

**7-9 классы, подготовка к теоретическому туру
олимпиады школьников «Робофест» по физике**

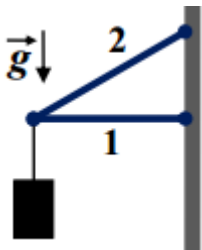
Задачи к итоговому занятию основного курса 2021/22 учебного года.

Тема: «ПОДГОТОВКА К ТЕОРЕТИЧЕСКОМУ ТУРУ ФИНАЛЬНОГО ЭТАПА».

Задание 1.1.

Из двух невесомых жестких стержней, соединенных легкими шарнирами друг с другом и с вертикальной стенкой, собрали «кронштейн» для подвески груза массы m (см. рисунок) на невесомой нити. В состоянии равновесия стержень 1 горизонтален, а стержень 2 составляет с горизонтом угол 30° . Стержни изготовлены из одного материала, имеют одинаковый профиль и поперечные размеры. Найдите отношение величин малых деформаций стержней

$\frac{|\Delta L_1|}{|\Delta L_2|}$. Запишите ответ с точностью до сотых.



Подсказка 1: Сила, действующая со стороны любого стержня на соседний с ним шарнир, для невесомого жесткого стержня, всегда направлена вдоль стержня.

Подсказка 2: По закону Гука, величина каждой из сил упругости пропорциональна деформации $F_{1,2} = k_{1,2} \cdot |\Delta L_{1,2}|$, а коэффициент жесткости при одинаковом материале, одинаковом профиле и поперечных размерах обратно пропорционален длине стержня.

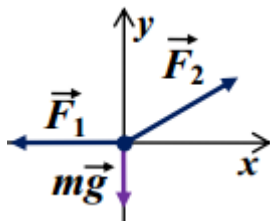
Решение:

Ясно, что сила, действующая со стороны любого стержня на соседний с ним шарнир, для невесомого жесткого стержня, всегда направлена вдоль стержня. Рассмотрим равновесие шарнира, соединяющего стержни между собой (к нему же подвешен груз). Он находится в равновесии, и сумма приложенных к нему сил (силы упругости шарниров и силы тяжести груза, переданной через нить подвеса) равна нулю. Горизонтальные проекции сил упругости стержней должны уравновесить друг друга, и поэтому один из них должен быть растянут, а другой сжат. При этом сумма их вертикальных проекций должна уравновесить силу тяжести, так что стержень 1 сжат, а стержень 2 растянут. Записывая условия равновесия сил в проекции на горизонтальную ось x (см. рисунок), находим, что $F_1 = F_2 \cos(30^\circ)$. Таким

образом, $\frac{F_1}{F_2} = \cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. По закону Гука, величина каждой из сил упругости

пропорциональна деформации $F_{1,2} = k_{1,2} \cdot |\Delta L_{1,2}|$, а коэффициент жесткости при одинаковом материале, одинаковом профиле и поперечных размерах обратно пропорционален длине

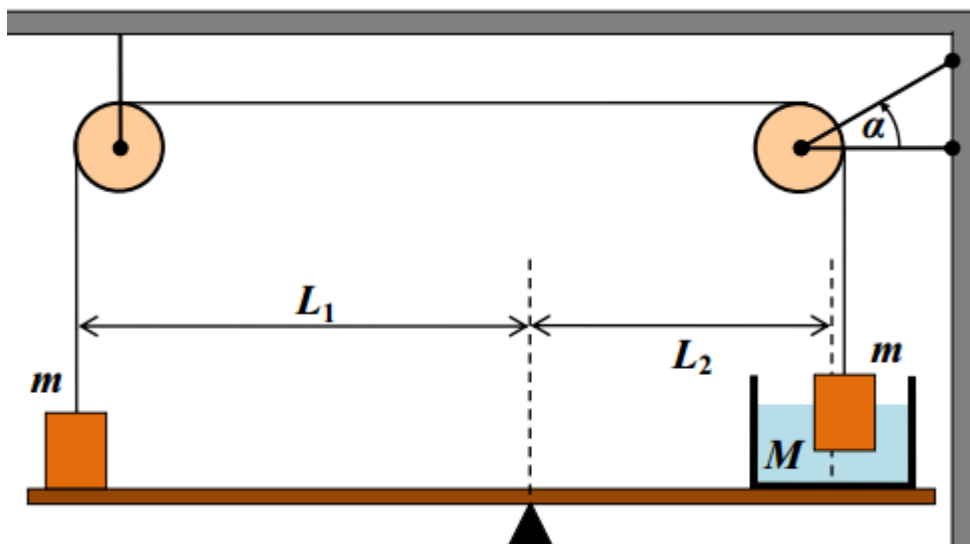
стержня, то есть $\frac{k_2}{k_1} = \frac{L_1}{L_2} = \cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Следовательно, $\frac{|\Delta L_1|}{|\Delta L_2|} = \frac{F_1}{F_2} \frac{k_2}{k_1} = \cos^2(30^\circ) = 0,75$.



ОТВЕТ: 0,75.

Задание 1.2

Два одинаковых пластиковых цилиндра массой по $m = 600$ г прикреплены к концам легкой нерастяжимой нити и подвешены к горизонтальному потолку и вертикальной стене с помощью двух идеальных неподвижных блоков и кронштейна (см. рисунок). Кронштейн изготовлен из двух легких жестких стержней, соединенных друг с другом и стенкой легкими шарнирами. Участки нити, не лежащие на блоках, горизонтальны либо вертикальны. Первый цилиндр стоит на одной из сторон легкого рычага, а второй – опущен в сосуд с водой, который помещен на другую сторону того же рычага. Массы сосуда с водой $M = 400$ г. Расстояния от точки опоры рычага до центров площадей опоры первого груза и сосуда с водой относятся как $L_1:L_2=3:2$. Система находится в равновесии, и при этом один из стержней шарнира горизонтален, а второй наклонен под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Найдите силу упругости горизонтального стержня кронштейна. Ответ запишите в Н, с точностью до десятых. Ускорение свободного падения $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.



Подсказка 1: Условие равновесия левого груза $N_1 = mg - T$, условие равновесия сосуда с водой и погруженным в нее грузом $N_2 = (M + m)g - 2T$ и условие равновесия рычага $L_1 N_1 = L_2 N_2$ позволяют найти силу натяжения нити T .

Подсказка 2: Условие равновесия правого блока в проекции на вертикальную ось позволяет найти силу упругости наклонного стержня кронштейна.

Подсказка 3: Для нахождения искомой силы нужно использовать условие равновесия правого блока в проекции на горизонтальную ось.

Решение:

Сила, действующая на левую сторону рычага со стороны груза, равна по величине силе, действующей на этот груз со стороны рычага, и ее можно найти из условия равновесия груза: $N_1 = mg - T$, где T – сила натяжения нити. Аналогично находим величину силы, действующей на правую сторону рычага со стороны дна сосуда (из условия равновесия сосуда с водой и погруженным в нее грузом): $N_2 = (M + m)g - 2T$. Условие равновесия

рычага $L_1 N_1 = L_2 N_2 \Rightarrow 3N_1 = 2N_2$ позволяет нам найти силу натяжения нити: $T = (2M - m)g$. Далее действуем аналогично тому, как анализировалось распределение нагрузки в таком же кронштейне из предыдущего задания. На правый неподвижный блок действуют две силы натяжения нити (направлены «влево» и «вниз») и силы упругости двух стержней кронштейна. Условие равновесия правого блока в проекции на вертикальную ось позволяет найти силу упругости наклонного стержня кронштейна:

$$F_2 \sin(\alpha) = T \Rightarrow F_2 = \frac{(2M - m)g}{\sin(\alpha)}.$$

Условие равновесия этого блока в проекции на горизонтальную ось дает для искомой силы уравнение $F_1 + T = F_2 \cos(\alpha)$, из которого получаем ответ: $F_1 = [\operatorname{ctg}(\alpha) - 1](2M - m)g \approx 1,5 \text{ Н}$.

ОТВЕТ: 1,5.

Задание 2.1

В холодильнике, в котором поддерживается температура $t = 6^\circ\text{C}$, долго находились две одинаковые бутылки с соком. В термос, достаточно большой для того, чтобы в нем помещалась бутылка с соком, налили горячей воды. После установления равновесия оказалось, что температура в термосе $t_0 = 42^\circ\text{C}$. Одну из бутылок вынули из холодильника и поставили в термос. К моменту установления равновесия температура в термосе понизилась до $t_1 = 36^\circ\text{C}$. Эту бутылку вынули из термоса и поместили в него вторую бутылку из холодильника. Какой станет температура t_2 в термосе после установления равновесия? Теплообменом содержимого термоса с окружающей средой и потерями воды при вынимании из термоса первой бутылки пренебречь. Ответ записать в градусах Цельсия, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: Уравнение теплового баланса для установления равновесия после помещения первой бутылки в термос: $C_T(t_0 - t_1) = C_B(t_1 - t)$, где C_T – теплоемкость колбы термоса с находящейся в ней водой, и C_B – теплоемкость бутылки с соком.

Подсказка 2: Уравнение теплового баланса для установления равновесия после помещения второй бутылки в термос: $C_T(t_1 - t_2) = C_B(t_2 - t)$.

Решение:

Пусть C_T – теплоемкость колбы термоса с находящейся в ней водой, и C_B – теплоемкость бутылки с соком. Тогда уравнения теплового баланса для двух процессов установления равновесия после помещения бутылок в термос имеют вид: $C_T(t_0 - t_1) = C_B(t_1 - t)$ и $C_T(t_1 - t_2) = C_B(t_2 - t)$. Разделив их почленно друг на друга, получаем уравнение для

определения искомой температуры: $\frac{t_1 - t_2}{t_0 - t_1} = \frac{t_2 - t}{t_1 - t}$, откуда $t_2 = \frac{t_1^2 + t_0 t - 2 t_1 t}{t_0 - t} = 31^\circ\text{C}$.

ОТВЕТ: 31.

Задание 2.2

В термос налили кипятка из кастрюли, а затем стали насыпать туда ложками мокрый снег с улицы (мокрый снег – смесь воды и ледяных кристаллов, находящихся в равновесии). После засыпания 4 ложек и установления равновесия температура воды в термосе упала до $64,8^{\circ}\text{C}$. После засыпания еще 5 ложек равновесная температура стала равна уже $40,6^{\circ}\text{C}$. Какой станет эта температура после добавления еще 10 ложек мокрого снега? Опыт проходил при нормальном атмосферном давлении. Теплоемкостью колбы термоса пренебречь. Термос не переполняется, количество и состав снега во всех ложках одинаков. Ответ записать в градусах Цельсия, с точностью до десятых.

Подсказка 1: С самого начала ясно, что начальная температура кипятка $t_0 = 100^{\circ}\text{C}$, а температура мокрого снега равна 0°C .

Подсказка 2: Уравнение теплового баланса для определения температуры t_k после засыпания k ложек: $cM(t_0 - t_k) = ckmt_k + \lambda nkm$, где M – начальная масса кипятка в термосе, m – масса одной порции мокрого снега в ложке, n – доля льда в этой массе, c – удельная теплоемкость жидкой воды, λ – удельная теплота плавления льда.

Подсказка 3: Полученную из этого уравнения t_k можно выразить через t_0 и два неизвестных параметра, например $x \equiv \frac{M}{m}$ и $y \equiv n \frac{\lambda}{ct_0}$.

Решение:

С самого начала ясно, что начальная температура кипятка $t_0 = 100^{\circ}\text{C}$, а температура мокрого снега равна 0°C . Введем обозначения: M – начальная масса кипятка в термосе, m – масса одной порции мокрого снега в ложке, n – доля льда в этой массе, c – удельная теплоемкость жидкой воды, λ – удельная теплота плавления льда. Запишем уравнение теплового баланса для определения температуры t_k после засыпания k ложек: $cM(t_0 - t_k) = ckmt_k + \lambda nkm$.

Выразим из этого соотношения $t_k = t_0 \frac{x - yk}{x + k}$, где введены обозначения $x \equiv \frac{M}{m}$ и $y \equiv n \frac{\lambda}{ct_0}$.

Так как нам нужно по двум точкам этой зависимости найти значение в третьей, удобно ее линеаризовать. Например, величина $\frac{t_0}{t_0 - t_k} = \frac{x}{1 + y} \frac{1}{k} + \frac{1}{1 + y} \equiv a \frac{1}{k} + b$ является линейной

функцией от $\frac{1}{k}$. Для двух точек ($k = 4$ и $k = 9$) значение этой величины нам известно, и мы можем найти коэффициенты зависимости:

$$\begin{cases} \frac{a}{4} + b = \frac{125}{44} \\ \frac{a}{9} + b = \frac{500}{297} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{25}{3} \\ b = \frac{25}{33} \end{cases}.$$

Следовательно, наша зависимость имеет вид $\frac{t_0}{t_0 - t_k} = \frac{25(11 + k)}{33k}$, и для $k = 19$ находим, что

$$\frac{t_0}{t_0 - t_{19}} = \frac{250}{209} \Rightarrow t_{19} = \frac{41}{250} t_0 = 16,4^{\circ}\text{C}.$$

ОТВЕТ: 16,4.

Задание 3.1

ВАХ светодиода описывается выражением $I(U) = I_0 \left(\frac{U}{U_0} \right)^3$, где $I_0 = 12 \text{ А}$, а $U_0 = 3 \text{ В}$. Его подключили к источнику постоянного напряжения с ЭДС $\mathcal{E} \equiv U_0 = 3 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 1 \text{ Ом}$. Найдите мощность, потребляемую светодиодом. Ответ запишите в Вт, с точностью до сотых.

Подсказка 1: Напряжение на источнике $U_0 - Ir$ равно напряжению на светодиоде.

Подсказка 2: Уравнение $x^3 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{4} = 0$ кубическое, но, «прикинув» поведение функции $x^3 + \frac{1}{4}x$, можно заметить, что оно имеет единственный корень $x = \frac{1}{2}$.

Решение:

Пусть сила тока в этой схеме равна I . Напряжение на источнике равно напряжению на светодиоде: $U_0 - Ir = U = U_0 \left(\frac{I}{I_0} \right)^{1/3}$. Это соотношение является уравнением относительно

переменной $x \equiv \left(\frac{I}{I_0} \right)^{1/3}$. Учтем, что $\frac{U_0}{I_0 r} = \frac{1}{4}$, и запишем это уравнение в виде

$x^3 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{4} = 0$. Уравнение кубическое, но, «прикинув» поведение функции $x^3 + \frac{1}{4}x$, можно

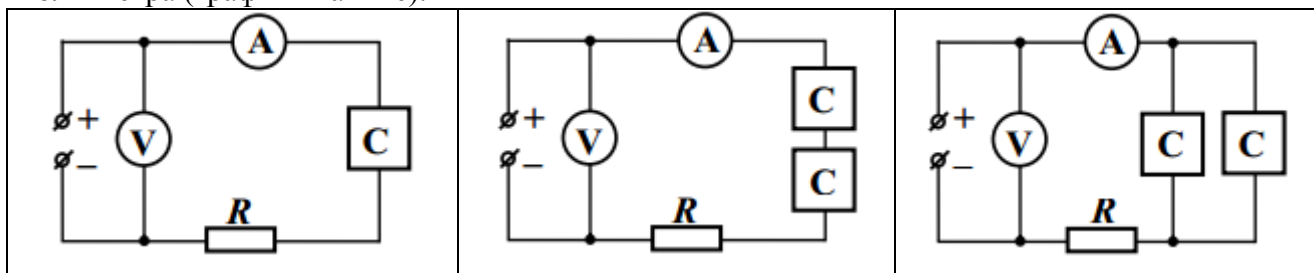
заметить, что оно имеет единственный корень $x = \frac{1}{2}$. Значит, сила тока через светодиод

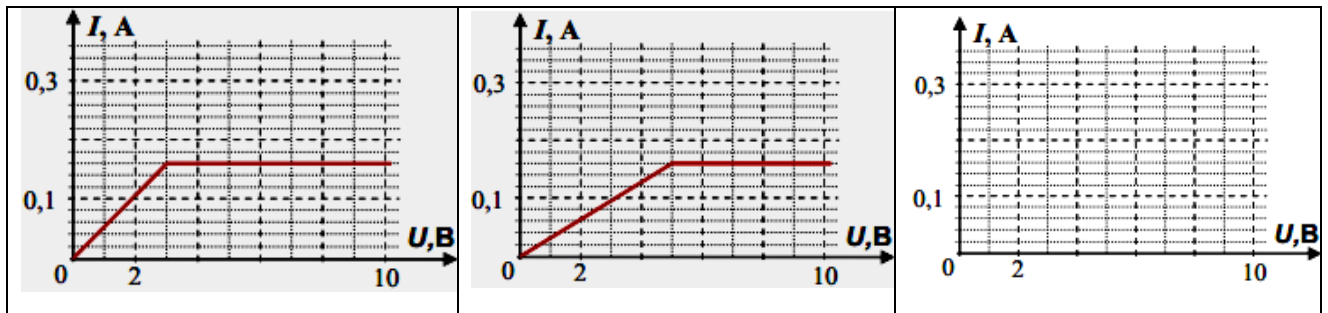
$I = \frac{1}{8} I_0 = 1,5 \text{ А}$, а напряжение на нем $U = \frac{1}{2} U_0 = 1,5 \text{ В}$. В результате потребляемая мощность $P = IU = 2,25 \text{ Вт}$.

ОТВЕТ: 2,25.

Задание 3.2

Стабилизатор тока – нелинейный элемент электрических цепей, то есть он не всегда подчиняется закону Ома. Пусть у нас есть два одинаковых стабилизатора, у которых существует «пороговое» напряжение: если на стабилизатор подается напряжение меньше порогового, то сила текущего через него тока растет прямо пропорционально этому напряжению. При любых напряжениях, которые больше или равны пороговому, сила тока через стабилизатор остается неизменной. Для двух схем, в состав которых были включены эти стабилизаторы (левый и центральный столбцы таблицы ниже, стабилизаторы обозначены квадратом с буквой «С»), была получена зависимость показаний амперметра от показаний вольтметра (графики там же).





Считая амперметр и вольтметр идеальными, постройте график для аналогичной зависимости для третьей схемы (в правом столбце) и определите силу тока через амперметр в третьей схеме, если вольтметр показывает напряжение 2 В. Ответ запишите в амперах, с точностью до сотых.

Подсказка 1: В случае с первой схемой ясно, что одинаковая сила тока для разных значений напряжения отвечает ситуации, когда напряжение на стабилизаторе больше или равно «пороговому» значению U_0 , а сила тока как раз равна упомянутой в условии неизменной величине, то есть $I_0 = 0,16\text{ A}$.

Подсказка 2: Точка излома на графике соответствует напряжению на стабилизаторе, равному U_0 , то есть фиксируемое вольтметром напряжение $U_1 = U_0 + I_0 R = 3\text{ В}$.

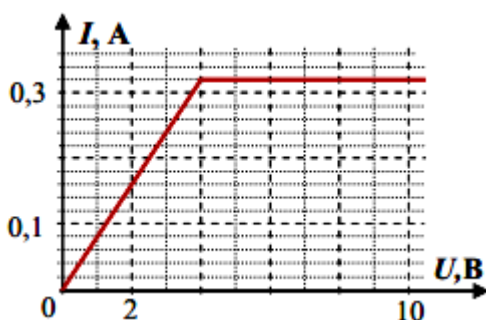
Подсказка 3: Для второй схемы «неизменный» ток, текущий через два последовательно соединенных стабилизатора, очевидно, остается прежним (это видно и на графике), а точка излома отвечает $U_2 = 2U_0 + I_0 R = 5\text{ В}$.

Решение:

В случае с первой схемой ясно, что одинаковая сила тока для разных значений напряжения отвечает ситуации, когда напряжение на стабилизаторе больше или равно «пороговому» значению U_0 , а сила тока как раз равна упомянутой в условии неизменной величине, то есть $I_0 = 0,16\text{ A}$. Точка излома на графике соответствует напряжению на стабилизаторе, равному U_0 , то есть фиксируемое вольтметром напряжение $U_1 = U_0 + I_0 R = 3\text{ В}$.

Для второй схемы «неизменный» ток, текущий через два последовательно соединенных стабилизатора, очевидно, остается прежним (это видно и на графике), а точка излома отвечает $U_2 = 2U_0 + I_0 R = 5\text{ В}$. Значит, $U_0 = 2\text{ В}$, а $I_0 R = 1\text{ В}$.

Для третьей схемы график будет иметь аналогичный «пороговый» вид, но сила тока в «режиме стабилизации», когда напряжение на пара параллельно соединенных стабилизаторов больше или равно $U_0 = 2\text{ В}$, будет, конечно, равна $2I_0 = 0,32\text{ A}$. Точка излома на этом графике должна соответствовать напряжению $U_3 = U_0 + 2I_0 R = 4\text{ В}$, поэтому график имеет вид, показанный на рисунке. Пользуясь им, находим, что при $U = 2\text{ В}$ сила тока $I = 0,16\text{ A}$.



ОТВЕТ: 0,16.

Задание 4.1

Робот оснащен датчиком освещенности, который измеряет световую энергию, попадающую в маленькое «входное окно» датчика. Сила тока фотодатчика прямо пропорциональна мощности поступающего в «окно» излучения. Пусть источником света является светящаяся цилиндрическая колонна, испускающая свет равномерно во все стороны по горизонтали на любой высоте. Когда робот находится у самой колонны, сила тока фотодатчика равна 6 мА (миллиампера). Когда робот отъехал на расстояние 2 м от колонны, сила тока стала равна 3 мА. Какой будет сила тока датчика, когда робот будет находиться на расстоянии 4 м от колонны? Ответ запишите в мА, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: По мере удаления от колонны площадь цилиндрической поверхности, по которой распределена энергия излучения растет пропорционально расстоянию от оси колонны.

Подсказка 2: Убывание сигнала датчика в два раза при удалении на 2 м от колонны означает, что первоначальное расстояние от оси составляло как раз 2 м.

Решение:

По мере удаления от колонны площадь цилиндрической поверхности, по которой распределена энергия излучения растет пропорционально расстоянию от оси колонны. Поэтому мощность излучения лампочки, регистрируемая на расстоянии r от нее, убывает обратно пропорционально r . Убывание сигнала датчика в два раза при удалении на 2 м от колонны означает, что первоначальное расстояние от оси составляло как раз 2 м, так что при удалении еще на 2 метра робот окажется на расстоянии 6 м от оси колонны, и сигнал фотодатчика будет равен $6\text{мА}:3=2\text{мА}$.

ОТВЕТ: 2.

Задание 4.2

Световое излучение – это разновидность *электромагнитных волн*, причем разные цвета отличаются друг от друга *длиной волны λ* (это расстояние между двумя «гребнями» волны). В таблице ниже приведена связь между длиной волны в нанометрах ($1\text{ нм} = 10^{-9}\text{ м}$) и видимым цветом:

красный	оранжевый	желтый	зеленый	голубой	синий	фиолетовый
625–740 нм	590-625 нм	565-590 нм	500-565 нм	485-500 нм	440-485 нм	380-440 нм

«Белый цвет» - это равномерная смесь всех этих цветов, то есть в «белом» световом пучке во всем диапазоне длин волн от 380 нм до 740 нм на одинаковые интервалы ее значений $\Delta\lambda$ приходятся одинаковые доли от общей *интенсивности* пучка I (так называют энергию светового излучения, проходящую за единицу времени через единицу площади поперечного сечения пучка). Пусть белый свет падает на поверхность зеркала, которую мы разглядываем через «синий» светофильтр (то есть этот светофильтр пропускает «синие» световые лучи с

эффективностью, описываемой коэффициентом прохождения $T(\lambda) = \frac{320\text{нм}}{\lambda}$, а все остальные полностью поглощает или отражает). Известно, что коэффициент отражения зеркала (показывающий, какую долю падающей энергии отражает зеркало для данной длины волны) $R(\lambda) = \frac{\lambda}{800\text{нм}}$. Определите, какую часть от интенсивности падающего на зеркало

света составляет интенсивность света, прошедшего светофильтр. Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: На каждый «малый» интервал длин волн $\Delta\lambda$ приходится часть общей интенсивности падающего пучка $\Delta I = \frac{\Delta\lambda}{360\text{нм}} I_0$ (здесь 360 нм – ширина диапазона «видимого» света 740 нм – 380 нм).

Подсказка 2: После отражения от зеркала эта часть еще уменьшается и становится равной $\Delta I' = R(\lambda) \cdot \Delta I = \frac{\lambda}{800\text{нм}} \frac{\Delta\lambda}{360\text{нм}} I_0$.

Подсказка 3: Интенсивность после прохождения светофильтра еще уменьшается: $\Delta I'' = T(\lambda) \Delta I' = \frac{320\text{нм}}{\lambda} \frac{\lambda}{800\text{нм}} \frac{\Delta\lambda}{360\text{нм}} I_0 = \frac{\Delta\lambda}{900\text{нм}} I_0$, причем это выражение теперь относится только к «синим» лучам.

Решение:

Пусть интенсивность падающего «белого» света равна I_0 . Тогда на каждый «малый» интервал длин волн $\Delta\lambda$ приходится часть общей интенсивности $\Delta I = \frac{\Delta\lambda}{360\text{нм}} I_0$ (здесь 360 нм – ширина диапазона «видимого» света 740 нм – 380 нм). После отражения от зеркала эта часть еще уменьшается и становится равной $\Delta I' = R(\lambda) \cdot \Delta I = \frac{\lambda}{800\text{нм}} \frac{\Delta\lambda}{360\text{нм}} I_0$.

Интенсивность после прохождения светофильтра еще уменьшается: $\Delta I'' = T(\lambda) \Delta I' = \frac{320\text{нм}}{\lambda} \frac{\lambda}{800\text{нм}} \frac{\Delta\lambda}{360\text{нм}} I_0 = \frac{\Delta\lambda}{900\text{нм}} I_0$, причем это выражение теперь относится только к «синим» лучам в диапазоне от 440 нм до 485 нм (шириной 45 нм), так как остальные лучи через светофильтр совсем не проходят. Значит, общая интенсивность пучка на выходе из светофильтра $I'' = \frac{45\text{нм}}{900\text{нм}} I_0 = \frac{1}{20} I_0$. Итак, его интенсивность составляет 5% от первоначальной.

ОТВЕТ: 5.