

11 класс, Экспресс-подготовка к ЕГЭ по физике

Набор задач для самостоятельного решения по занятию 11.

Темы: задачи по статике и законам сохранения: решения с обоснованием применимости используемых физических законов.

Задача 1 (2 балла) [взрывы, законы сохранения в механике]

Прочтите условие задачи:

Снаряд, летевший вертикально вверх, взорвался в верхней точке траектории. При этом образовалось три осколка, причем первый (с массой $m = 2$ кг) полетел вертикально вниз со скоростью $v_1 = 300$ м/с, а второй (с такой же массой $m = 2$ кг) полетел в горизонтальном направлении со скоростью $v_2 = 400$ м/с. Известно, что во время взрыва в кинетическую энергию осколков перешло $W = 750$ кДж химической энергии взрывчатого вещества. Пренебрегая массой пороховых газов, найдите массу третьего осколка.

Выберите из предлагаемого списка законы и положения теории, которые должны быть указаны в обосновании решения данной задачи:

- 1) Модель материальной точки для описания исследуемых тел.
- 2) Третий закон Ньютона.
- 3) Условие равенства нулю равнодействующей сил, действующей на исследуемые тела.
- 4) Закон сохранения импульса.
- 5) Закон сохранения энергии.
- 6) Условие равенства нулю суммарного момента сил, действующих на исследуемые тела.
- 7) Закон Кулона-Амонтона о силе сухого трения.
- 8) Закон Кулона о взаимодействии точечных зарядов.
- 9) Инерциальность выбранной системы отсчета.

В ответе запишите номера выбранных законов в порядке возрастания, не разделяя их пробелами или знаками препинания (например: 1367).

Подсказка 1: Законы сохранения можно записывать в «обычной» форме только в инерциальных системах отсчета.

Подсказка 2: При произвольном движении протяженного тела в его кинетическую энергию входят энергии поступательного и вращательного движений.

Решение:

Запишем возможное обоснование решения:

Выберем инерциальную систему отсчета, связанную с Землей. При описании движения снаряда до взрыва и осколков после взрыва используем модель материальной точки, в частности – будем считать их движение поступательным.

Для описания разрыва снаряда будем использовать законы сохранения импульса и энергии. Закон сохранения импульса справедлив в инерциальной системе отсчета для замкнутых механических систем, у которых сумма внешних сил, приложенных к телам системы, равняется нулю. В данном случае это не так, поскольку на тела действуют нескомпенсированные силы тяжести и силы сопротивления воздуха. Но они являются конечными, и ими можно пренебречь по сравнению с внутренними силами, которые очень велики, поскольку за пренебрежимо малое время взрыва существенно изменяют импульсы осколков.

Аналогично, считая время взрыва пренебрежимо малым, в законе сохранения энергии при описании самого взрыва можно пренебречь изменением потенциальной энергии тел и работой сил сопротивления воздуха.

Пренебрежение массой пороховых газов позволяет не учитывать их вклад в импульс и кинетическую энергию осколков после взрыва.

Как видно, из предложенного списка в это обоснование вошли положения 1, 4, 5 и 9. Отметим, что в обосновании решения этой задачи недостаточно указать, что используются

законы сохранения импульса и энергии – нужно еще объяснить, почему нужно их использовать (сославшись на малость времени взрыва).

Ответ: 1459.

Задача 2 (4 балла) [взрывы, законы сохранения в механике]

Снаряд, летевший вертикально вверх, взорвался в верхней точке траектории. При этом образовалось три осколка, причем первый (с массой $m = 2$ кг) полетел вертикально вниз со скоростью $v_1 = 300$ м/с, а второй (с такой же массой $m = 2$ кг) полетел в горизонтальном направлении со скоростью $v_2 = 400$ м/с. Известно, что во время взрыва в кинетическую энергию осколков перешло $W = 750$ кДж химической энергии взрывчатого вещества. Пренебрегая массой пороховых газов, найдите массу третьего осколка. Ответ запишите в кг.

Подсказка 1: В инерциальной системе отсчета, связанной с Землей, летевший вертикально снаряд останавливается в верхней точке своей траектории.

Подсказка 2: Закон сохранения импульса для взрыва можно переписать в виде $-m_3 \vec{v}_3 = m(\vec{v}_1 + \vec{v}_2)$.

Подсказка 3: По условию вектора $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ взаимно-перпендикулярны, так что $(\vec{v}_1 + \vec{v}_2)^2 = \vec{v}_1^2 + \vec{v}_2^2$.

Решение:

1) В инерциальной системе отсчета, связанной с Землей, летевший вертикально снаряд останавливается в верхней точке своей траектории, то есть его импульс и кинетическая энергия перед взрывом равны нулю.

2) Запишем законы сохранения импульса и энергии для взрыва:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 \\ W = \frac{m\vec{v}_1^2}{2} + \frac{m\vec{v}_2^2}{2} + \frac{m_3\vec{v}_3^2}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -m_3\vec{v}_3 = m(\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \quad (1) \\ m_3\vec{v}_3^2 = 2W - m(\vec{v}_1^2 + \vec{v}_2^2) \quad (2) \end{array} \right.$$

3) Возведем уравнение (1) в квадрат и учтем, что по условию вектора $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ взаимно-перпендикулярны, так что $(\vec{v}_1 + \vec{v}_2)^2 = \vec{v}_1^2 + \vec{v}_2^2$. В результате получим

$$m_3\vec{v}_3^2 = m^2(\vec{v}_1^2 + \vec{v}_2^2) \quad (3)$$

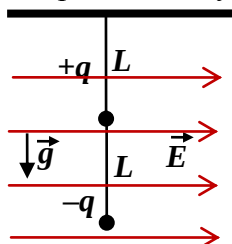
4) Разделив почленно (3) на (2), приходим к ответу: $m_3 = \frac{m^2(\vec{v}_1^2 + \vec{v}_2^2)}{2W - m(\vec{v}_1^2 + \vec{v}_2^2)} = 1 \text{ кг}$.

Ответ: 1.

Задача 3 (2 балла) [электростатика, условия равновесия]

Прочтите условие задачи:

Два маленьких металлических шарика одинаковой массы $m = 1$ г подвешены на двух невесомых непроводящих нитях одинаковой длины $L = 1$ м. На верхний шарик нанесен заряд $+q = +1$ мкКл, на нижний – заряд $-q = -1$ мкКл. Затем в области расположения шариков создали горизонтальное однородное электрическое поле с напряженностью $E = 10$ кВ/м (см. рисунок). После перехода системы в состояние равновесия нижняя нить оказалась отклонена от вертикали на угол α . Определите α .



Выберите из предлагаемого списка законы и положения теории, которые должны быть указаны в обосновании решения данной задачи:

- 1) Модель материальной точки для описания исследуемых тел.
- 2) Третий закон Ньютона.
- 3) Условие равенства нулю равнодействующей сил, действующей на исследуемые тела.
- 4) Закон сохранения импульса.
- 5) Закон сохранения энергии.
- 6) Условие равенства нулю суммарного момента сил, действующих на исследуемые тела.
- 7) Закон Кулона-Амонтона о силе сухого трения.
- 8) Закон Кулона о взаимодействии точечных зарядов.
- 9) Инерциальность выбранной системы отсчета.

В ответе запишите номера выбранных законов в порядке возрастания, не разделяя их пробелами или знаками препинания (например: 1367).

Подсказка 1: Мы используем условие равновесия сил для шариков и в этом условии должны учесть силу кулоновского взаимодействия шариков.

Подсказка 2: Условия равновесия и приближение электростатики «работают» только в ИСО.

Решение:

Запишем возможное обоснование решения:

Будем считать, что система отсчета, связанная с подвесом шарнира (относительно которой шарики покоятся в положении равновесия, является инерциальной. Сами шарики будем считать материальными точками, то есть при изучении равновесия относительно ИСО будем использовать только условия равенства нулю суммы сил, приложенных к каждому из шариков. При описании их электростатического взаимодействия также будем считать их точечными зарядами, то есть будем считать, что сила притяжения направлена вдоль соединяющей их прямой, а ее величина определяется законом Кулона:

$$|\vec{F}_C| = \frac{kq^2}{r_{12}^2}. \text{ Обе нити будем считать нерастяжимыми и – в соответствии с условием}$$

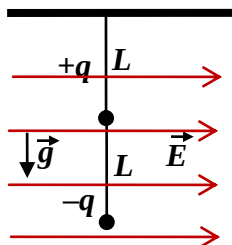
задачи – невесомыми. Так как в положении равновесия оба заряженных шарика и источники внешнего электростатического поля неподвижны относительно ИСО, магнитные взаимодействия в этой системе учитывать не будем. В процессе решения мы должны выяснить, являются ли нити натянутыми. В особенности это важно для нижней нити, так как сила притяжения шариков уменьшает силу натяжения, и, если она окажется слишком большой, эта нить может провиснуть.

Как видно, из предложенного списка в это обоснование вошли положения 1, 3, 8 и 9. Особое внимание следует обратить на требование проверки натянутости нижней нити – оно очень важно для решения.

Ответ: 1389.

Задача 4 (4 балла) [электростатика, условия равновесия]

Два маленьких металлических шарика одинаковой массы $m = 1$ г подвешены на двух невесомых непроводящих нитях одинаковой длины $L = 1$ м. На верхний шарик нанесен заряд $+q = +1$ мкКл, на нижний – заряд $-q = -1$ мкКл. Затем в области расположения шариков создали горизонтальное однородное электрическое поле с напряженностью $E = 10$ кВ/м (см. рисунок). После перехода системы в состояние равновесия нижняя нить оказалась отклонена от вертикали на угол α . Определите α . Ответ запишите в градусах.



Подсказка 1: В состоянии равновесия сумма внешних сил, действующих на нижний шарик, равна нулю: $\vec{T}_2 + \vec{F}_C + m\vec{g} - q\vec{E} = 0$.

Подсказка 2: Если нижняя нить натянута, то $\vec{T}_2$ направлена от нижнего шарика к верхнему, как и $\vec{F}_C$.

Подсказка 3: Должна быть равна нулю и сумма внешних сил, действующих на «тело», состоящее из двух шариков вместе с нижней нитью..

Решение:

1) В инерциальной СО сумма внешних сил, действующая на тело в положении равновесия, равна нулю. Следовательно, равна нулю сумма внешних сил, действующих на нижний шарик:

$\vec{T}_2 + \vec{F}_C + m\vec{g} - q\vec{E} = 0$. Здесь $\vec{T}_2$ – сила натяжения нижней нити, а $\vec{F}_C$ – сила кулоновского притяжения нижнего шарика к верхнему.

2) Если нижняя нить натянута, то $\vec{T}_2$ направлена от нижнего шарика к верхнему, как и $\vec{F}_C$. Значит, сумма этих сил $\vec{F} = \vec{T}_2 + \vec{F}_C$ направлена вдоль нити, под искомым углом α к вертикали, и при этом $\vec{F} = q\vec{E} - m\vec{g}$.

3) Из соответствующего векторного треугольника видно, что $\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{qE}{mg}$. Таким образом, $\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{qE}{mg}\right) = 45^\circ$.

4) Теперь необходимо проверить, что нижняя нить действительно натянута. Для этого необходимо, чтобы сила кулоновского притяжения шариков, препятствующая ее натяжению, была по модулю меньше, чем натягивающая нить сила $q\vec{E} - m\vec{g}$, то есть $\frac{kq^2}{L^2} < \sqrt{q^2E^2 + m^2g^2}$. Подставляя численные значения, убеждаемся, что это требование

выполнено: $0,9 \cdot 10^{-2} \text{ Н} < \sqrt{2} \cdot 10^{-2} \text{ Н}$. Значит, полученный ответ $\alpha = 45^\circ$ корректен.

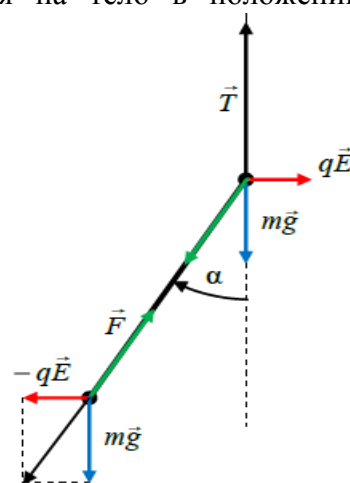
5) Можно отметить, что аналогично должна быть равна нулю сумма внешних сил, действующих на «тело», состоящее из двух шариков вместе с нижней нитью. В этой сумме силы, действующие на шарики со стороны электрического поля, взаимно сокращаются, и поэтому сила натяжения верхней нити $\vec{T}_1 + 2m\vec{g} = 0$, то есть верхняя нить остается вертикальной. Этот пункт не является необходимым в решении данной задачи, но полезен для понимания происходящего в этой системе.

Ответ: 45.

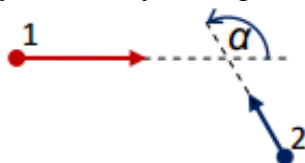
Задача 5 (2 балла) [удары, законы сохранения в механике]

Прочтите условие задачи:

По гладкому горизонтальному льду скользили две небольшие шайбы: одна – массой $m_1 = 200 \text{ г}$ – со скоростью $v_1 = 3 \text{ м/с}$, а вторая – массой $m_2 = 400 \text{ г}$ – со скоростью $v_2 = 1,5 \text{ м/с}$. Шайбы столкнулись и прочно «склеились» между собой, так что центр масс образовавшегося тела



продолжил движение поступательно со скоростью V . Найдите величину V , если известно, что угол между векторами скоростей шайб перед ударом равнялся $\alpha = 120^\circ$.



Выберите из предлагаемого списка законы и положения теории, которые должны быть указаны в обосновании решения данной задачи:

- 1) Модель материальной точки для описания исследуемых тел.
- 2) Третий закон Ньютона.
- 3) Условие равенства нулю равнодействующей сил, действующей на исследуемые тела.
- 4) Закон сохранения импульса.
- 5) Закон сохранения энергии.
- 6) Условие равенства нулю суммарного момента сил, действующих на исследуемые тела.
- 7) Закон Кулона-Амонтона о силе сухого трения.
- 8) Закон Кулона о взаимодействии точечных зарядов.
- 9) Инерциальность выбранной системы отсчета.

В ответе запишите номера выбранных законов в порядке возрастания, не разделяя их пробелами или знаками препинания (например: 1367).

Подсказка 1: Внешние силы – сила тяжести и сила нормальной реакции льда – для каждой из шайб в любой момент времени компенсируют друг друга.

Подсказка 2: Вращение любой из шайб до удара и вращение образовавшегося тела после удара не нужно учитывать при изучении движений центров масс тел.

Решение:

Запишем возможное обоснование решения:

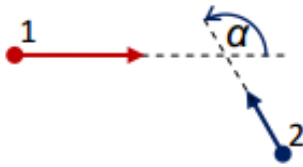
Будем считать, что система отсчета, связанная со льдом, является инерциальной. Внешние силы – сила тяжести и сила нормальной реакции льда – для каждой из шайб в любой момент времени компенсируют друг друга. Таким образом, сумма внешних сил, действующих на систему двух шайб, равна нулю – эта система является замкнутой. Следовательно, в процессе удара шайб полный импульс этой системы сохраняется. Удар, описанный в условии, является абсолютно неупругим, и после него шайбы движутся вместе, образовав «составное» тело. В таком ударе механическая энергия системы не сохраняется – происходят ее потери. Импульс каждого из тел равен произведению массы тела на скорость центра масс. Поэтому, хотя у нас нет информации о вращении шайб до и после удара, на скорости центров масс тел это не влияет, так что при решении данной задачи мы можем считать шайбы до удара и образовавшееся после удара тело материальными точками.

Итак: из предложенного списка в это обоснование вошли положения 1, 4 и 9.

Ответ: 149.

Задача 6 (3 балла) [удары, законы сохранения в механике]

По гладкому горизонтальному льду скользили две небольшие шайбы: одна – массой $m_1 = 200$ г – со скоростью $v_1 = 3$ м/с, а вторая – массой $m_2 = 400$ г – со скоростью $v_2 = 1,5$ м/с. Шайбы столкнулись и прочно «склеились» между собой, так что центр масс образовавшегося тела продолжил движение поступательно со скоростью V . Найдите величину V , если известно, что угол между векторами скоростей шайб перед ударом равнялся $\alpha = 120^\circ$. Ответ запишите в м/с.



Подсказка 1: Здесь достаточно использовать закон сохранения импульса..

Подсказка 2: Этот закон можно записать в векторной форме: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{V}$.

Подсказка 3: Для получения ответа достаточно возвести уравнение закона скалярно в квадрат.

Решение:

1) Запишем закон сохранения импульса в процессе удара шайб в векторной форме:
 $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{V}$.

2) Возведем это равенство скалярно в квадрат:

$$(m_1 + m_2)^2 \cdot V^2 = (m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2)^2 = m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2 + 2m_1 m_2 (\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2)$$

и учтем, что $(\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2) = v_1 v_2 \cdot \cos(\alpha)$. С учетом этого находим, что

$$V = \frac{\sqrt{m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2 + 2m_1 m_2 v_1 v_2 \cos(\alpha)}}{m_1 + m_2}.$$

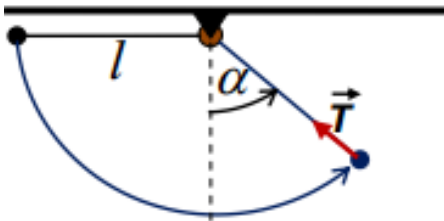
3) Подставляя числовые данные, получаем: $V = 1 \text{ м/с}$.

Ответ: 1.

Задача 7 (2 балла) [условия равновесия твердого тела]

Прочтите условие задачи:

Невесомый жесткий стержень одним концом прикреплен к шарниру, который позволяет стержню свободно вращаться в вертикальной плоскости. К другому его концу прикреплен маленький массивный шарик. Стержень сначала удерживают в горизонтальном положении, затем отпускают без начальной скорости. Во сколько раз величина силы натяжения стержня в тот момент, когда он отклонен от вертикали на угол $\alpha = 60^\circ$, меньше, чем максимальная величина этой силы за все время движения? Сопротивлением воздуха пренебречь.



Выберите из предлагаемого списка законы и положения теории, которые должны быть указаны в обосновании решения данной задачи:

- 1) Модель материальной точки для описания исследуемых тел.
- 2) Второй закон Ньютона.
- 3) Условие равенства нулю равнодействующей сил, действующей на исследуемые тела.
- 4) Закон сохранения импульса.
- 5) Закон сохранения энергии.
- 6) Условие равенства нулю суммарного момента сил, действующих на исследуемые тела.
- 7) Закон Кулона-Амонтона о силе сухого трения.
- 8) Закон Кулона о взаимодействии точечных зарядов.
- 9) Инерциальность выбранной системы отсчета.

В ответе запишите номера выбранных законов в порядке возрастания, не разделяя их пробелами или знаками препинания (например: 1367).

Подсказка 1: Система тел Земля (с подвесом для шарнира), шарнир, стержень и шарик замкнута, и в ней нет диссипативных сил.

Подсказка 2: Для нахождения силы натяжения стержня понадобится уравнение движения для центростремительной компоненты ускорения шарика.

Решение:

Запишем возможное обоснование решения:

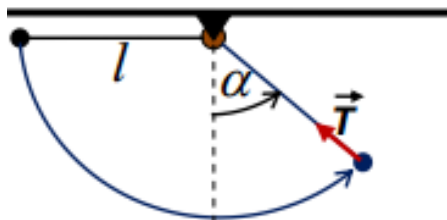
Будем считать, что система отсчета, связанная с осью подвеса шарнира, является инерциальной (можно считать, что подвес жестко прикреплен к Земле). Земля, шарнир, стержень и шарик взаимодействуют только между собой (эта система тел является замкнутой), и диссипативные силы в ней отсутствуют (сопротивления воздуха нет). Следовательно, для нее справедлив закон сохранения полной механической энергии. Кроме того, в ИСО можно использовать второй закон Ньютона, из которого следуют уравнения движения. В результате для решения задачи можно использовать систему из уравнений закона сохранения полной механической энергии и уравнения движения для центростремительной компоненты ускорения шарика, которая позволяет проанализировать изменение силы натяжения стержня. В соответствии с условием, можно считать стержень невесомым и нерастяжимым. Кроме того, маленький шарик при записи уравнений движения можно считать материальной точкой.

Видно, что из предложенного списка в это обоснование вошли положения 1, 2, 5 и 9.

Ответ: 1259.

Задача 8 (3 балла) [условия равновесия твердого тела]

Невесомый жесткий стержень одним концом прикреплен к шарниру, который позволяет стержню свободно вращаться в вертикальной плоскости. К другому его концу прикреплен маленький массивный шарик. Стержень сначала удерживают в горизонтальном положении, затем отпускают без начальной скорости. Во сколько раз величина силы натяжения стержня в тот момент, когда он отклонен от вертикали на угол $\alpha = 60^\circ$, меньше, чем максимальная величина этой силы за все время движения? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ запишите с точностью до десятых.



Подсказка 1: Если использовать закон сохранения полной механической энергии шарика в поле тяжести Земли, то можно найти величину квадрата скорости шарика в положении, в котором стержень наклонен под углом α к вертикали.

Подсказка 2: После этого из уравнения для центростремительной компоненты шарика в том же положении можно найти величину силы натяжения стержня.

Подсказка 3: Уравнение для центростремительной компоненты ускорения шарика имеет вид

$$m \frac{v^2}{L} = T - mg \cos(\alpha).$$

Решение:

1) Запишем закон сохранения полной механической энергии для шарика при движении в поле тяжести Земли: $mgL = \frac{mv^2}{2} + mgL[1 - \cos(\alpha)]$. За нулевой уровень высоты шарика принят уровень нижней точки его траектории, а длина стержня обозначена L , масса шарика

обозначена m . Это уравнение позволяет найти величину квадрата скорости шарика в положении, в котором стержень наклонен под углом α к вертикали: $v^2(\alpha) = 2gL \cdot \cos(\alpha)$.

2) Запишем следующее из второго закона Ньютона уравнение для центростремительной компоненты ускорения шарика в том же положении: $m \frac{v^2}{L} = T - mg \cos(\alpha)$.

3) Подставляя квадрат скорости, найденный в (1), в (2), находим закон изменения силы натяжения стержня в зависимости от α : $T(\alpha) = 3mg \cos(\alpha)$.

4) Как видно, сила натяжения стержня достигает максимального значения при $\alpha = 0$, и поэтому $T_{\max} = T(0) = 3mg$.

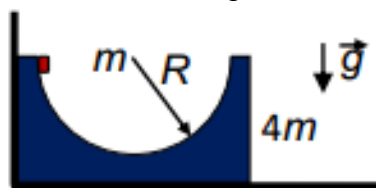
5) Таким образом, $\frac{T(\alpha)}{T_{\max}} = \cos(\alpha)$. Подставляя $\alpha = 60^\circ$, получаем $\frac{T_{\max}}{T(60^\circ)} = 2,0$.

Ответ: 2,0.

Задача 9 (2 балла) [уравнения движения, закон сохранения энергии]

Прочтите условие задачи:

Брусок массы $4m$ с полусферической выемкой радиусом $R = 40$ см сверху покоится в углу между горизонтальным полом и вертикальной стеной. У верхнего края выемки удерживают маленькую шайбу массой m , слегка прижав ее к ближнему к стене участку поверхности выемки. Шайбу отпускают, и она начинает скользить, не отрываясь, по поверхности выемки в плоскости, перпендикулярной стене и полу. Брусок через некоторое время тоже приходит в движение, и движется поступательно, не отрываясь от пола. На какую максимальную высоту над нижней точкой выемки сможет подняться шайба после первого прохождения этой нижней точки? Трение полностью отсутствует на всех поверхностях.



Выберите из предлагаемого списка законы и положения теории, которые должны быть указаны в обосновании решения данной задачи:

- 1) Модель материальной точки для описания исследуемых тел.
- 2) Третий закон Ньютона.
- 3) Условие равенства нулю равнодействующей сил, действующей на исследуемые тела.
- 4) Закон сохранения импульса.
- 5) Закон сохранения энергии.
- 6) Условие равенства нулю суммарного момента сил, действующих на исследуемые тела.
- 7) Закон Кулона-Амонтона о силе сухого трения.
- 8) Закон Кулона о взаимодействии точечных зарядов.
- 9) Инерциальность выбранной системы отсчета.

В ответе запишите номера выбранных законов в порядке возрастания, не разделяя их пробелами или знаками препинания (например: 1367).

Подсказка 1: Движение шайбы можно разделить на две стадии – на спуске до прохождения нижней точки выемки и после прохождения – на подъеме.

Подсказка 2: На спуске сила давления шайбы на поверхность выемки прижимает брусок к стенке, и он остается неподвижен, а на подъеме брусок отрывается от стенки.

Подсказка 3: На спуске работает ЗСЭ, а на подъеме – и ЗСИ, и ЗСЭ.

Решение:

Запишем возможное обоснование решения:

Будем считать, что система отсчета, связанная с полом и стенкой, является инерциальной. Движение шайбы можно разделить на две стадии.

На первой стадии – при спуске шайбы сила ее давления на поверхность выемки прижимает брусок к стенке, и он остается неподвижен. Ответная сила реакции стенки является внешней силой, нарушающей замкнутость системы «брусок+шайба», и на этой стадии импульс этой системы изменяется. Однако, поскольку работа этой внешней силы равна нулю, и внутри системы диссипативных сил нет (по условию трение отсутствует), то выполняется закон сохранения полной механической энергии шайбы в поле тяжести Земли. Кроме того, при движении маленькой шайбы по бруску шайбу можно считать материальной точкой.

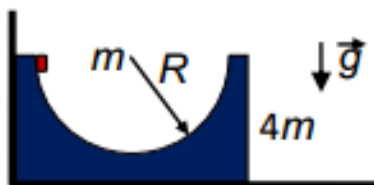
На второй стадии – при подъеме шайбы сила давления шайбы на поверхность выемки заставляет брусок оторваться от стенки и двигаться по полу. Теперь силы реакции стенки нет, и система тел «брусок+шайба» становится замкнутой и консервативной: мы можем совместно использовать закон сохранения полной механической энергии и закон сохранения импульса. Ясно, что максимальная высота подъема шайбы достигается в момент, когда вертикальная составляющая ее скорости обращается в ноль, и поскольку шайбы не отрывается от поверхности выемки, то в этот момент ее скорость равна скорости бруска.

Видно, что из предложенного списка в это обоснование вошли положения 1,4, 5 и 9. Важно отметить, что для двух стадий движения список «работающих» законов сохранения разный, и для каждой стадии обоснование их использования нужно проводить независимо.

Ответ: 1459.

Задача 10 (4 балла) [уравнения движения, закон сохранения энергии]

Брусок массы $4m$ с полусферической выемкой радиусом $R = 40$ см сверху покоится в углу между горизонтальным полом и вертикальной стеной. У верхнего края выемки удерживают маленькую шайбу массой m , слегка прижав ее к ближнему к стене участку поверхности выемки. Шайбу отпускают, и она начинает скользить, не отрываясь, по поверхности выемки в плоскости, перпендикулярной стене и полу. Брусок через некоторое время тоже приходит в движение, и движется поступательно, не отрываясь от пола. На какую максимальную высоту над нижней точкой выемки сможет подняться шайба после первого прохождения этой нижней точки? Трение полностью отсутствует на всех поверхностях. Ответ запишите в см.



Подсказка 1: На первой стадии движения – при спуске шайбы сумма ее кинетической энергии и потенциальной энергии в поле тяжести Земли остается неизменной.

Подсказка 2: После прохождения шайбой нижней точки выемки брусок отрывается от стены, а шайба начинает подниматься вверх по стенке выемки. В момент достижения максимальной высоты h_m скорость шайбы сравнивается со скоростью бруска.

Подсказка 3: На второй стадии нужно совместно использовать ЗСЭ и ЗСИ.

Решение:

1) На первой стадии движения – при спуске шайбы сумма ее кинетической энергии и потенциальной энергии в поле тяжести Земли остается неизменной (брусок покоится), то

есть $mgR = \frac{mv^2}{2} + mgh$, где h – высота шайбы над нижней точкой выемки. Значит, в нижней

точке скорость шайбы $v_0 = \sqrt{2gR}$.

2) После прохождения шайбой нижней точки выемки брусок отрывается от стены, а шайба начинает подниматься вверх по стенке выемки. В момент достижения максимальной высоты h_m скорость шайбы сравнивается со скоростью бруска $v = V$.

3) Закон сохранения горизонтальной проекции импульса для системы «шайба+брусок» дает: $mv_0 = (m + 4m)V \Rightarrow V = \frac{v_0}{5}$.

4) Закон сохранения полной механической энергии связывает те же два состояния системы так: $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{(m + 4m)(v_0/5)^2}{2} + mgh_m \Rightarrow h_m = \frac{2v_0^2}{5g}$. Используя выражение $v_0 = \sqrt{2gR}$,

получаем $h_m = \frac{4}{5}R = 32\text{ см}$.

Ответ: 32.