

11 класс, Экспресс-подготовка к ЕГЭ по физике

Набор задач для самостоятельного решения по занятию 5.

Темы: электростатика.

Задача 1 (3 балла) [электростатическое поле, проводники, электростатическая индукция]

Два больших плоских проводящих диска размещены вертикально, так, что их оси совпадают. Они подключены к разным полюсам высоковольтного источника постоянного напряжения. В пространство между ними внесена легкая гильза из фольги, подвешенная на шелковой нити. Длина нити позволяет гильзе коснуться обоих дисков. Как поведет себя гильза? Пробоя воздуха не происходит. Выберите все правильные утверждения из приведенных ниже. В качестве ответа укажите номера правильных утверждений подряд, не разделяя их пробелами или знаками препинания (например: 13).

- 1) гильза будет совершать затухающие колебания вокруг положения, в котором нить вертикальна, не касаясь дисков;
- 2) гильза притянется к одному из дисков и «прилипнет» к нему;
- 3) гильза будет совершать колебания, по очереди касаясь каждого из дисков;
- 4) гильза притянется к одному из дисков, потом «отскочит» от него и зависнет, не касаясь дисков, в положении, в котором нить наклонна.
- 5) За счет электростатической индукции на поверхности гильзы появятся заряды, в большинстве случаев противоположные по знаку заряду ближайшего к данному элементу поверхности гильзы диска.

Подсказка 1: За счет электростатической индукции на поверхности нейтральной гильзы появятся заряды, имеющие различные знаки.

Подсказка 2: Утверждения 1-4 относятся к движению гильзы и ясно, что из них только одно может быть правильным.

Подсказка 3: Нейтральная гильза притягивается к заряженным телам, а при касании заряженного тела, потенциал которого поддерживается постоянным, гильза заряжается от него.

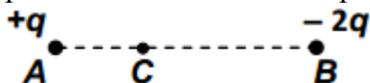
Решение:

За счет электростатической индукции на поверхности нейтральной гильзы появятся заряды, имеющие различные знаки. Ясно, что в основном заряд данного элемента поверхности гильзы будет противоположен по знаку заряду ближайшего к нему диска. Поэтому утверждение 5 верно. Остальные утверждения относятся к движению гильзы и ясно, что из них только одно может быть правильным. Нейтральная гильза притянется к одному из дисков, а после касания она зарядится от него, и будет иметь одноименный с ним заряд. Поэтому затем она оттолкнется от него и притянется к другому диску, с которым она теперь заряжена разноименно. Коснувшись второго диска, она перезарядится и оттолкнется теперь уже от него, притянется к первому, и так далее – гильза будет совершать колебания, по очереди касаясь каждого из дисков – верно утверждение 3.

Ответ: 35.

Задача 2 (2 балла) [электростатическое поле, закон Кулона, принцип суперпозиции]

Две маленькие закрепленные бусинки A и B несут на себе заряды $+q$ и $-2q$ соответственно (см. рисунок). Точка C расположена на прямой AB , причем $|AB|=L$, $|AC|=L/3$. Из приведенного ниже списка выберите два правильных утверждения. В качестве ответа укажите номера правильных утверждений подряд, не разделяя их пробелами или знаками препинания (например: 13).



- 1) На бусинку A со стороны бусинки B действует сила Кулона, направленная вдоль прямой AB влево.
- 2) Вектор напряженности электрического поля в точке C направлен вдоль AB вправо.
- 3) Если бусинки соединить тонкой изолированной медной проволокой, то они станут отталкиваться друг от друга.
- 4) Модули сил Кулона, действующие на бусинки, отличаются в два раза.
- 5) Если бусинки соединить тонкой незаряженной стеклянной палочкой, то их заряды станут равными.

Подсказка 1: Утверждения 4 и 5 очевидно неверны.

Подсказка 2: Напряженность электрического поля, создаваемая точечными зарядами, направлена от положительных зарядов и к отрицательным.

Решение:

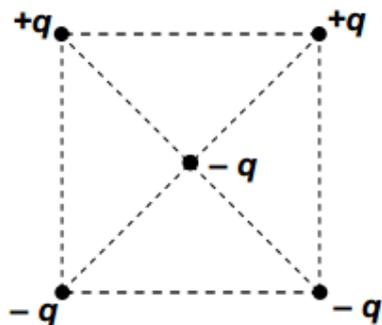
Отметим, что здесь нам известно количество правильных утверждений. Поэтому удобно сразу отсеять заведомо неверные утверждения. Ясно, что к таковым можно отнести утверждение 4 (силы электростатического взаимодействия любой пары зарядов равны по модулю, иначе бы закон Кулона противоречил бы III закону Ньютона!) и утверждение 5 (стеклянная палочка не проводит ток, и выравнивание зарядов не происходит). Также ясно, что соединение медной проволокой приводит к обмену зарядом между проводящими бусинками – их общий отрицательный заряд распределится между ними в некоторой пропорции, зависящей от их формы и размеров. Но в любом случае после выравнивания потенциалов обе бусинки будут заряжены отрицательно и будут отталкиваться друг от друга – утверждение 3 верно!

Остается проверить любое из оставшихся утверждений (1 и 2). Например, ясно, что при заданных в условии зарядах бусинки притягиваются, и сила, действующая на левую бусинку A , направлена вправо – утверждение 1 неверно, так что 2 верно. Это можно проверить: напряженность поля, создаваемая в точке C и положительным зарядом бусинки A , и отрицательным зарядом бусинки B , направлена вправо, так что результирующая напряженность направлена туда же.

Ответ: 23.

Задача 3 (2 балла) [Электростатическое поле, принцип суперпозиции]

Куда направлена относительно рисунка кулоновская сила \vec{F} , действующая на отрицательный точечный заряд $-q$, помещенный в центр квадрата, в углах которого находятся заряды $+q$, $+q$, $-q$, и $-q$? Выберите правильный вариант ответа и укажите его номер в качестве ответа.

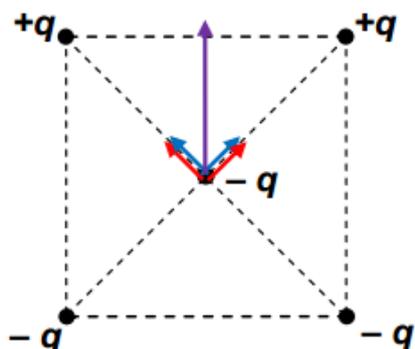


- 1) вправо;
- 2) влево;
- 3) вниз;
- 4) вверх;
- 5) на наблюдателя;
- 6) от наблюдателя.

Подсказка 1: Центральный заряд отталкивается от расположенных «внизу» отрицательных зарядов с одинаковыми по величине силами, направленными вдоль соединяющих их линий – вдоль диагоналей квадрата, и суммарная сила отталкивания направлена вверх относительно рисунка.

Решение:

Центральный заряд отталкивается от расположенных «внизу» отрицательных зарядов с одинаковыми по величине силами, направленными вдоль соединяющих их линий – вдоль диагоналей квадрата, и суммарная сила отталкивания направлена вверх относительно рисунка. Кроме того, он притягивается к расположенным «вверху» положительным зарядам с одинаковыми по величине силами, направленными вдоль соединяющих их линий – вдоль диагоналей квадрата, и суммарная сила притяжения направлена вверх относительно рисунка. Поэтому общая сила направлена вверх относительно рисунка.



Ответ: 4.

Задача 4 (2 балла) [Электростатическое поле, плоский конденсатор, энергия поля конденсатора]

Плоский воздушный конденсатор подключили к источнику постоянного напряжения. Спустя некоторое время, не отключая источника, пластины конденсатора сдвинули друг к другу, уменьшив расстояние между ними в два раза. Как изменятся при этом емкость конденсатора, напряжение на нем его заряд и энергия электростатического поля в конденсаторе? В качестве ответа напишите подряд номера ответов для случаев А, Б, В и Г (не разделяя знаками препинания, например: 1132).

ФИЗИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА	ИЗМЕНЕНИЕ
А) емкость конденсатора	1) увеличится в 2 раза
Б) напряжение на конденсаторе	2) уменьшится в 2 раза
В) заряд конденсатора	3) не изменится
Г) энергия поля конденсатора	4) увеличится в 4 раза

Таблица для ответа:

А	Б	В	Г

Подсказка 1: емкость плоского воздушного конденсатора связана с расстоянием d между пластинами площадью S соотношением $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$.

Подсказка 2: энергия поля конденсатора $E_c = \frac{CU^2}{2}$.

Решение:

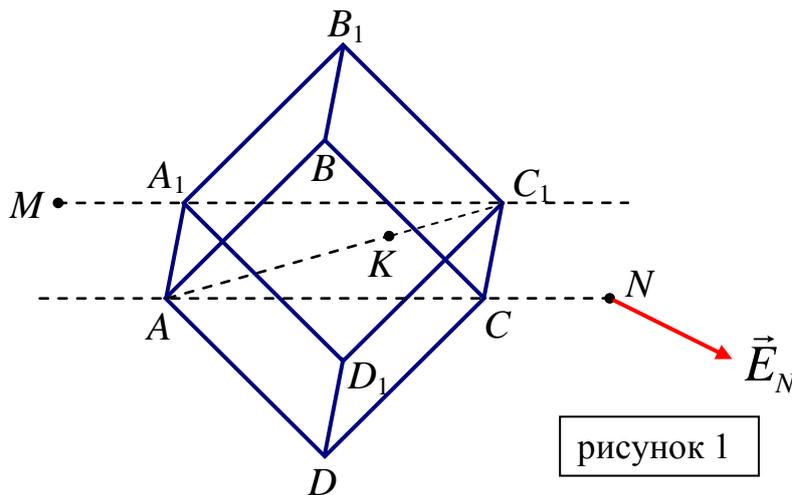
В соответствии с формулой для емкости плоского воздушного конденсатора с расстоянием d между пластинами площадью S , она равна $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$. Соответственно при уменьшении d в два раза $C' = 2C$, и при этом источник (после окончания переходных процессов) установит

на конденсаторе то же равновесное значение напряжения: $U' = U$. Следовательно,
 $q' = C'U' = 2CU = 2q$, $E'_C = \frac{C'U'^2}{2} = \frac{2CU^2}{2} = 2E_C$.

Ответ: 1311.

Задача 5 (2 балла) [электростатическое поле, проводники]

На рисунке 1 изображен схематически проводящий куб. На него нанесен электрический заряд. При этом величина напряженности электрического поля в точке N оказалась равна $E_N = 100 \text{ В/м}$. Известно, что $|MA_1| = |CN|$ и $|AK| = 2|KC_1|$. Чему равна величина напряженности в точках M и K ? В качестве ответа напишите подряд номера ответов для случаев А и Б (не разделяя знаками препинания, например: 32).



ФИЗИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА	ЗНАЧЕНИЕ
А) величина напряженности электрического поля в точке M	1) 33 В/м 2) 50 В/м
Б) величина напряженности электрического поля в точке K	3) 100 В/м 4) 0

Таблица для ответа:

А	Б	В	Г

Подсказка 1: точки M и N расположены совершенно симметрично относительно зарядов куба.

Подсказка 2: внутри проводящих тел в статическом случае электрическое поле отсутствует.

Решение:

Для ответа на вопрос А достаточно заметить, что в кубе все грани одинаковы, так что и заряд распределится по ним одинаково. Поэтому точки M и N расположены совершенно симметрично относительно зарядов куба, и $E_M = E_N = 100 \text{ В/м}$. В точке K напряженность поля очевидно равна нулю, так как эта точка находится внутри проводящего тела.

Ответ: 34.

Задача 6 (2 балла) [электростатическое поле, потенциал, принцип суперпозиции]

На неподвижном проводящем уединенном шаре радиусом R находится заряд Q . Точка O – центр шара, $|OA| = 0,75R$, $|OB| = 3R$, $|OC| = 1,5R$, угол $\widehat{COA} = 60^\circ$, точки O , A и B лежат на одной прямой. Модуль напряженности электростатического поля в точке C равен E_C . Определите модуль напряженности электрического поля в точках A и B .

К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию второго столбца и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами. В ответе запишите полученную пару цифр, не разделяя их пробелом или знаками препинания.

ФИЗИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА	ЗНАЧЕНИЕ
А) величина напряженности электрического поля в точке А	1) 0 2) $4E_C$
Б) величина напряженности электрического поля в точке В	3) $E_C/2$ 4) $E_C/4$

Таблица для ответа:

А	Б

Подсказка 1: Согласно закону Кулона, напряженность поля уединенного заряженного проводящего шара вне него убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от центра шара до точки наблюдения.

Подсказка 2: Внутри проводящих тел в статическом случае электрическое поле отсутствует.

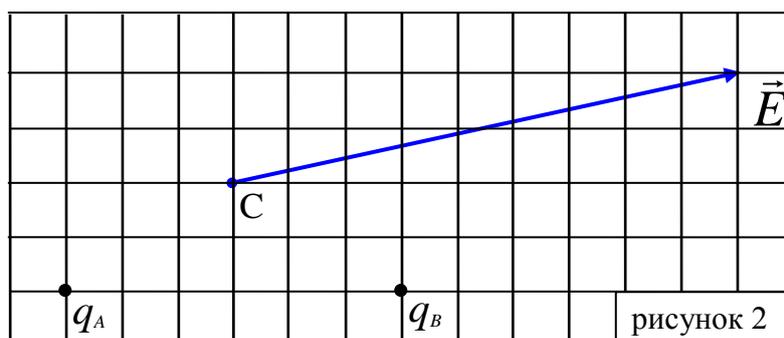
Решение:

Согласно закону Кулона, напряженность поля уединенного заряженного проводящего шара вне него убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от центра шара до точки наблюдения. Точки В и С находятся вне шара, так что $E_B = \left(\frac{|OC|}{|OB|}\right)^2 E_C = \frac{E_C}{4}$. Внутри проводящих тел в статическом случае электрическое поле отсутствует, поэтому $E_A = 0$.

Ответ: 14.

Задача 7 (4 балла) [электростатическое поле, потенциал, принцип суперпозиции]

На рисунке 2 показан вектор напряженности \vec{E} электростатического поля в точке С, созданного двумя точечными зарядами q_A и q_B . Чему равен заряд q_B , если $q_A = +2$ нКл? Ответ запишите в нКл.



Подсказка 1: Напряженность поля точечного заряда всегда направлена от положительных заряда и к отрицательным.

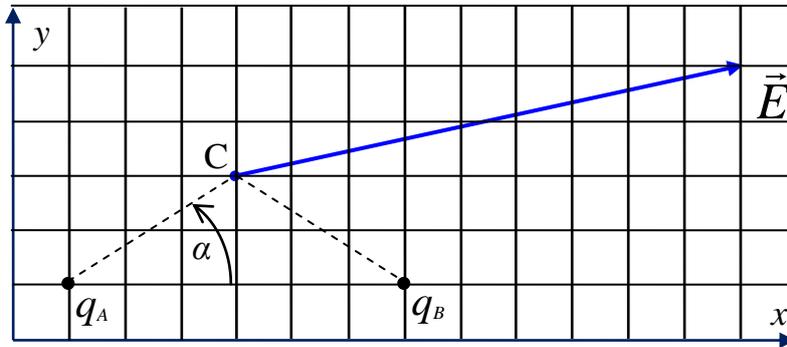
Подсказка 2: Величина напряженности прямо пропорциональна заряду и обратно пропорциональна квадрату расстояния, и нужно учесть, что $|AC|=|BC|$.

Подсказка 3: Можно записать выражения для проекций вектора напряженности на «линии сетки» или построить треугольник векторов $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$.

Решение:

Можно использовать два подхода: решать задачу в проекциях на оси выбранной декартовой системы координат или строить треугольник векторов для равенства $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$.

Вариант 1: Вектор напряженности электростатического поля точечного заряда всегда направлен от положительных заряда и к отрицательным. Его величина напряженности прямо пропорциональна заряду и обратно пропорциональна квадрату расстояния.



Обозначим $|AC|=|BC|=r$, заметим, что для угла α , введенного на рисунке, $\cos(\alpha) = \frac{3}{\sqrt{13}}$

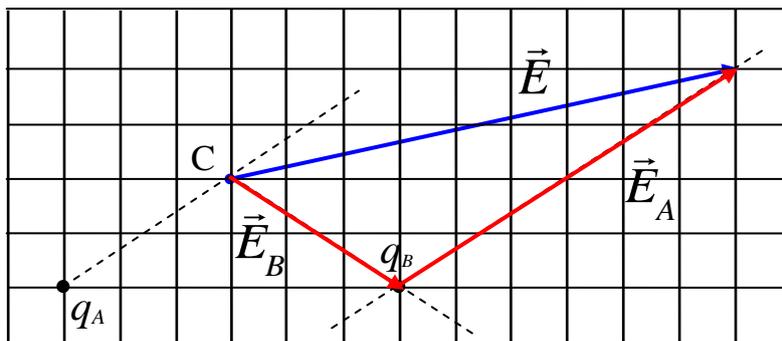
и $\sin(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{13}}$. С учетом этого запишем выражения для проекций вектора \vec{E} на оси x и y ,

введенные на рисунке:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{kq_A}{r^2} \frac{3}{\sqrt{13}} - \frac{kq_B}{r^2} \frac{3}{\sqrt{13}} = 9E_0 \\ \frac{kq_A}{r^2} \frac{2}{\sqrt{13}} + \frac{kq_B}{r^2} \frac{2}{\sqrt{13}} = 2E_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{q_A - q_B}{q_A + q_B} = 3 \Rightarrow q_B = -\frac{1}{2}q_A = -1 \text{ нКл.}$$

Здесь мы учли, что при одинаковом знаке зарядов и x -проекции полей от этих зарядов в точке C вычитаются, а y -проекции складываются.

Вариант 2: Согласно принципу суперпозиции, суммарное поле в точке C есть векторная сумма полей, созданных в этой точке зарядами q_A и q_B : $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$. Понятно, что вектор \vec{E}_A направлен вдоль линии AC , а вектор \vec{E}_B – вдоль линии BC . Это дает возможность построить треугольник векторов для равенства $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$. Достаточно провести через начало и конец вектора \vec{E} линии, параллельные AC и BC (см. рисунок), и нарисовать вдоль них вектора \vec{E}_A и \vec{E}_B . Тогда, сопоставив (по клеточкам сетки) длины этих векторов, находим:



$\frac{|\vec{E}_B|}{|\vec{E}_A|} = \frac{1}{2}$. Учитывая, что $|\vec{E}_B| = \frac{k|q_B|}{|BC|^2}$ и $|\vec{E}_A| = \frac{k|q_A|}{|AC|^2}$, а $|AC|=|BC|$, находим: $|q_B| = \frac{1}{2}|q_A|$.

Знак определяем по направлению векторов напряженности: вектор \vec{E}_B направлен к заряду q_B ,

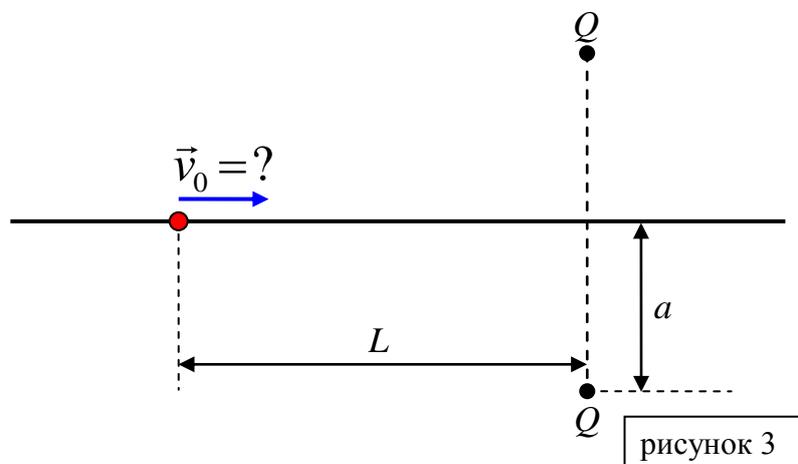
поэтому $q_B < 0$. Итак: $q_B = -\frac{1}{2}q_A = -1 \text{ нКл.}$

Ответ: -1.

Задача 8 (4 балла) [электростатическое поле, потенциал, принцип суперпозиции, закон сохранения энергии]

Небольшой шарик массой $m = 20 \text{ г}$ с зарядом $q = 5 \text{ нКл}$ может скользить без трения по длинной горизонтальной непроводящей направляющей. В точках, расположенных на

одинаковом расстоянии $a = 50$ см на одном перпендикуляре к направляющей закреплены два одинаковых точечных заряда $Q = 13$ мкКл. Шарик запускают по направляющей из точки, находящейся на расстоянии $L = 120$ см от линии, на которой закреплены заряды Q (см. рисунок 3). При какой минимальной величине начальной скорости шарик пройдет за эту линию? Поляризацией направляющей пренебречь, ответ записать в м/с. Константу в законе Кулона принять равной $k \approx 9 \cdot 10^9$ Н·м²/Кл².



Подсказка 1: расстояние от шарика до каждого из зарядов Q $r = \sqrt{a^2 + x^2}$, где x – расстояние от шарика до линии расположения этих зарядов.

Подсказка 2: потенциальная энергия шарика в поле зарядов $E_{ном}(x) = \frac{2kQq}{\sqrt{a^2 + x^2}}$.

Подсказка 3: из закона сохранения механической энергии $\frac{mv^2(x)}{2} + \frac{2kQq}{\sqrt{a^2 + x^2}} = const$ можно выразить $v^2(0)$, которая должна быть неотрицательной.

Решение:

Будем характеризовать положение шарика координатой x , отсчитываемой вдоль направляющей от линии расположения зарядов Q . Тогда расстояние от шарика до каждого из этих зарядов $r = \sqrt{a^2 + x^2}$. Следовательно, потенциал, создаваемый в точке x этими зарядами $\varphi(x) = 2 \frac{kQ}{\sqrt{a^2 + x^2}}$, и потенциальная энергия шарика в поле зарядов

$E_{ном}(x) = \frac{2kQq}{\sqrt{a^2 + x^2}}$. С учетом закона сохранения энергии, если шарик достигает линии расположения зарядов Q ($x = 0$), то

$$\frac{mv_0^2}{2} + \frac{2kQq}{\sqrt{a^2 + L^2}} = \frac{mv^2(0)}{2} + \frac{2kQq}{a}.$$

Поскольку должно быть $v^2(0) \geq 0$, то $v_0 \geq \sqrt{\frac{4kQq}{m} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + L^2}} \right)} \approx 12$ м/с.

Ответ: 12.

Задача 9 (3 балла) [электростатическое поле, плоский конденсатор, равноускоренное движение]

Пылинка, имеющая массу $m = 5$ мкг с зарядом $q = +4 \cdot 10^{-14}$ Кл, влетает в плоский вакуумированный конденсатор в точке, находящейся на равном расстоянии от его пластин. Вектор скорости пылинки в этот момент времени направлен горизонтально. Пластины конденсатора также горизонтальны, причем положительно заряженная пластина находится

ниже. Длина пластин конденсатора в направлении первоначального движения пылинки $L = 20$ см, а расстояние между пластинами $d = 4$ мм. Какой должна быть минимальная скорость, с которой пылинка влетает в конденсатор, чтобы она могла пролететь его насквозь? Напряжение на конденсаторе $U = 10$ кВ, поле внутри конденсатора считать однородным. Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10$ м/с². Ответ записать в м/с.

Подсказка 1: в конденсаторе на пылинку действует сила тяжести, направленная вертикально вниз, и электростатическая сила $qE = \frac{qU}{d}$, направленная вверх.

Подсказка 2: по горизонтали пылинка движется с постоянной скоростью, равной начальной.

Подсказка 3: вертикальная составляющая результирующей силы положительна, и пылинка движется вверх с постоянным ускорением, численно совпадающим с g .

Решение:

Внутри конденсатора на пылинку действует сила тяжести, направленная вертикально вниз, и электростатическая сила, направленная вверх. Введем систему координат: ось x направим горизонтально по направлению начального движения пылинки, а ось y – вертикально вверх. По оси x силы не действуют, поэтому пылинка движется по ней с постоянной скоростью, равной начальной v_0 . Поэтому, если она не попадет на верхнюю пластину, то пролетит через конденсатор за время $t = \frac{L}{v_0}$. Результирующая сила по оси y положительна:

$$F_y = qE - mg = \frac{qU}{d} - mg = 5 \cdot 10^{-8} \text{ Н},$$

и поэтому по оси y пылинка движется вверх с постоянным ускорением

$$a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{qU}{md} - g = 10 \text{ м/с}^2.$$

Ее смещение по этой оси за время движения в конденсаторе $\Delta y = \frac{a_y t^2}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{qU}{d} - mg \right) \frac{L^2}{v_0^2}$

должно быть меньше $\frac{d}{2}$, чтобы пылинка не врезалась в верхнюю пластину. Таким образом,

$$\Delta y < \frac{d}{2} \Rightarrow v_0 > \frac{L}{d} \sqrt{qU - mgd} \approx 10 \text{ м/с}.$$

Ответ: 10.

Задача 10 (4 балла) [электростатическое поле, плоский конденсатор, закон Гука]

Пластины плоского воздушного конденсатора – два диска радиусом $a = 60$ см, расположенные вертикально на малом расстоянии друг от друга. Небольшой шарик массой $m = 20$ г с зарядом $q = 50$ нКл подвешен на легкой непроводящей нити с коэффициентом упругости $k = 250$ Н/м так, что он оказался между пластинами конденсатора вблизи общей оси дисков. Найти удлинение нити, если заряд конденсатора равен $Q = 30$ мкКл. Константу в законе Кулона принять равной $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9$ Н·м²/Кл², ответ записать в миллиметрах.

Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10$ м/с².

Подсказка 1: поле конденсатора можно считать однородным, а его напряженность равной

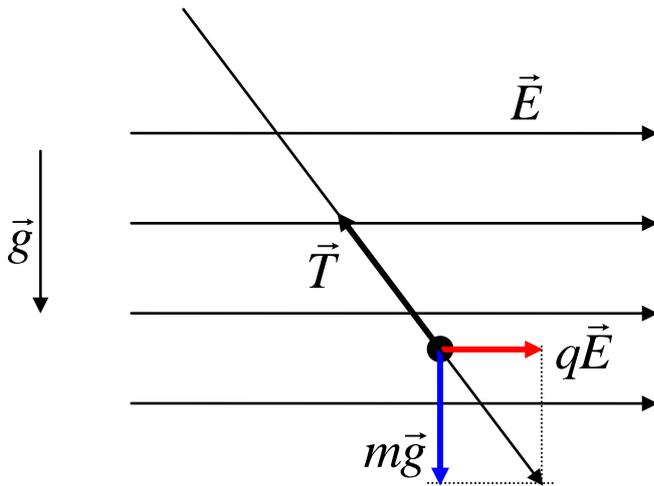
$$E = \frac{U}{d} = \frac{Q}{Cd} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}.$$

Подсказка 2: шарик находится в равновесии под действием сил тяжести $m\vec{g}$, электростатической силы $q\vec{E}$ и силы натяжения нити \vec{T} .

Подсказка 3: значит, $T = \sqrt{m^2 g^2 + q^2 E^2}$, а $\Delta l = \frac{T}{k}$.

Решение:

В области, в которой находится шарик, поле конденсатора можно считать однородным, а его напряженность равной $E = \frac{U}{d} = \frac{Q}{Cd} = \frac{Q}{\epsilon_0 S} = \frac{Q}{\pi \epsilon_0 a^2}$ (здесь использована формула емкости плоского воздушного конденсатора $C \approx \frac{\epsilon_0 S}{d}$). Таким образом, шарик находится в равновесии под действием сил тяжести $m\vec{g}$ (направлена вертикально вниз), электростатической силы $q\vec{E}$ (направлена горизонтально) и силы натяжения нити \vec{T} (см. рисунок).



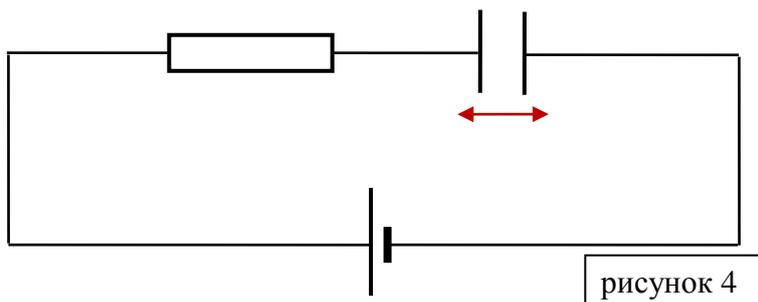
Значит, $\vec{T} = -m\vec{g} - q\vec{E} \Rightarrow T = \sqrt{m^2 g^2 + q^2 E^2}$. По закону Гука сила натяжения пропорциональна деформации, то есть

$$\Delta l = \frac{T}{k} = \frac{\sqrt{m^2 g^2 + q^2 E^2}}{k} = \frac{1}{k} \sqrt{m^2 g^2 + \frac{q^2 Q^2}{\pi^2 \epsilon_0^2 a^4}} \approx 1 \text{ мм.}$$

Ответ: 1.

Задача 11 (4 балла) [конденсатор, перезарядка конденсаторов]

Источник постоянного напряжения с ЭДС $E = 100 \text{ В}$ подключен через резистор к плоскому конденсатору переменной емкости, расстояние между пластинами которого можно изменять (рис. 4). Пластины конденсатора медленно раздвинули. Какая работа была совершена при этом против сил притяжения пластин, если за время движения пластин на резисторе выделилось количество теплоты $Q = 10 \text{ мкДж}$ и заряд конденсатора изменился на 1 мкКл ? Внутреннее сопротивление источника и сопротивление соединительных проводов много меньше сопротивления резистора. Ответ запишите в мкДж.



Подсказка 1: Подобные задачи в ЕГЭ следует решать с помощью энергетических соображений.

Подсказка 2: В процессе раздвижения пластин совершается работа против сторонних сил источника (работа источника $A_E = E\Delta q < 0$, то есть $\Delta q = -1 \text{ мкКл}$), изменяется энергия поля в конденсаторе $W = \frac{CU^2}{2}$, выделяется джоулево тепло.

Подсказка 3: Если ΔC – изменение емкости конденсатора, то изменение энергии поля в конденсаторе $W_{\text{кон}} - W_{\text{нач}} = \frac{(C + \Delta C)E^2}{2} - \frac{CE^2}{2} = \frac{\Delta CE^2}{2} = \frac{1}{2}E\Delta q$.

Решение:

Подобные задачи в ЕГЭ следует решать с помощью энергетических соображений. При раздвижении пластин, в соответствии с формулой емкости плоского конденсатора $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$,

емкость конденсатора уменьшается, и при постоянном напряжении медленно уменьшается заряд конденсатора. При этом совершается работа против сторонних сил источника (работа источника $A_E = E\Delta q < 0$, то есть $\Delta q = -1 \text{ мкКл}$), изменяется энергия поля в конденсаторе

$W = \frac{CU^2}{2}$, выделяется тепло при протекании тока по элементам схемы с сопротивлением.

Так как все элементы соединены последовательно, и по условию внутреннее сопротивление источника и сопротивление соединительных проводов много меньше сопротивления резистора, то можно считать, что практически все количество теплоты выделяется именно в резисторе. Закон сохранения энергии при раздвижении пластин записывается следующим образом: $A + A_E + W_{\text{нач}} = Q + W_{\text{кон}}$ (здесь A – искомая работа). Заметим, что

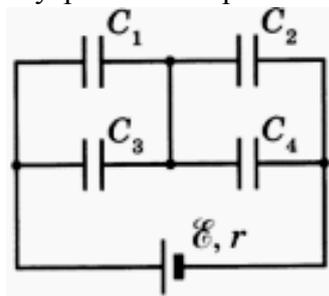
$$W_{\text{кон}} - W_{\text{нач}} = \frac{(C + \Delta C)E^2}{2} - \frac{CE^2}{2} = \frac{\Delta CE^2}{2} = \frac{1}{2}E\Delta q \quad (\text{поскольку изменение заряда}$$

конденсатора $\Delta q = E\Delta C$). Таким образом, $A = Q - \frac{1}{2}E\Delta q = 60 \text{ мкДж}$.

Ответ: 60.

Задача 12 (4 балла) [конденсатор, перезарядка конденсаторов]

Батарея из четырех конденсаторов с электроемкостями $C_1 = 200 \text{ мкФ}$, $C_2 = 100 \text{ мкФ}$, $C_3 = 400 \text{ мкФ}$ и $C_4 = 200 \text{ мкФ}$ подключена к источнику постоянного тока с ЭДС $\mathcal{E} = 72 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением r . Определите энергию конденсатора C_1 .



Подсказка 1: Параллельно соединенные конденсаторы C_1 и C_3 эквивалентны одному конденсатору с емкостью $C_{13} = C_1 + C_3 = 600 \text{ мкФ}$.

Подсказка 2: Последовательно соединенные конденсаторы C_{13} и C_{24} после установления равновесия имеют одинаковые заряды.

Подсказка 3: Сумма напряжений на этих конденсаторах $U_{13} + U_{24} = \mathcal{E}$.

Решение:

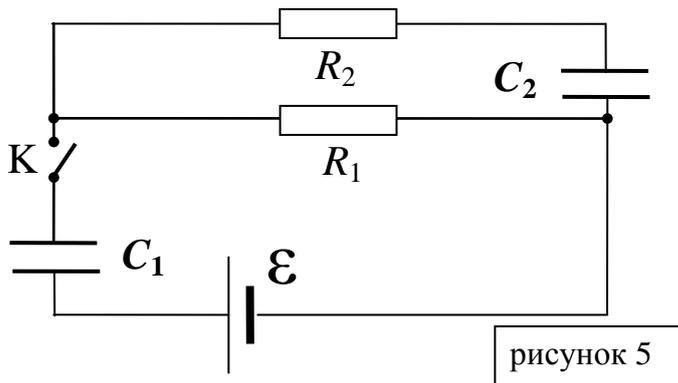
Параллельно соединенные конденсаторы C_1 и C_3 эквивалентны одному конденсатору с емкостью $C_{13} = C_1 + C_3 = 600 \text{ мкФ}$. Аналогично параллельно соединенные конденсаторы C_2 и C_4 эквивалентны одному конденсатору с емкостью $C_{24} = C_2 + C_4 = 300 \text{ мкФ}$.

Последовательно соединенные конденсаторы C_{13} и C_{24} после установления равновесия имеют одинаковые заряды, так что напряжение на C_{13} в два раза меньше, чем на C_{24} . Сумма этих напряжений $U_{13} + U_{24} = \mathcal{E}$. Значит, напряжение на конденсаторе C_1 (равное напряжению на C_{13}) равно $U_1 = \frac{\mathcal{E}}{3} = 24\text{В}$. Следовательно, $E_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2} = \frac{C_1 \mathcal{E}^2}{18} = 57,6\text{мДж}$.

Ответ: 57,6.

Задача 13 (4 балла) [конденсатор, перезарядка конденсаторов]

В цепи, изображенной на рисунке 5, ЭДС батареи $\mathcal{E} = 100\text{В}$, сопротивления резисторов $R_1 = 10\text{Ом}$ и $R_2 = 6\text{Ом}$, а емкости конденсаторов $C_1 = 60\text{мкФ}$ и $C_2 = 100\text{мкФ}$. В начальном состоянии ключ K разомкнут, а конденсаторы не заряжены. Ключ замыкают, и через некоторое время в системе устанавливается равновесие. Какое количество тепла выделится в цепи к моменту установления равновесия? Ответ укажите в Дж в виде десятичной дроби.



Подсказка 1: После установления равновесия ток через резисторы прекращается.

Подсказка 2: Поэтому напряжение на конденсаторе C_1 будет равно ЭДС батареи, а на конденсаторе C_2 – равно нулю.

Подсказка 3: Работа источника $A = \mathcal{E}q$ пойдет на увеличение энергии конденсатора C_1 и на выделение джоулева тепла Q .

Решение:

После установления равновесия ток через резисторы прекращается. Поэтому напряжение на конденсаторе C_1 будет равно ЭДС батареи, а на конденсаторе C_2 – равно нулю (его обкладки «закорочены» через резисторы). В процессе зарядки батарея переместит заряд $q = C_1 \mathcal{E}$, и совершит положительную работу $A = \mathcal{E}q = C_1 \mathcal{E}^2$. Эта работа пойдет на увеличение энергии конденсатора C_1 :

$W_{\text{кон}} - W_{\text{нач}} = \frac{C_1 \mathcal{E}^2}{2} - 0 = \frac{C_1 \mathcal{E}^2}{2}$ и на выделение джоулева тепла Q . Значит,

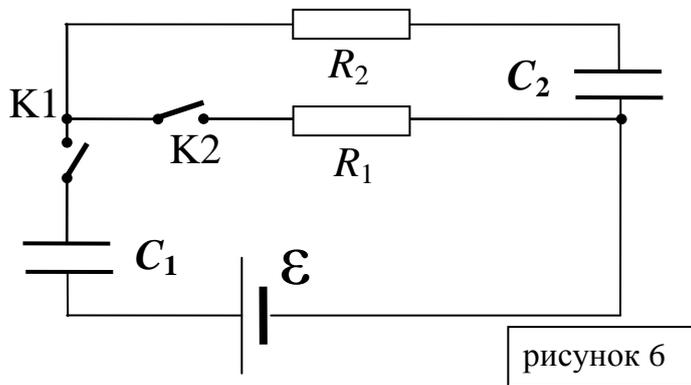
закон сохранения энергии для зарядки конденсатора имеет вид: $A + W_{\text{нач}} = W_{\text{кон}} + Q$, откуда

$$Q = A - (W_{\text{кон}} - W_{\text{нач}}) = \frac{C_1 \mathcal{E}^2}{2} = 0,3\text{ Дж}.$$

Ответ: 0,3.

Задача 14 (5 баллов) [конденсатор, перезарядка конденсаторов]

В цепи, изображенной на рисунке 6, ЭДС батареи $\mathcal{E} = 100\text{В}$, сопротивления резисторов $R_1 = 10\text{Ом}$ и $R_2 = 6\text{Ом}$, а емкости конденсаторов $C_1 = C_2 = 100\text{мкФ}$. В начальном состоянии ключи разомкнуты, а конденсаторы не заряжены. Сначала замыкают ключ K_1 , а через некоторое время замыкают и ключ K_2 . После этого, по истечении необходимого времени в системе устанавливается равновесие. Какое количество тепла выделится в цепи после замыкания K_2 ? Ответ укажите в Дж в виде десятичной дроби.



Подсказка 1: После установления равновесия ток через резисторы прекращается.

Подсказка 2: Поэтому после замыкания K1 и установления равновесия напряжения на конденсаторах C_1 и C_2 будет одинаково и в сумме ЭДС батареи.

Подсказка 3: После замыкания K2 обкладки конденсатора C_2 оказываются замкнуты, и он разряжается, а конденсатор дозарядается до напряжения, равного ЭДС батареи.

Подсказка 3: Работа источника на второй стадии $A = \mathcal{E}\Delta q$ пойдет на увеличение энергии конденсаторов и на выделение искомого джоулева тепла Q .

Решение:

После замыкания K1 источник заряжает оба конденсатора до суммарного напряжения, равного ЭДС. Поскольку конденсаторы одинаковы, и после окончания зарядки ток через резистор R_2 равен нулю, то оба конденсатора зарядятся до напряжений $U_1 = U_2 = \frac{\mathcal{E}}{2}$. Итак, перед

замыканием K2 энергия конденсаторов равна $W = 2 \frac{C(\mathcal{E}/2)^2}{2} = \frac{C\mathcal{E}^2}{4}$ (здесь символом C обозначена одинаковая емкость обоих конденсаторов).

После замыкания K2 конденсаторы перезаряжаются. Когда установится новое равновесие, ток через резисторы прекратится. Поэтому, согласно условию баланса напряжений, напряжение на конденсаторе C_1 будет равно ЭДС батареи, а на конденсаторе C_2 – равно нулю (его обкладки «замкнуты» через резисторы). Ясно, что заряд с одной обкладки C_2 перетечет на другую, а источник дозарядит C_1 . В процессе этой «дозарядки» батарея переместит заряд

$q = C \frac{\mathcal{E}}{2}$, и совершит положительную работу $A = \mathcal{E}q = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$. Новая энергия конденсаторов

$W' = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} + 0 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$. Уравнение закона сохранения энергии для процессов после замыкания ключа K2 $A = W' - W + Q$ позволяет найти выделившееся в схеме тепло:

$$Q = A - W' + W = \frac{C\mathcal{E}^2}{4} = 0,25 \text{ Дж.}$$

Ответ: 0,25.