ линейного процесса. Если записать

уравнение прямой в виде $p(V) = \frac{26}{11} p_0 \left(1 - \frac{15V}{52V_0} \right)$, и с его помощью вычислить количество

теплоты, которым газ обменивается с окружающими телами при малом изменении объема ΔV , то получим:

$$\Delta Q \approx p \cdot \Delta V + \frac{3}{2} \Delta(pV) \approx \frac{5}{2} p \cdot \Delta V + \frac{3}{2} V \cdot \Delta p = \frac{5}{11} p_0 \cdot \Delta V \left(13 - 6 \frac{V}{V_0} \right),$$

то есть при $V \in [V_0, 2V_0]$ и $\Delta V > 0$ всегда $\Delta Q > 0$, то есть в этом процессе тепло только подводится. Теперь ясно, что для данного цикла проще всего почитать работу, равную

площади цикла $A = \frac{1}{2} \frac{15}{22} p_0 V_0 = \frac{15}{44} p_0 V_0$, и количество теплоты холодильника, отводимое от рабочего тела в изобарном процессе:

$$Q_X = -A_p - \Delta U_p = p_0 V_0 + \frac{3}{2} (2p_0 V_0 - p_0 V_0) = \frac{5}{2} p_0 V_0.$$

Значит, КПД цикла $\eta = \frac{A}{Q_X + A} = \frac{3}{25} = 12\%$.

ОТВЕТ: 12.

Задание 3.1

При подключении вольтметра к клеммам одного аккумулятора он показывает напряжение $U_1 = 15,0$ В, а при подключении к четырем таким же аккумуляторам, соединенным параллельно – напряжение $U_4 = 16,8$ В. Три таких вольтметра соединили параллельно и подключили к двум таким аккумуляторам, соединенным последовательно. Каковы показания каждого из этих вольтметров? Ответ запишите в В, с точностью до десятых.

Подсказка 1: При подключении вольтметра к клеммам одного аккумулятора сила тока через него равна $I = \frac{U}{R+r}$, и напряжение на вольтметре $U_1 = \frac{R}{R+r} U = \frac{z}{z+1} U$, где $z \equiv \frac{R}{r}$.

Подсказка 2: У четырех таких же аккумуляторов, соединенных параллельно, ЭДС такое же, а внутреннее сопротивление равно $\frac{r}{4}$, так что $U_4 = \frac{4R}{4R+r} U = \frac{4z}{4z+1} U = \frac{4(z+1)}{4z+1} U_1$.

Подсказка 3: При подключении трех вольтметров к двум аккумуляторам, соединенным последовательно, напряжения на аккумуляторах и их внутренние сопротивления складываются, так что напряжение на одном вольтметре $U_{32} = \frac{R}{3R+2r} 2U = \frac{2z}{3z+2} U$.

Решение:

Введем обозначения: пусть U – напряжение, создаваемое аккумулятором на своих клеммах при разомкнутой цепи (его ЭДС), r – внутреннее сопротивление аккумулятора, а R –

сопротивление вольтметра. Тогда при подключении вольтметра к клеммам одного аккумулятора сила тока через него равна $I = \frac{U}{R+r}$, и напряжение на вольтметре

$$U_1 = \frac{R}{R+r}U = \frac{z}{z+1}U, \text{ где } z \equiv \frac{R}{r}. \text{ У четырех таких же аккумуляторов, соединенных}$$

параллельно, ЭДС такое же, а внутреннее сопротивление равно $\frac{r}{4}$, так что

$$U_4 = \frac{4R}{4R+r}U = \frac{4z}{4z+1}U = \frac{4(z+1)}{4z+1}U_1 \Rightarrow \frac{U_4}{U_1} = \frac{28}{25} = \frac{4(z+1)}{4z+1}. \text{ Из этого уравнения находим,}$$

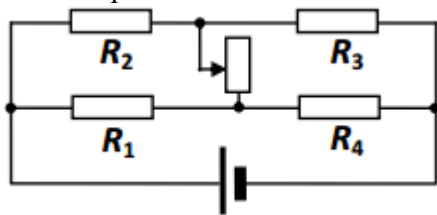
что $z=6$. При подключении трех вольтметров к двум аккумуляторам, соединенным последовательно, напряжения на аккумуляторах и их внутренние сопротивления складываются, так что напряжение на одном вольтметре

$$U_{32} = \frac{R}{3R+2r}2U = \frac{2z}{3z+2}U = \frac{2(z+1)}{3z+2}U_1 = 10,5\text{В}.$$

ОТВЕТ: 10,5.

Задание 3.2

В схеме, показанной на рисунке, $R_1 = 2\text{ Ом}$, $R_3 = 3\text{ Ом}$ и $R_2 = R_4 = 4\text{ Ом}$. При некотором положении движка реостата мощность тепловыделения в резисторе R_1 составляет $P_1 = 4,9\text{ Вт}$. Найдите мощность тепловыделения в резисторе R_3 при том же положении движка реостата.



Подсказка 1: При любом сопротивлении реостата должно выполняться условие непрерывности токов в этой схеме, которое имеет вид $I_1 + I_2 = I_3 + I_4$.

Подсказка 2: Так же при любом сопротивлении реостата должно выполняться условие баланса напряжений $R_1 I_1 + R_4 I_4 = R_3 I_3 + R_2 I_2$.

Подсказка 3: Из этих двух уравнений можно выразить отношение сил токов через резисторы 3 и 1.

Решение:

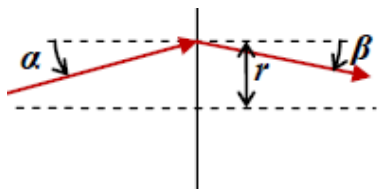
Запишем условие непрерывности токов в этой схеме, которое должно выполняться при любом сопротивлении реостата: $I_1 + I_2 = I_3 + I_4$. Так же при любом сопротивлении реостата должно выполняться условие баланса напряжений $R_1 I_1 + R_4 I_4 = R_3 I_3 + R_2 I_2$. С учетом соотношений сопротивлений $\frac{R_1}{R_4} = 0,5$, $\frac{R_2}{R_4} = 1$, и $\frac{R_3}{R_4} = 0,75$ это соотношение переписывается в виде: $0,75 \cdot I_3 + I_2 = 0,5 \cdot I_1 + I_4$. Вычитая это соотношение из уравнения непрерывности, обнаруживаем, что $1,75 \cdot I_3 = 1,5 \cdot I_1 \Rightarrow I_3 = \frac{6}{7} I_1$. Таким образом отношение сил токов через резисторы 3 и 1 в этой схеме не зависит от сопротивления реостата! Так как

по закону Джоуля-Ленца $P_i = R_i I_i^2$, то $P_3 = \frac{R_3}{R_1} \left(\frac{I_3}{I_1} \right)^2 P_1 = \frac{3}{2} \left(\frac{6}{7} \right)^2 P_1 = \frac{54}{49} P_1 = 5,4\text{ Вт}.$

ОТВЕТ: 5,4.

Задание 4.1

Луч света падает на тонкую линзу в точке на расстоянии $r = 2$ см от ее главной оптической оси под углом 6° к этой оси, «уходя» от нее. После преломления в линзе луч выходит под углом 4° к этой оси, приближаясь к ней (см. рисунок). Найдите оптическую силу линзы. Ответ приведите в диоптриях, с точностью до целого значения.



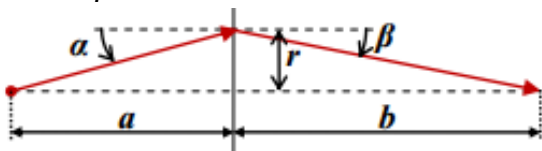
Подсказка 1: Продолжим падающий луч до пересечения с главной оптической осью линзы и представим себе, что этот луч был испущен точечным источником, помещенным в точку пересечения. Тогда его изображение находилось бы в точке пересечения преломленного луча с главной оптической осью линзы.

Подсказка 2: Далее удобно использовать формулу тонкой линзы: $D = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

Решение:

Продолжим падающий луч до пересечения с главной оптической осью линзы и представим себе, что этот луч был испущен точечным источником, помещенным в точку пересечения. Тогда его изображение находилось бы в точке пересечения преломленного луча с главной оптической осью линзы. Запишем формулу тонкой линзы: $D = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, и умножим ее на r .

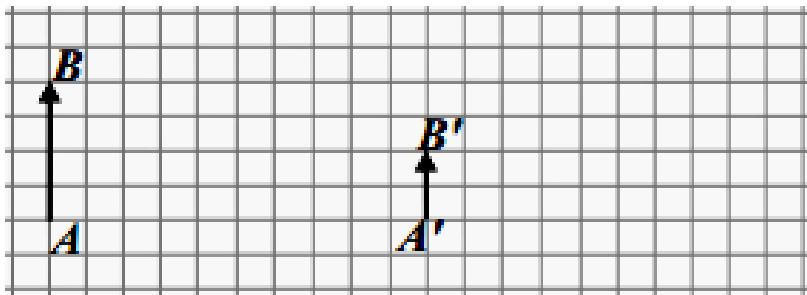
Получим: $r \cdot D = \frac{r}{a} + \frac{r}{b} = \operatorname{tg}(\alpha) + \operatorname{tg}(\beta) \Rightarrow D = \frac{\operatorname{tg}(\alpha) + \operatorname{tg}(\beta)}{r} \approx 8,75 \approx 9$ Дптр. Поскольку углы малые, при расчетах с заданной точностью можно использовать приближенную формулу $D \approx \frac{\alpha + \beta}{r} \approx 8,72 \approx 9$ Дптр.



ОТВЕТ: 9.

Задание 4.2

Некий школьник выполнил на тетрадном листе в клетку построение хода лучей от источника AB к его изображению $A'B'$, полученному с помощью тонкой линзы. Линзу и лучи он рисовал карандашом, и его младший брат стер их так, что на листе от них не осталось и следа (см. рисунок). Восстановите утраченную информацию и найдите модуль оптической силы линзы. Ответ приведите в диоптриях, с точностью до целого значения. Длина стороны тетрадной клетки 5 мм, рисунок выполнен в масштабе 1:1.



Подсказка 1: Лучи, пересекающие линзу в оптическом центре, не преломляются. Поэтому прямая, соединяющая точку и ее изображение, проходит через оптический центр.

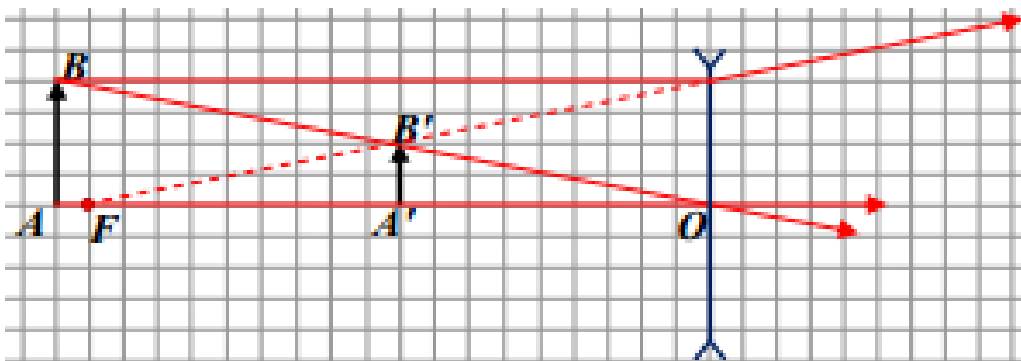
Подсказка 2: Оптический центр линзы O – это пересечение прямых AA' и BB' .

Подсказка 3: Луч, падающий на линзу из точки B параллельно этой оси, после преломления в линзе идет из точки B' , и его продолжение пересекает главную оптическую ось линзы в ее фокусе F .

Решение:

Лучи, пересекающие линзу в оптическом центре, не преломляются. Поэтому прямая, соединяющая точку и ее изображение, проходит через оптический центр. Следовательно, оптический центр линзы O – это пересечение прямых AA' и BB' . Так как предмет и его изображение параллельны, то они параллельны плоскости линзы, и нам становится ясно, что главная оптическая ось линзы – это прямая AA' . Луч, падающий на линзу из точки B параллельно этой оси, после преломления в линзе идет из точки B' , и его продолжение пересекает главную оптическую ось линзы в ее фокусе F . По поведению данного луча понимаем, что это рассеивающая линза. Проведя построение, обнаруживаем, что фокусное расстояние равно $F = 20$ мм. Таким образом, оптическая сила линзы

$$D = \frac{1}{F} = \frac{100}{9} \text{ Дптр} \approx 11 \text{ Дптр}.$$



ОТВЕТ: 11.