## 11 класс, Экспресс-подготовка к ЕГЭ по физике

## Набор задач для самостоятельного решения по занятию 2.

Темы: задачи по динамике и статике в заданиях ЕГЭ.

# Задача 1 (1 балл) [прямолинейное движение, ускорение, сила]

В инерциальной системе отсчета сила величиной 70 Н сообщает телу 1 некоторое ускорение. Какова должна быть величина силы, сообщающей телу 2 вдвое большее ускорение? Масса тела 2 составляет 0,7 от массы тела 1. Ответ запишите в Ньютонах.

Подсказка 1: Согласно второму закону Ньютона, ускорение  $a = \frac{F}{m}$ .

## Решение:

Согласно второму закону Ньютона, ускорение  $a = \frac{F}{m}$ . Поэтому  $\frac{F_2}{m_2} = a_2 = 2a_1 = 2\frac{F_1}{m_1}$ .

Следовательно, 
$$F_2 = 2\frac{m_2}{m_1}F_1 = 1,4 \cdot F_1 = 98$$
H.

Ответ: 98.

# Задача 2 (1 балл) [прямолинейное движение, ускорение, импульс]

Тело движется в инерциальной системе отсчета по прямой в одном направлении, под действием постоянной силы с величиной 6 H. За 3 с импульс тела уменьшился и стал равен 7  $\kappa \Gamma \cdot m/c^2$ . Чему был равен первоначальный импульс тела? Ответ запишите в  $\kappa \Gamma \cdot m/c^2$ , с точностью до целого значения.

Подсказка 1: При движении под действием постоянной силы изменение импульса тела за время  $\Delta t$  равно произведению этой силы на  $\Delta t$ :  $\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$ .

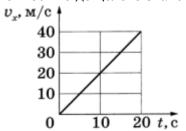
## Решение:

При движении под действием постоянной силы изменение импульса тела за время  $\Delta t$  равно произведению этой силы на  $\Delta t$ :  $\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$ . Так как по условию импульс убывает, не изменяя направления, то сила действует «навстречу» движению, и в проекции на направление движения  $\Delta p_x = -F \cdot \Delta t$ . Поэтому  $p_{Hay} = p_{KOH} + F \cdot \Delta t = 25 \, \mathrm{kr} \cdot \mathrm{m/c}^2$ .

Ответ: 25.

## Задача 3 (1 балл) [прямолинейное движение, ускорение, сила]

Скорость тела массой 4,5 кг, движущегося вдоль оси Ох в инерциальной системе отсчета, изменяется с течением времени в соответствии с графиком (см. рисунок). Найдите величину равнодействующей приложенных к телу сил в момент  $t=5\,\mathrm{c}$ . Ответ запишите в H, с точностью до целого значения.



Подсказка 1: Как видно из графика, ускорение тела примерно постоянно и равно  $a_x = \frac{v_x(t)}{t}$ .

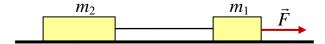
Решение:

Как видно из графика, ускорение тела примерно постоянно и равно  $a_x = \frac{v_x(t)}{t}$ . Удобно использовать точку t = 10 с:  $a_x \approx 2$  м/с². Значит, равнодействующая действующих на тело сил тоже постоянна:  $F_x = ma_x = 9$  H.

Ответ: 9.

# Задача 4 (2 балла) [прямолинейное движение, уравнение движения, нерастяжимая нить]

Два груза, связанные нерастяжимой и невесомой нитью, движутся по гладкой неподвижной горизонтальной поверхности под действием силы  $\vec{F}$ , приложенной к грузу массой  $m_1 = 800$ г (см. рисунок). Нить может выдержать нагрузку не более 9 Н. В данном опыте нить обрывается, когда величина силы  $\vec{F}$  превышает 15 Н. Чему равна масса второго груза  $m_2$ ? Ответ запишите в килограммах.



Подсказка 1: оба груза и нить движутся с одинаковым ускорением.

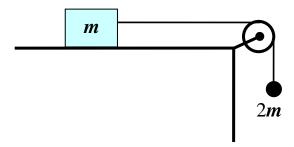
Подсказка 2: это ускорение равно  $a = \frac{F}{m_1 + m_2}$ .

Решение

Ясно, что оба груза и нить движутся с одинаковым ускорением  $a=\frac{F}{m_1+m_2}$ . Ускорение второго груза создает сила натяжения нити T, и из уравнения движения  $m_2a=T$  легко связать силу натяжения с величиной  $F\colon T=\frac{m_2}{m_1+m_2}F\Rightarrow \frac{F}{T}=1+\frac{m_1}{m_2}$ . Из условия видно, что сила величиной 15 H создает натяжение 9 H, и поэтому  $\frac{m_1}{m_2}=\frac{2}{3}$ . Значит,  $m_2=\frac{3}{2}m_1=1200$ г. Ответ: 1,2.

# Задача 5 (3 балла) [уравнения движения, кинематическая связь, равноускоренное движение]

Брусок с массой m = 500г удерживают на горизонтальной поверхности. К нему с помощью перекинутой через идеальный блок невесомой нерастяжимой нити прикреплен груз массы 2m (см. рисунок). Верхний участок нити горизонтален. Коэффициенты трения бруска о поверхность равен  $\mu = 0,5$ . С каким ускорением начнет двигаться груз после отпускания? Ускорение свободного падения считать равным  $g = 10 \, \text{м/c}^2$ , ответ выразить в  $\text{м/c}^2$ .



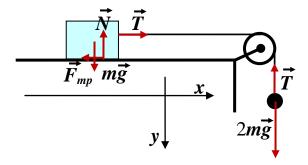
Подсказка 1: если брусок движется, сила трения между бруском и плоскостью равна своему максимальному значению  $F_{mp} = \mu m g$  .

Подсказка 2: следует записать уравнения движения бруска в проекции на горизонтальную ось и груза – в проекции на вертикальную ось, дополнив их уравнением связи, следующим из условия нерастяжимости нити.

Подсказка 3: Так как при любом смещении бруска «вправо» при натянутой нити груз смещается точно на такое же расстояние вниз, то ускорения бруска и груза в проекциях на соответствующие оси равны.

### Решение:

Изобразим силы, действующие на груз (сила тяжести и сила натяжения нити) и брусок (сила тяжести, сила натяжения нити, сила реакции опоры и сила трения).



Если вес груза достаточен для того, чтобы привести брусок в движение, сила трения между бруском и плоскостью равна своему максимальному значению  $F_{mp} = \mu N = \mu m g$ . Запишем уравнения движения бруска в проекции на горизонтальную ось x и уравнение движения груза в проекции на вертикальную ось y:

$$\begin{cases} ma = T - \mu m g \\ 2mA = 2mg - T \end{cases}$$

(здесь A и a — ускорения груза и бруска, а T — сила натяжения нити). Кроме того, поскольку нить нерастяжима, ускорения связаны уравнением кинематической связи. Так как при любом смещении бруска «вправо» при натянутой нити груз смещается точно на такое же расстояние вниз, то ускорения бруска и груза в проекциях на соответствующие оси равны a = A. Подставим его в первое из уравнений движения и сложим уравнения. Тогда получим:

$$3mA = (2 - \mu)mg \Rightarrow A = \frac{2 - \mu}{3}g = \frac{g}{2} \approx 5 \text{ m/c}^2.$$

Ответ: 5

## Задача 6 (1 балл) [сила тяжести]

Камень массой 500 г брошен под углом 44° к горизонту с начальной скоростью 3,4 м/с. Найдите величину силы тяжести, действующей на камень в верхней точке траектории. Ответ запишите в ньютонах.

Подсказка 1: При такой начальной скорости камень не улетит далеко от Земли, а вблизи Земли силу тяжести найти легко.

## Решение:

При такой начальной скорости камень не улетит далеко от Земли, а вблизи Земли силу тяжести найти легко:  $F_T = mg \approx 5\,\mathrm{H}$ .

Ответ: 5.

# Задача 7 (1 балл) [условие равновесия тела, сила тяжести, сила натяжения]

Подъемный кран опустил на кирпичную стену железобетонную балку массой 400 кг, но трос, на котором мыла подвешена балка, еще не отцепили, и сила его натяжения после того, как балка легла на стену, составляла 1900 Н. Площадь грани, на которой лежит балка, равна 700 см<sup>2</sup>. Найдите давление, оказываемое балкой на стену. Ответ запишите в кПа, с точностью до целого значения. Ускорение свободного падения считать равным  $g = 10 \,\mathrm{m/c}^2$ .

Подсказка 1: Сила реакции стены и сила натяжения троса вместе уравновешивают силу тяжести, действующую на балку.

Подсказка 2: Сила давления балку на стену равна по величине силе реакции стены.

### Решение:

Сила реакции стены и сила натяжения троса вместе уравновешивают силу тяжести, действующую на балку: F+T=mg. Сила давления балку на стену равна по величине силе реакции стены F=mg-T. Следовательно, давление балки на стену  $p=\frac{F}{S}=\frac{mg-T}{S}=30\,\mathrm{к}\Pi \mathrm{a}.$ 

Ответ: 30.

# Задача 8 (2 балла) [центростремительное ускорение, круговые орбиты, уравнение движения]

Искусственный спутник вращается вокруг планеты радиусом R = 7200км по круговой орбите на высоте h = 900км над поверхностью планеты (за пределами атмосферы планеты). Скорость спутника равна v = 4.8 км/с. Определите величину ускорения свободного падения на поверхности планеты. Ответ дайте в м/с², с точностью до десятых.

Подсказка 1: ускорение спутника – это его центростремительное ускорение, и оно равно ускорению свободного падения в точках орбиты спутника.

Подсказка 2: ускорение связано со скоростью и радиусом орбиты соотношениями  $a = \frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \,, \, \text{откуда} \,\, GM = (R+h)v^2 \,.$ 

## Решение:

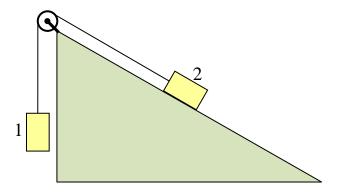
Ускорение спутника на круговой орбите — это его центростремительное ускорение, и оно равно ускорению свободного падения в точках орбиты спутника, то есть  $a=\frac{v^2}{r}=\frac{GM}{r^2}$  (здесь M - масса планеты, r=R+h - радиус орбиты спутника). Поэтому  $GM=(R+h)v^2$  . Ускорение свободного падения на поверхности планеты  $g=\frac{GM}{R^2}$ , то есть  $g=\frac{(R+h)v^2}{R^2}=3,6$  м/с $^2$ .

Ответ: 3,6.

# Задача 9 (3 балла) [уравнения движения, кинематическая связь, неподвижный блок, равноускоренное движение]

Два одинаковых груза соединены легкой нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок, вращающийся без трения (см. рисунок). Плоскость, на которой находится второй груз, наклонена под углом  $\alpha=30^\circ$  к горизонту, коэффициент трения между грузом 2 и поверхностью  $\mu=\frac{\sqrt{3}}{5}\approx 0{,}35$ . Второй груз скользит вверх по наклонной поверхности.

Найти ускорение груза 1. В ответе указать отношение  $\frac{a_1}{g}$  в виде десятичной дроби.



Подсказка 1: следует записать уравнения движения грузов (для груза 1 — в проекции на вертикальную ось, для груза 2 — в проекции на ось, направленную вверх вдоль наклонной плоскости) и дополнить их уравнением связи ускорений, следующим из условия нерастяжимости нити.

Подсказка 2: любое смещение груза 1 вниз вызовет точно такое же смещение груза 2 вверх вдоль плоскости, и поэтому ускорения грузов в проекции на рассматриваемые оси в любой момент времени совпадают.

Подсказка 3: действующая на груз 2 сила трения есть сила трения скольжения:  $F_{mn} = \mu N = \mu mg \cos(\alpha)$ .

#### Решение:

Обозначим T величину силы натяжения нити, которую можно считать одинаковой во всех точках нити. Запишем уравнения движения грузов: для груза 1- в проекции на вертикальную ось, для груза 2- в проекции на ось, направленную вверх вдоль наклонной плоскости:

$$\begin{cases}
 ma_1 = mg - T \\
 ma_2 = T - mg\sin(\alpha) - F_{mp}
\end{cases}$$

(здесь m — одинаковая масса грузов). Заметим, что любое смещение груза 1 вниз в силу нерастяжимости нити вызовет точно такое же смещение груза 2 вверх вдоль плоскости. Значит, ускорения грузов в проекции на рассматриваемые оси в любой момент времени совпадают:  $a_2 = a_1$ . В условии указано, что груз 2 скользит, поэтому действующая на него сила трения есть сила трения скольжения:  $F_{mp} = \mu N = \mu mg \cos(\alpha)$ . Выражая из первого уравнения движения T и подставляя полученное выражение во второе вместе с уравнением связи ускорений, получаем:

$$2ma_1 = mg - mg[\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)] \Rightarrow a_1 = \frac{1 - \sin(\alpha) - \mu\cos(\alpha)}{2}g.$$

Таким образом,  $\frac{a_1}{g} = \frac{1 - \sin(\alpha) - \mu \cos(\alpha)}{2} = 0,1$ . Как видно, ускорение оказалось

положительным, то есть грузы действительно движутся. Ответ: 0,1.

# Задача 10 (3 балла) [движение по окружности, центростремительное ускорение, уравнение движения]

Небольшой массивный шарик, прикрепленный к концу легкой нерастяжимой нити, вращается вокруг вертикальной оси так, что нить отклоняется от вертикали на угол  $\alpha = 60^{\circ}$ . Период вращения шарика  $T \approx 0,628$ с. Найти длину нити. Ускорение свободного падения считать равным  $g = 10 \,\mathrm{m/c}^2$ . Ответ выразить в сантиметрах, округлив до целых.

Подсказка 1: на шарик действуют сила натяжения нити и сила тяжести.

Подсказка 2: следует записать уравнение движения шарика для центростремительного ускорения вместе с условием отсутствия движения шарика по вертикали.

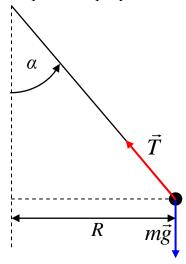
Подсказка 3: эта система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} m\frac{v^2}{R} = T\sin\alpha\\ T\cos\alpha - mg = 0 \end{cases}$$

(где радиус описываемой шариком окружности  $R = L\sin\alpha$ , а T - сила натяжения нити), и из нее можно найти скорость движения шарика v.

### Решение:

Изобразим на рисунке действующие на шарик силы: силу натяжения нити и силу тяжести.



Запишем уравнение движения шарика для центростремительного ускорения вместе с условием отсутствия движения шарика по вертикали:

$$\begin{cases} m\frac{v^2}{R} = T\sin(\alpha) \\ T\cos(\alpha) - mg = 0 \end{cases}.$$

Здесь R — радиус траектории шарика, который определяется из геометрических соображений:  $R = L\sin(\alpha)$ . Выражая силу натяжения нити из второго уравнения и

подставляя полученное значение в первое, получаем:  $v^2 = \frac{gL\sin^2(\alpha)}{\cos(\alpha)}$ . Следовательно,

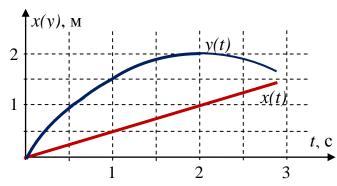
период вращения

$$T = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{L\cos(\alpha)}{g}} \Rightarrow L = \frac{gT^2}{(2\pi)^2\cos(\alpha)} \approx 20$$
cm.

Ответ: 20.

# Задача 11 (4 балла) [равномерное движение, равноускоренное движение, уравнение движения]

Тело массой m=1кг движется в плоскости (xy) под действием одной постоянной силы, параллельной этой плоскости. На графике показаны зависимости координат тела от времени.



Выберите все верные утверждения из списка на основании этого графика.

- 1) Величина перемещения тела от момента времени t = 0с до t = 4с при продолжении этого движения будет равна 2 м.
- 2) Проекция скорости тела на ось у постоянна.
- 3) Сила, действующая на тело, направлена под углом  $60^{\circ}$  к оси x.
- 4) Величина силы, действующей на тело, равна 1 Н.
- 5) В момент времени t = 0с скорость тела направлена под углом  $60^{\circ}$  к оси x.

## Таблица для ответа:

В ответе укажите получившуюся последовательность цифр.

Подсказка 1: Под действием постоянной силы тело движется равноускоренно.

Подсказка 2: По оси x тело движется равномерно (график x(t) – линейный).

Подсказка 3: При «обратном» движении от точки с y = 2м тело пройдет вдоль оси y расстояние 2 м за 2 с, двигаясь с постоянным ускорением из состояния покоя.

### Решение:

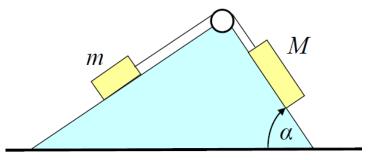
Под действием постоянной силы тело движется равноускоренно. При этом по оси х тело движется равномерно (график x(t) – линейный). Значит, ускорение тела направлено по оси у. Сразу видно, что утверждение 2 – неверно. Направление ускорения совпадает с направлением силы, поэтому сила также направлена по у, и утверждение 3 – неверно. Легко проверить утверждение 1: продолжая график x(t), обнаружим, что x(4c) = 2 м. Используя симметричность параболы, догадываемся, что y(4c) = 0 м. Таким образом, величина перемещения тела будет равна как раз 2 м, то есть утверждение 1 – верно. Заметим также, что при «обратном» движении от точки с y = 2м тело пройдет вдоль оси у расстояние s = 2 м за  $\tau = 2$  с, двигаясь с постоянным ускорением из состояния покоя. Так как  $s = \frac{a\tau^2}{2}$ , то величина ускорения  $a = 1 \,\mathrm{m/c^2}$ . С учетом этого величина силы, вызвавшей это ускорение, F = ma = 1 H, и **утверждение 4 – верно**. Для того, чтобы проверить утверждение 5, нужно найти значения проекций скоростей в момент времени t = 0с. Как видно,  $v_r = const = 0.5$  м/с. Вторую проекцию можно найти, построив касательную к графику y(t) в этот момент времени. Тогда получаем  $v_y(0) = 2 \text{ м/c}$ . Это означает, что угол между вектором скорости и осью x равен  $\alpha = \arctan\left(\frac{v_y(0)}{v_x}\right) = \arctan(4)$ , то есть явно не равняется  $60^\circ$ . Итак, утверждение 5 – неверно.

Ответ: 14.

## Задача 12 (4 балла) [подвижный блок, неподвижный блок, условие равновесия]

Два груза с массами  $M=0.3\,\mathrm{kr}$  и m связаны легкой нерастяжимой нитью, перекинутой через легкий блок (см. рисунок) и помещены на наклонные шероховатые поверхности клина. Нить скользит по блоку без трения. Угол при вершине клина прямой, а угол наклона к горизонту плоскости, на которой находится груз массы M, равен  $\alpha=60^\circ$ . Коэффициенты трения между грузами и поверхностями одинаковы и равны  $\mu=\frac{1}{\sqrt{3}}\approx 0,577$ . Найдите минимальное

значение массы m, при котором грузы могут находиться в состоянии покоя. Ответ запишите в граммах, округлив до целого значения.



Подсказка 1: минимальное значение m соответствует ситуации, когда груз M начинает скользить вниз: следует составить схематический рисунок с указанием всех сил, действующих на бруски в этой ситуации.

Подсказка 2: силы трения покоя при этом направлены против начинающихся движений и достигают своих максимальных значений, то есть  $F_{md,2} = \mu V_{1,2}$ .

Подсказка 3: условия равновесия грузов:  $T + F_{mpl} - Mg \sin \alpha = 0$ ,  $N_1 - Mg \cos \alpha = 0$  и  $T - F_{mpl} - mg \sin \beta = 0$ ,  $N_2 - mg \cos \beta = 0$ .

### Решение:

Изобразим силы, действующие на грузы, на рисунке 2, и укажем там же направления выбранных координатных осей.

<место для рисунка 2>

Минимальное значение m соответствует ситуации, когда груз M начинает скользить вниз (в соответствии с этим соображением и выбраны направления сил трения на рисунке), а силы трения покоя достигают своих максимальных значений:  $F_{mpl,2} = \mu N_{1,2}$ .Запишем условия равновесия для обоих грузов: для груза M

$$T + F_{mpl} - Mg\sin\alpha = 0$$
,  $N_1 - Mg\cos\alpha = 0$ .

Отсюда находим, что  $T = Mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ . Аналогично для груза m (угол наклона к горизонту грани, на которой находится этот груз,  $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ )

$$T - F_{mp2} - mg\sin\beta = 0$$
,  $N_2 - mg\cos\beta = 0$ .

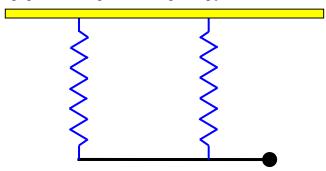
Значит,  $T = mg(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)$ . Сравнивая два полученных выражения, находим:

$$m = \frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} M = \frac{M}{\sqrt{3}} \approx 0,1732$$
 κΓ.

Ответ: 173.

## Задача 13 (4 балла) [условие равновесия сил, правило моментов, закон Гука]

Однородный тонкий стержень подвешен на двух одинаковых очень жестких пружинах, одна из которых прикреплена к его левому концу, а другая – к точке, находящейся на расстоянии трети длины стержня от левого (см. рисунок). К правому концу стержня прикрепили маленький груз, масса которого равна массе стержня. Система находится в равновесии, причем оси обеих пружин при этом вертикальны. Во сколько раз отличаются величины деформаций первой и второй пружины?



Подсказка 1: отношение величин деформаций пружин равно отношению величин сил упругости:  $\frac{|\Delta l_2|}{|\Delta l_1|} = \left|\frac{F_2}{F_1}\right|$ .

Подсказка 2: все силы, действующие на стержень: силы упругости пружин, сила тяжести стержня и вес груза — направлены вертикально, и для решения достаточно записать условие равновесия сил в проекции на вертикальную ось и правило моментов.

Подсказка 3: правило моментов относительно центра масс стержня имеет вид:

$$mg\frac{L}{2} + F_1\frac{L}{2} - F_2\frac{L}{6} = 0$$
.

Будем считать, что деформации пружин малы, и к ним применим закон Гука. Тогда, поскольку пружины одинаковы, то отношение величин деформаций равно отношению

величин сил упругости:  $\frac{|\Delta l_2|}{|\Delta l_1|} = \left| \frac{F_2}{F_1} \right|$ . Поскольку все силы, действующие на стержень: силы

упругости пружин, сила тяжести стержня и вес груза — направлены вертикально, то условие равновесия сил в проекции на ось, направленную вертикально вверх, имеет вид:

$$F_1 + F_2 = 2mg.$$

Теперь запишем правило моментов относительно центра масс стержня (L – длина стержня):

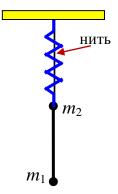
$$mg\frac{L}{2} + F_1\frac{L}{2} - F_2\frac{L}{6} = 0 \Rightarrow F_2 - 3F_1 = 3mg$$
.

Решая полученную систему относительно сил натяжения, находим:  $F_1 = -\frac{1}{4} mg$ ,  $F_2 = \frac{9}{4} mg$ . Как видно, первая пружина сжата (ее сила упругости направлена вниз), а вторая растянута, причем  $\frac{|\Delta l_2|}{|\Delta l_1|} = 9$ .

Ответ: 9.

## Задача 14 (4 балла) [условие равновесия сил, уравнение движения, закон Гука]

Материальные точки с массами  $m_1=100$ г и  $m_2=200$ г прикреплены к невесомому стержню, как показано на рисунке. К точке  $m_2$  прикреплена невесомая пружина жесткостью  $k=30\,\mathrm{H/m}$ , верхний конец которой закреплен. Длина пружины в нерастянутом состоянии  $l_0=20\,\mathrm{cm}$ . В начальный момент концы пружины связаны нитью длиной  $l=10\,\mathrm{cm}$ . Определите силу реакции стержня, действующую на массу  $m_1$  сразу после пережигания нити. Ответ укажите в Ньютонах.



Подсказка 1: «Сразу после пережигания нити» тела не успеют сдвинуться, и пружина не успеет изменить свою длину.

Подсказка 2: У системы тел (две точки + стержень) сразу появится ускорение, созданное силами тяжести и силой упругости пружины.

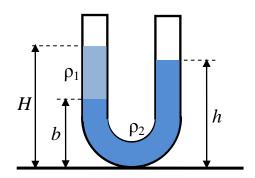
Подсказка 3: У массы  $m_1$  это ускорение создается силой реакции стержня и силой тяжести.

## Решение:

«Сразу после пережигания нити» тела не успеют сдвинуться, и пружина не успеет изменить свою длину. Но у системы тел (две точки + стержень) сразу появится ускорение, созданное силами тяжести и силой упругости пружины, и величина этого ускорения определяется на основании второго закона Ньютона:  $a = \frac{m_1 g + m_2 g + k(l_0 - l)}{m_1 + m_2} = g + \frac{k(l_0 - l)}{m_1 + m_2} = 20 \text{м/c}^2$ . У массы  $m_1$  это ускорение создается силой реакции стержня F и силой тяжести. Значит,  $m_1 a = F + m_1 g$ . Подставляя сюда найденное ускорение, находим:  $F = \frac{m_1}{m_1 + m_2} k(l_0 - l) = 1 \text{ H}$ . Ответ: 1.

## Задача 15 (3 балла) [закон Паскаля, гидростатическое равновесие]

В U-образную трубку с широкими вертикальными прямыми коленами налиты неизвестная жидкость плотностью  $\rho_1$  и вода плотностью  $\rho_2 = 1000$ кг/м³ (см. рисунок). На рисунке b = 10см, h = 24см, H = 30см. Найдите плотность жидкости  $\rho_1$ . Ответ запишите в кг/м³.



Подсказка 1: Под уровнем высоты b над столом находится только вода, давление в которой на одном уровне одинаково.

Подсказка 2: На этом уровне давление в правом и левом колене одно и то же.

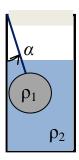
Подсказка 3: Это давление в левом колене создается столбом неизвестной жидкости высотой H-b, а в правом – столбом воды высотой h-b.

### Решение:

В таких заданиях необходимо понимать, как распределено давление в жидкости. Это понимание строится на основании закона Паскаля, согласно которому давление в жидкости передается одинаково во всех направлениях, и на условиях равновесия самой жидкости (жидкость в целом находится в равновесии, если любой ее «выделенный объем» находится в равновесии). Например, если жидкость с плотностью  $\rho$  покоится в поле тяжести  $\vec{g}$ , а давление на поверхность жидкости равно  $p_0$ , то с ростом глубины жидкости h, отсчитываемой вдоль  $\vec{g}$  (то есть вдоль вертикали), давление растет по закону  $p(h) = p_0 + \rho g h$ . В частности, в однородной жидкости давление на одном уровне по вертикали всегда одинаково. В нашей задаче легко заметить, что под уровнем высоты b над столом находится только вода, давление в которой на одном уровне одинаково, поэтому на этом уровне давление в правом и левом колене одно и то же. Это давление в левом колене создается столбом неизвестной жидкости высотой H-b, а в правом – столбом воды высотой h-b. образом, условие гидростатического равновесия Таким  $\rho_1(H-b)g = \rho_2(h-b)g$ . Из этого уравнения находим, что  $\rho_1 = \frac{h-b}{H-b}\rho_2 = 750$  кг/м<sup>3</sup>. Ответ: 750.

Задача 16 (3 балла) [закон Архимеда, условия равновесия]

Свинцовый шар подвешен на нити и полностью погружен в воду (см. рисунок). Нить образует с вертикалью угол  $\alpha = 30^\circ$ . Нить действует на шар с силой 42 Н. Плотность свинца  $\rho_1 = 11300 \text{ кг/м}^3$ , плотность воды  $\rho_2 = 1000 \text{кг/м}^3$ . Определите массу шара. Трением шара о стенку пренебречь. Сделайте схематический рисунок с указанием сил, действующих на шар. Ответ дайте в килограммах.



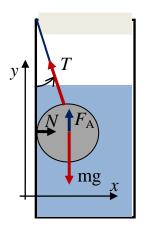
Подсказка 1: На шар действуют: сила тяжести, сила Архимеда, сила натяжения нити и сила нормальной реакции стенки.

2: равновесия сил в проекции вертикальную Подсказка Условие на ось  $F_A + T\cos(\alpha) - mg = 0$ .

Подсказка 3: Сила Архимеда равна  $F_A = \rho_2 V g$  (где V – объем шара), а сила тяжести  $mg = \rho_1 Vg$ .

## Решение:

В первую очередь сделаем рисунок с указанием сил, действующих на шар:



На шар действуют: сила тяжести, сила Архимеда, сила натяжения нити и сила нормальной реакции стенки. Условие равновесия сил в проекции на ось у  $F_A + T\cos(\alpha) - mg = 0$ . Сила Архимеда равна  $F_A = \rho_2 V g$  (где V — объем шара), а сила тяжести  $mg = \rho_1 V g$ , поэтому  $F_A = \frac{\rho_2}{\rho_1} m g$ . Значит,  $m = \frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_2} \frac{T \cos(\alpha)}{g} \approx 4 \, \mathrm{kg}$ .

$$F_A = \frac{\rho_2}{\rho_1} mg$$
. Значит,  $m = \frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_2} \frac{T\cos(\alpha)}{g} \approx 4$  кг

Ответ: 4.