

# ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ

2021/22 учебный год

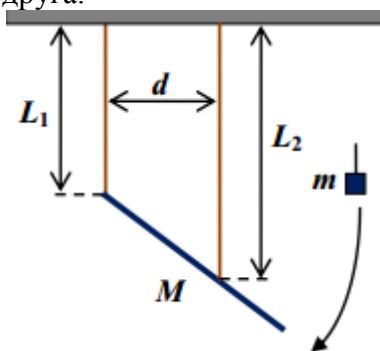
## МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП 2021-2022 года, теоретический тур.

Ответы, решения и критерии оценивания (10 и 11 классы)

### Вариант 4

1. Недеформируемый тонкий прямой стержень массой  $M = 1,5$  кг подвешен к недеформируемому горизонтальному потолку на двух отрезках легкой практически нерастяжимой нити (см. рисунок). Длина стержня  $L = 80$  см, длины нитей  $L_1 = 60$  см и  $L_2 = 90$  см. В состоянии равновесия обе нити вертикальны и находятся на расстоянии  $d = 40$  см друг от друга.



1.1. Найдите отношение величин малых деформаций нитей  $\Delta L_2 : \Delta L_1$ . Ответ запишите с точностью до целого значения.

К нижнему концу стержню на еще одном небольшом отрезке той же нити подвесили маленький груз.

1.2. Во сколько раз увеличилась величина деформации нити 2 при массе груза  $m = 300$  г (по сравнению с ее деформацией в отсутствие груза)? Ответ запишите с точностью до десятых.

1.3. Во сколько раз увеличится величина деформации нити 2, если взять более тяжелый груз, с массой  $m' = 600$  г (по сравнению с ее деформацией в отсутствие груза)? Ответ запишите с точностью до сотых.

**Возможное решение:** В первую очередь изучим геометрию системы: можно отметить, что угол наклона стержня к горизонтали при обеих натянутых нитях определяется

соотношением  $\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{L_2 - L_1}{d} = \frac{3}{4}$ . Далее удобно записать правило

моментов относительно верхнего конца стержня (точки подвеса верхней нити):  $T_2 \cdot d - Mg \cdot l = 0 \Rightarrow T_2 = \frac{l}{d} Mg$ . С учетом того, что плечо силы

тяжести  $l = \frac{L}{2} \cos(\alpha) = \frac{2}{5} L = 32$  см, получаем  $T_2 = \frac{4}{5} Mg$ . Условие

равновесия сил  $T_1 + T_2 = Mg$  позволяет найти и другую силу натяжения:

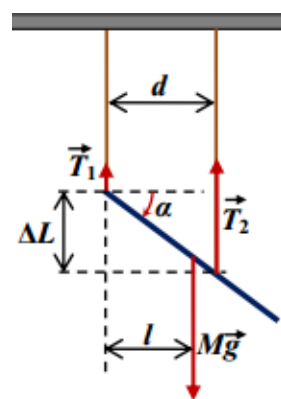
$T_1 = \frac{1}{5} Mg$ . Следовательно,  $\frac{T_2}{T_1} = 4$ . Каждая из сил натяжения пропорциональна удлинению нити,

а коэффициент жесткости обратно пропорционален длине нити (см. вопрос). Значит,

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{k_2 \Delta L_2}{k_1 \Delta L_1} = \frac{L_1 \Delta L_2}{L_2 \Delta L_1} \Rightarrow \frac{\Delta L_2}{\Delta L_1} = \frac{L_2}{L_1} \frac{T_2}{T_1} = 6.$$

При подвешивании груза к силам, действующим на стержень, добавляется приложенная к его нижнему концу сила, равная силе тяжести этого груза. Так что теперь правило моментов

приведет к новому результату:  $T_2 \cdot d - Mg \cdot l - mg \cdot 2l = 0 \Rightarrow T_2 = \frac{l}{d} (M + 2m)g = \frac{4}{5} (M + 2m)g$ .



Важно понимать, что нам необходимо проверить, действительно ли после подвешивания груза обе нити остались натянутыми – ведь мы использовали такое предположение в решении. Для этого нужно найти и  $T_1$ : как видно, эта сила остается положительной

$$T_1 = (M + m)g - \frac{4}{5}(M + 2m)g = \frac{1}{5}(M - 3m)g > 0, \text{ то есть первая нить остается натянутой.}$$

Следовательно, сила натяжения нити 2 увеличилась из-за подвешивания груза в  $\frac{M + 2m}{M} = 1,4$  раза. Ясно, что во столько же раз увеличилась и ее деформация.

В случае более тяжелого груза, повторив такие же вычисления, мы бы обнаружили, что  $T_1 = \frac{1}{5}(M - 3m')g < 0$ ! Это означает, что на самом деле первая нить провисает, и предыдущее решение (в котором мы предполагали, что обе нити натянуты) становится неверным. Надо произвести расчет заново, понимая, что теперь стержень с грузом висят только на одной второй нити (первая висит свободно). Поэтому теперь  $T_2 = (M + m')g$ , и сила натяжения нити 2 (и вместе с ней деформация этой нити) по сравнению со случаем, когда груза не было, возросла в  $\frac{5}{4} \frac{M + m'}{M} = 1,75$  раза.

**ОТВЕТЫ:** 1.1. 6. 1.2. 1,4. 1.3. 1,75.

2. Постоянное количество одноатомного идеального газа нагревают несколько раз. Каждый раз нагревание состоит из двух последовательных процессов – изохоры и изобары. Каждый раз отношение конечного давления к начальному – это одно и то же число, а отношение конечной абсолютной температуры к начальной  $n \equiv \frac{T_k}{T_n}$  принимает различные значения. Известно, что при

$n_1 = 1,6$  газу в процессе нагревания было передано количество теплоты  $Q_1 \approx 5,2$  кДж, а при  $n_2 = 1,8$  – количество теплоты  $Q_2 \approx 7,8$  кДж.

2.1. Какое количество теплоты  $Q_3$  получил газ в процессе нагревания, в котором  $n_3 = 2,2$ ?

Ответ дайте в кДж, с точностью до целого значения.

2.2. Пусть теперь Вам стало известно, что в процессе участвовало два моля газа. Найдите его начальную абсолютную температуру. Универсальную газовую постоянную считайте равной  $R \approx 8,31$  Дж/(моль·К). Ответ запишите в К, с точностью до целого значения.

**Возможное решение:** Пусть начальная температура газа равна  $T_0$ , а постоянное отношение конечного давления к начальному равно  $x$ . Ясно, что в изохорном процессе газ изменяет свою температуру в  $x$  раз, поэтому в изобарном – в  $\frac{n}{x}$  раз, то есть в изохорном процессе он нагревается от  $T_0$  до  $xT_0$ , а в изобарном изменяет температуру от  $xT_0$  до  $nT_0$ . С учетом известных молярных теплоемкостей одноатомного идеального газа вычисляем переданное газу количество теплоты:  $Q = \frac{3}{2}\nu RT_0(x-1) + \frac{5}{2}\nu RT_0(n-x) = \frac{1}{2}\nu RT_0[5n-2x-3] \equiv a \cdot n - b$ . то есть оно является линейной функцией  $n$ . Значит:

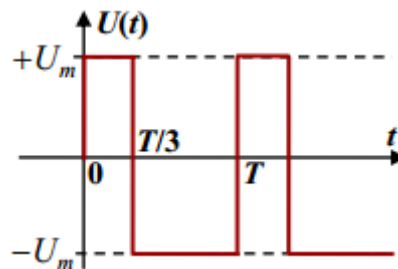
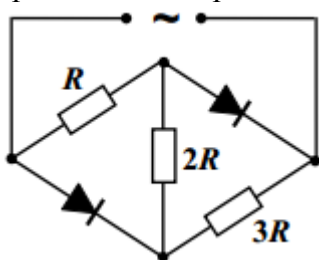
$$\begin{cases} Q_1 = a \cdot n_1 - b \\ Q_2 = a \cdot n_2 - b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{Q_2 - Q_1}{n_2 - n_1} \approx 13,0 \text{ кДж} \\ b = \frac{n_1 Q_2 - n_2 Q_1}{n_2 - n_1} \approx 15,6 \text{ кДж} \end{cases}.$$

Для третьего значения находим, что  $Q_3 = a \cdot n_3 - b \approx 13,0$  кДж.

Кроме того, как видно из выражения для  $a = \frac{5}{2}\nu RT_0$ ,  $T_0 = \frac{2}{5} \frac{a}{\nu R} \approx 313$  К.

**ОТВЕТЫ:** 2.1. 13. 2.2. 313.

3. «Мост» из двух идеальных диодов и трех резисторов, номиналы которых выражаются через величину  $R = 100 \text{ Ом}$ , собран по схеме, показанной на рисунке слева, и подключен к источнику переменного напряжения.



3.1. Для случая, когда источник подает синусоидальное напряжение с амплитудой  $U_m = 220 \text{ В}$ , рассчитайте действующее значение силы тока в резисторе  $2R$ . Ответ запишите в амперах, с точностью до сотых.

3.2. Рассчитайте действующее значение силы тока в резисторе  $2R$  для случая, когда периодическое напряжение источника зависит от времени так, как показано на графике справа, с тем же значением  $U_m$ . Ответ запишите в амперах, с точностью до сотых.

В ту половину периода изменения синусоидального напряжения, когда потенциал «левой» клеммы выше потенциала «правой», оба диода открыты, и в результате все три резистора оказываются соединены параллельно. Тогда через резистор  $2R$  течет синусоидальный ток с

амплитудой  $\frac{U_m}{2R}$ , поэтому в нем выделяется количество теплоты  $Q_I = \frac{1}{2} \left( \frac{U_m}{2R} \right)^2 2R \frac{T}{2} = \frac{1}{8} \frac{U_m^2 T}{R}$

(здесь множитель  $\frac{1}{2}$  появляется из-за усреднения квадрата гармонической функции). В другую половину периода оба диода заперты, и резисторы соединены последовательно. Теперь амплитуда силы тока через наш резистор  $\frac{U_m}{6R}$ , и в нем выделяется количество теплоты

$Q_{II} = \frac{1}{2} \left( \frac{U_m}{6R} \right)^2 2R \frac{T}{2} = \frac{1}{72} \frac{U_m^2 T}{R}$ . Полное количество теплоты, выделившееся за период в резисторе

$2R$  равно  $Q = Q_I + Q_{II} = \frac{5}{36} \frac{U_m^2 T}{R}$ , и по определению действующего значения силы тока

$I_a^2 2RT = \frac{5}{36} \frac{U_m^2 T}{R}$ , то есть  $I_a = \frac{\sqrt{5}}{6\sqrt{2}} \frac{U_m}{R} \approx 0,58 \text{ А}$ .

Теперь рассмотрим «прямоугольное» напряжение. В первую треть периода изменения напряжения, через резистор  $2R$  течет ток с силой  $\frac{U_m}{2R}$ , поэтому в нем выделяется количество

теплоты  $Q_I = \left( \frac{U_m}{2R} \right)^2 2R \frac{T}{3} = \frac{1}{6} \frac{U_m^2 T}{R}$ . В другую часть периода через наш резистор течет ток с

силой  $\frac{U_m}{6R}$ , и в нем выделяется количество теплоты  $Q_{II} = \left( \frac{U_m}{6R} \right)^2 2R \frac{2T}{3} = \frac{1}{27} \frac{U_m^2 T}{R}$ . Полное

количество теплоты, выделившееся за период в резисторе  $2R$  равно  $Q = Q_I + Q_{II} = \frac{11}{54} \frac{U_m^2 T}{R}$ , и по

определению действующего значения силы тока  $I_a^2 2RT = \frac{11}{54} \frac{U_m^2 T}{R}$ , то есть  $I_a = \frac{\sqrt{11}}{6\sqrt{3}} \frac{U_m}{R} \approx 0,70$

А. У данного условия в принципе возможно другое понимание, если считать, что потенциал «левой» клеммы выше потенциала «правой» при отрицательном напряжении на графике (то есть «+» и «-» на схеме расставлены справа налево), и ток  $\frac{U_m}{2R}$  теперь течет через  $2R$  две трети

период, а ток  $\frac{U_m}{6R}$  – одну треть. Ясно, что сами вычисления проводятся так же, как и в рассмотренном случае, но ответ другой – теперь  $I_a \approx 0,92\text{A}$ .

**ОТВЕТЫ:** 3.1. 0,58. 3.2 0,70 или 0,92.

4. Двигатели звездолета, управляемые в автоматическом режиме, поддерживают его движение с постоянной скоростью  $v = 27000\text{ км/с}$  по прямой. Обзорные фотодатчики расположены так, что оси их входных отверстий ориентированы перпендикулярно курсу звездолета (размеры отверстий неизменны). Ток фотодатчика пропорционален мощности световой энергии, поступающей во входное отверстие датчика. При превышении тока  $13,6\text{ мА}$  показания датчика каждые  $10^3\text{ с}$  записываются в память компьютера, пока ток не упадет ниже  $1\text{ мА}$ . Звездолет пролетел мимо одиночной яркой звезды. В таблице показаны записанные значения тока фотодатчика, для которого эта звезда оказалась в плоскости движения оси его входного отверстия (время отсчитывается от момента первой записи, ошибки измерения времени не превышают  $0,1\text{ с}$ , а силы тока –  $0,01\text{ мА}$ ).

|                    |       |       |       |        |       |       |       |      |      |      |      |      |
|--------------------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|
| $t, 10^3\text{ с}$ | 0     | 1     | 2     | 3      | 4     | 5     | 6     | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   |
| $I, \text{ мА}$    | 13,78 | 31,42 | 75,70 | 121,97 | 78,15 | 32,55 | 14,20 | 7,03 | 3,89 | 2,36 | 1,54 | 1,04 |

4.1. Определите на основании этих данных минимальное расстояние от траектории корабля до центра этой звезды. Излучение звезды считать сферически-симметричным (то есть считать, что мощность светового излучения, приходящаяся на единицу площади концентрически окружающей ее сферы, не зависит от направления), поглощением и рассеянием света в космическом пространстве в окрестности звезды пренебречь. Ответ запишите в миллионах км, с точностью до целого значения.

4.2. Оцените максимальную возможную ошибку в определении этого расстояния. Ответ запишите в процентах, с точностью до первого ненулевого разряда.

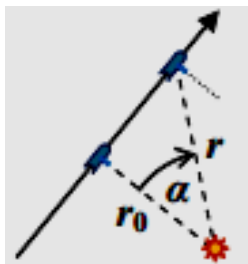
**Возможное решение:** Начнем с того, что разберемся, как показания фотодатчика должны зависеть от времени. Ясно, что максимальная мощность световой энергии ( $P_0$ ) поступает в окно датчика, когда корабль проходит ближайшую к звезде точку своей траектории – в этот момент расстояние между звездой и кораблем минимально и окно датчика «смотрит» точно на звезду (так как датчик ориентирован перпендикулярно курсу корабля и именно перпендикуляр – кратчайший отрезок от прямой до точки). Так как излучение звезды сферически симметрично, а площадь сферы растет пропорционально квадрату ее радиуса, то мощность ее излучения на

расстоянии  $r$  от звезды  $P(r) = \frac{P_0 r_0^2}{r^2}$ , где  $r_0$  – кратчайшее расстояние от звезды до траектории

корабля (см. рисунок). Однако нужно еще учесть, что при смещении корабля от точки наибольшего сближения окно фотодатчика «смотрит» не на звезду. Можно догадаться, что при повороте окна датчика на угол  $\alpha$  от направления на звезду площадь, с которой в окно попадают

лучи, уменьшается по закону  $S = S_0 \cos(\alpha)$ . С другой стороны,  $\cos(\alpha) = \frac{r_0}{r}$ . Поэтому ток

фотодатчика должен зависеть от расстояния от корабля до звезды по закону  $I(r) = \frac{I_0 r_0^3}{r^3}$ .



Зависимость расстояния от времени, в соответствии с теоремой Пифагора и законом равномерного движения  $r(t) = \sqrt{r_0^2 + V^2(t-t_0)^2}$ , где  $t_0$  соответствует моменту прохождения

точки наибольшего сближения. Итак,  $I(t) = I_0 \left[ \frac{r_0^2}{r_0^2 + V^2(t-t_0)^2} \right]^{3/2}$ . Его можно переписать в виде

$$\frac{V^2}{r_0^2} = \left[ \left( \frac{I_0}{I(t)} \right)^{2/3} - 1 \right] \frac{1}{(t-t_0)^2}.$$

Далее можно действовать двумя путями. Можно по таблице заметить, что точка наибольшего сближения находится вблизи момента  $3 \cdot 10^3$  с, и посчитать

$$X \equiv \left[ \left( \frac{I_0}{I(t)} \right)^{2/3} - 1 \right] \frac{1}{(t-t_0)^2}$$

для всех точек, считая в ней  $I_0 \approx 121,97$  мА и  $t_0 \approx 3 \cdot 10^3$  с. В нашей модели эта величина должна быть постоянна, и для ее действительного значения можно взять среднее значение, а разброс ее значений относительно среднего укажет нам погрешность используемой модели.

|                             |        |        |        |   |        |        |        |        |        |        |
|-----------------------------|--------|--------|--------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $t, 10^3$ с                 | 0      | 1      | 2      | 3 | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      |
| $X, 10^{-6} \text{ с}^{-2}$ | 0,3643 | 0,3675 | 0,3744 | - | 0,3455 | 0,3531 | 0,3549 | 0,3564 | 0,3577 | 0,3576 |

|        |        |
|--------|--------|
| 10     | 11     |
| 0,3560 | 0,3587 |

(в точке  $3 \cdot 10^3$  с эта величина не вычисляется – получается 0/0). Среднее значение 0,3587, максимальное отклонение от среднего 0,0157, то есть около 4% (всего в одной точке), хотя в большей части точек отклонение не превышает 1%. Точность данных лучше 1%, так что можно считать, что ошибка определения величины  $X$  около 1-2 %. Тогда ясно, что  $r_0 = \frac{V}{\sqrt{X}} \approx (45,1 \pm 0,9)$

млн. км.

Можно пойти более сложным путем и улучшить результат, изменяя величины  $I_0$  и  $t_0$ , чтобы добиться наименьшего разброса  $X$  от среднего. Например, можно заметить, что реально  $I_0$  чуть больше данного значения, и попробовать  $I_0 \approx 122$  мА, и при этом значении определить  $t_0$  до двум «симметричным» точкам. Для точек вблизи (значение  $3 \cdot 10^3$  с лучше не брать, так как там из-за малости отклонения относительная ошибка будет большой, а у других точек выше

$$\text{относительная ошибка данных из-за малых } I) \text{ получаем: } \frac{t_0 - 2 \cdot 10^3 \text{ с}}{4 \cdot 10^3 \text{ с} - t_0} = \sqrt{\frac{(I_0/I_2)^{2/3} - 1}{(I_0/I_4)^{2/3} - 1}} \approx 1,04,$$

откуда  $t_0 \approx 3,02 \cdot 10^3$  с. При этом значении по любой из точек вычисляем  $I_0$  и обнаруживаем, что  $I_0 \approx 122,0$  мА с таким  $t_0$  дает существенно меньшие колебания  $X$ , чем раньше. В этом случае  $X \approx 0,3600 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-2}$  с характерной погрешностью порядка 0,1%! Тогда мы получим

$$r_0 = \frac{V}{\sqrt{X}} \approx (45,00 \pm 0,05) \text{ млн. км.}$$

Для участника отборочного этапа хватало и более простого подхода, но второй путь – демонстрация возможностей последовательного анализа. Есть и другие

$$\text{пути – например, линеаризация формулы } \left[ \left( \frac{I_0}{I(t)} \right)^{2/3} - 1 \right] = \frac{V^2}{r_0^2} (t-t_0)^2 \text{ и подбор } I_0 \text{ и } t_0 \text{ для}$$

обеспечения линейности графика, с извлечением из него коэффициента наклона, но этот путь во многом будет аналогичен нашему «сложному».

**ОТВЕТЫ:** 4.1. 45. 4.2. 0,1.

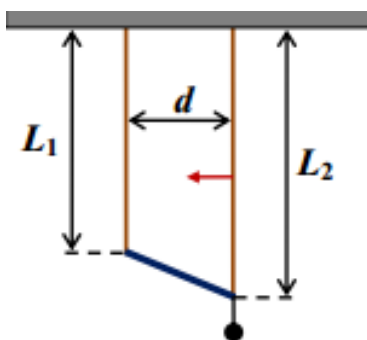
#### КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ варианта 4:

| вопрос | ответ участника | балл |
|--------|-----------------|------|
| 1.1    | 6               | 4    |
|        | 4               | 2    |

|                            |                                 |           |
|----------------------------|---------------------------------|-----------|
| 1.2                        | <b>1,4</b>                      | <b>6</b>  |
|                            | 1,3 или 1,5                     | <b>3</b>  |
| 1.3                        | <b>1,75</b>                     | <b>6</b>  |
|                            | 1,80                            | <b>3</b>  |
| 2.1                        | <b>13</b>                       | <b>6</b>  |
|                            | 12 или 14                       | <b>3</b>  |
| 2.2                        | <b>313</b>                      | <b>4</b>  |
|                            | 312 или 314                     | <b>2</b>  |
| 3.1                        | <b>0,58</b>                     | <b>8</b>  |
|                            | 0,57 или 0,59                   | <b>4</b>  |
| 3.2                        | <b>0,70</b>                     | <b>6</b>  |
|                            | <b>0,92</b>                     | <b>6</b>  |
|                            | 0,69 или 0,71 или 0,91 или 0,93 | <b>3</b>  |
| 4.1                        | <b>45</b>                       | <b>8</b>  |
|                            | 44 или 46                       | <b>4</b>  |
| 4.2                        | от 0,05 до 2                    | <b>2</b>  |
| <b>Максимальная оценка</b> |                                 | <b>50</b> |

### Вариант 8

1. Недеформируемый тонкий прямой массивный стержень подвешен к недеформируемому горизонтальному потолку на двух отрезках легкой практически нерастяжимой нити. Длина стержня  $L = 65$  см, длины нитей  $L_1 = 125$  см и  $L_2 = 150$  см. К нижнему концу стержня на еще одном небольшом отрезке легкой нити подвешен маленький тяжелый груз. В первый раз нити прикрепили к потолку и стержню так, что в состоянии равновесия обе нити были вертикальными и находились на расстоянии  $d = 60$  см друг от друга (то есть они обе были прикреплены к концам стержня, как показано на рисунке). При этом более длинная нить 2 оказалась растянута на  $\Delta L_2 = 3$  мм. Известно, что если стержень с грузом подвесить на одной нити 2, то в состоянии равновесия эта нить растягивается на  $\Delta L_0 = 4$  мм.



1.1. Найдите величину деформации более короткой нити  $\Delta L_1$ . Ответ запишите в мм с точностью до десятых.

Затем, не трогая нить 1, нить 2 стали перекреплять таким образом, что в состоянии равновесия обе нити остаются вертикальными, но расстояние  $d$  уменьшается.

1.2. Каким стало удлинение нити 2 при  $d_1 = 50$  см? Ответ запишите в мм с точностью до десятых.

1.3. Каким стало удлинение нити 2 при  $d_2 = 35$  см? Ответ запишите в мм с точностью до десятых.

**Возможное решение:** При подвешивании стержня вместе с грузом на одной второй нити сила ее натяжения уравнивает суммарную силу тяжести:  $T_2^{(0)} = (M + m)g$ , где  $M$  и  $m$  – массы стержня и груза. Если обозначить коэффициент жесткости этой нити  $k_2$ , то  $\Delta L_0 = \frac{(M + m)g}{k_2}$ .

При подвешивании на двух нитях  $T_1 + T_2 = (M + m)g$ . При этом  $T_2 = k_2 \Delta L_2 = (M + m)g \frac{\Delta L_2}{\Delta L_0}$ , а

$T_1 = (M + m)g \left(1 - \frac{\Delta L_2}{\Delta L_0}\right)$ . Кроме того,  $T_1 = k_1 \Delta L_1 = k_2 \frac{L_2}{L_1} \Delta L_1 = \frac{L_2}{L_1} (M + m)g \frac{\Delta L_1}{\Delta L_0}$  (здесь учтено, что при одинаковом материале и одинаковой площади поперечного сечения коэффициент жесткости нити обратно пропорционален ее длине). Из этих соотношений  $\Delta L_1 = \frac{L_1}{L_2} (\Delta L_0 - \Delta L_2) \approx 0,8$  мм.

Далее предположим, что обе нити натянуты. Запишем правило моментов относительно верхнего конца стержня (точки подвеса верхней нити):  $T_2 \cdot d - Mg \cdot \frac{L}{2} \cos(\alpha) = mgL \cos(\alpha) = 0$  и учесть, что угол наклона стержня к горизонту при произвольном  $d$  может быть определен из уравнения  $\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{L_2 - L_1}{d} \equiv \frac{h}{d}$ . Далее для краткости всегда будем использовать обозначение

$h \equiv L_2 - L_1 = 25$  см и  $x \equiv \frac{d}{h}$ . При этом  $\cos(\alpha) = \frac{d}{\sqrt{h^2 + d^2}} = \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}$ , и с учетом правила моментов

$T_2 = \frac{L}{2h} \frac{(M + 2m)g}{\sqrt{1 + x^2}}$ . Значит, растяжение второй нити  $\Delta L_2 = \frac{T_2}{k_2} = \frac{L}{2h} \frac{M + 2m}{M + m} \frac{\Delta L_0}{\sqrt{1 + x^2}}$ . Заметим

что  $\frac{L}{2h} = \frac{13}{10}$ , а при  $d = 60$  см ( $x = 2,4$ ) это равенство дает

$\frac{\Delta L_2}{\Delta L_0} = \frac{3}{4} = \frac{13}{10} \frac{M + 2m}{M + m} \frac{1}{\sqrt{1 + 2,4^2}} = \frac{1}{2} \frac{M + 2m}{M + m}$ . Теперь мы знаем, что  $\frac{M + 2m}{M + m} = \frac{3}{2}$ , и приходим к

выводу, что связь  $\Delta L_2$  с  $x$  дается формулой  $\Delta L_2 = \frac{39}{5\sqrt{1 + x^2}}$  мм. Однако при использовании этой

формулы необходимо следить за выполнением предположения о том, что обе нити натянуты: нам нужно, чтобы  $T_1 > 0 \Rightarrow T_2 < (M + m)g$ , то есть чтобы  $\Delta L_2 < \Delta L_0 = 4$  мм.

Итак, при  $d_1 = 50$  см ( $x_1 = 2$ ) находим, что  $\Delta L_2 = \frac{39}{5\sqrt{5}}$  мм  $\approx 3,5$  мм. Предположение оправдалось.

При  $d_2 = 35$  см ( $x_2 = 1,4$ ) находим, что  $\Delta L_2 = \frac{39}{\sqrt{74}}$  мм  $\approx 4,5$  мм. Предположение не оправдалось,

то есть первая нить провисла, стержень и груз висят на одной второй нити, и ее растяжение равно  $\Delta L_0 = 4$  мм.

**ОТВЕТЫ:** 1.1. 0,8. 1.2. 3,5. 1.3. 4,0.

2. Постоянное количество одноатомного идеального газа нагревают несколько раз. Каждый раз нагревание состоит из двух последовательных процессов – изобары и изотермы. Каждый раз отношение конечного давления к начальному – это одно и то же число, а отношение конечной

абсолютной температуры к начальной  $n \equiv \frac{T_k}{T_n}$  принимает различные значения. Известно, что при

$n_1 = 1,2$  газу в процессе нагревания было передано количество теплоты  $Q_1 \approx 12,24$  кДж, а при  $n_2 = 1,5$  – количество теплоты  $Q_2 \approx 19,80$  кДж.

Указание: Работа  $\nu$  молей идеального газа в процессе с постоянной температурой  $T$  при расширении от объема  $V_n$  до  $V_k$  вычисляется по формуле  $A_T = \nu RT \cdot \ln\left(\frac{V_k}{V_n}\right)$ . Основание натурального логарифма  $e \approx 2,72$ .

2.1. Какое количество теплоты  $Q_3$  получил газ в процессе нагревания, в котором  $n_3 = 1,7$ ?

Ответ дайте в кДж, с точностью до сотых.

2.2. Найдите постоянное отношение начального давления к конечному. Ответ запишите с точностью до сотых.

**Возможное решение:** Пусть начальная температура газа равна  $T_0$ , а постоянное отношение начального давления к конечному равно  $x$ . Как ясно из условия, в изобарном процессе газ расширялся, увеличивая свою температуру. В этом процессе работа газа  $A = p \cdot \Delta V = \Delta(pV)$ , и, в соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона  $A = \Delta(\nu RT) = \nu R \cdot \Delta T$ . По I Началу термодинамики, подведенное тепло  $Q = A + \Delta U = A + \frac{3}{2} \nu R \cdot \Delta T = \frac{5}{2} \nu R \cdot \Delta T$ . Таким образом,  $Q_p = \frac{5}{2} \nu RT_0(n-1)$ . В изотермическом процессе газ продолжает расширяться при постоянной температуре  $nT_0$ . Газ продолжает получать тепло, и в этом случае подведенное тепло равняется работе газа в изотермическом процессе:  $Q_T = A_T = n \nu RT_0 \cdot \ln\left(\frac{V_k}{V_n}\right)$ . Поскольку на изотерме  $pV = \text{const}$ , то отношение конечного и начального объемов равно отношению начального и конечного давлений:  $\frac{V_k}{V_n} = x$ , и поэтому полное сообщенное газу тепло равно  $Q = \frac{5}{2} \nu RT_0(n-1) + \nu RT_0 \ln(x)n = \frac{5}{2} \nu RT_0 \left[ \left(1 + \frac{2}{5} \ln(x)\right) \cdot n - 1 \right] \equiv a \cdot n - b$ , то есть оно является линейной функцией  $n$ . Значит:

$$\begin{cases} Q_1 = a \cdot n_1 - b \\ Q_2 = a \cdot n_2 - b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{Q_2 - Q_1}{n_2 - n_1} \approx 25,2 \text{ кДж} \\ b = \frac{n_1 Q_2 - n_2 Q_1}{n_2 - n_1} \approx 18,0 \text{ кДж} \end{cases}$$

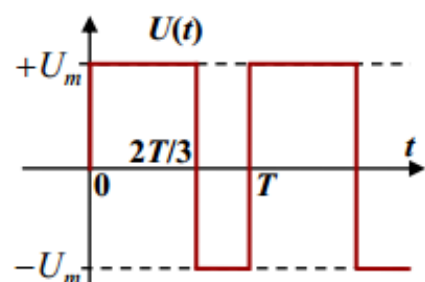
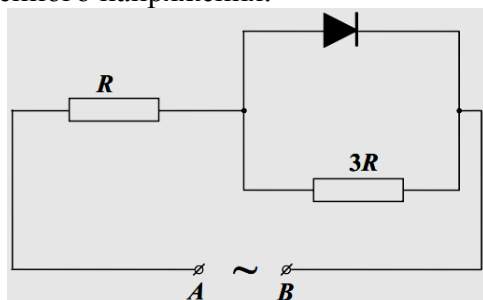
Для третьего значения находим, что  $Q_3 = a \cdot n_3 - b \approx 24,84 \text{ кДж}$ .

Как видно из выражений для  $a$  и  $b$ ,  $1 + \frac{2}{5} \ln(x) = \frac{a}{b} \approx 1,4 \Rightarrow \ln(x) \approx 1$ . Таким образом,

$$\frac{p_n}{p_k} = x \approx e \approx 2,72.$$

**ОТВЕТЫ:** 2.1. 24,84. 2.2. 2,72.

3. Схема из идеального диода и двух резисторов, номиналы которых выражаются через величину  $R = 50 \text{ Ом}$ , собрана по схеме, показанной на рисунке слева, и подключена к источнику переменного напряжения.





- 3.1. Для случая, когда источник подает синусоидальное напряжение с амплитудой  $U_m = 100$  В, рассчитайте действующее значение силы тока в резисторе  $R$ . Ответ запишите в амперах, с точностью до сотых.
- 3.2. Рассчитайте действующее значение силы тока в резисторе  $R$  для случая, когда периодическое напряжение источника (разность потенциалов точек А и В) зависит от времени так, как показано на графике справа, с тем же значением  $U_m$ . Ответ запишите в амперах, с точностью до сотых.

**Возможное решение:** В ту половину периода  $T$  синусоидального напряжения, когда потенциал А выше потенциала В, диода открыт, и резистор с сопротивлением  $3R$  замкнут. Поэтому амплитуда синусоидального тока через резистор  $R$  равна  $\frac{U_m}{R}$ . Выделившееся за эту половину

периода количество теплоты  $Q_I = \frac{1}{2} \left( \frac{U_m}{R} \right)^2 R \frac{T}{2} = \frac{1}{4} \frac{U_m^2 T}{R}$  (здесь множитель  $\frac{1}{2}$  появляется из-за усреднения квадрата гармонической функции). При запертом диоде через этот резистор течет ток (вторая «половинка синусоиды») с амплитудой  $\frac{U_m}{4R}$ , и в резисторе  $R$  выделяется количество

теплоты  $Q_{II} = \frac{1}{2} \left( \frac{U_m}{4R} \right)^2 R \frac{T}{2} = \frac{1}{64} \frac{U_m^2 T}{R}$ . Полное количество теплоты, выделившееся за период в

резисторе  $R$  равно  $Q = Q_I + Q_{II} = \frac{17}{64} \frac{U_m^2 T}{R}$ , и по определению действующего значения силы тока

$$I_a^2 R T = \frac{17}{64} \frac{U_m^2 T}{R}, \text{ то есть } I_a = \frac{\sqrt{17}}{8} \frac{U_m}{R} \approx 1,03 \text{ А.}$$

Для «прямоугольного» напряжения: сила тока через резистор равна  $\frac{U_m}{R}$  в течении двух третей

периода, для которых  $Q_I = \left( \frac{U_m}{R} \right)^2 R \frac{2T}{3} = \frac{2}{3} \frac{U_m^2 T}{R}$ . В оставшуюся треть периода сила тока равна

$\frac{U_m}{4R}$ , и поэтому  $Q_{II} = \left( \frac{U_m}{4R} \right)^2 R \frac{T}{3} = \frac{1}{48} \frac{U_m^2 T}{R}$ . Теперь  $Q = Q_I + Q_{II} = \frac{11}{16} \frac{U_m^2 T}{R}$ , и по определению

действующего значения силы тока  $I_a^2 R T = \frac{11}{16} \frac{U_m^2 T}{R}$ , то есть  $I_a = \frac{\sqrt{11}}{4} \frac{U_m}{R} \approx 1,66 \text{ А.}$

**ОТВЕТЫ:** 3.1. 1,03. 3.2 1,66.

4. Двигатели звездолета, управляемые в автоматическом режиме, поддерживают его движение с постоянной скоростью  $v = 25000$  км/с по прямой. Обзорные фотодатчики расположены так, что оси их входных отверстий ориентированы перпендикулярно курсу звездолета (размеры отверстий неизменны). Ток фотодатчика пропорционален мощности световой энергии, поступающей во входное отверстие датчика. При превышении тока 8 мА показания датчика каждые  $10^3$  с записываются в память компьютера, пока ток не упадет ниже 2 мА. Звездолет пролетел мимо одиночной яркой звезды. В таблице показаны записанные значения тока фотодатчика, для которого эта звезда оказалась в плоскости движения оси его входного отверстия (время отсчитывается от момента первой записи, ошибки измерения времени не превышают 0,1 с, а силы тока – 0,01 мА).

|                     |      |       |       |        |        |        |       |       |      |      |      |
|---------------------|------|-------|-------|--------|--------|--------|-------|-------|------|------|------|
| $t, 10^3 \text{ с}$ | 0    | 1     | 2     | 3      | 4      | 5      | 6     | 7     | 8    | 9    | 10   |
| $I, \text{ мА}$     | 8,89 | 18,68 | 46,69 | 133,34 | 244,99 | 130,65 | 45,75 | 18,38 | 8,78 | 4,76 | 2,86 |

- 4.1. Определите на основании этих данных минимальное расстояние от траектории корабля до центра этой звезды. Излучение звезды считать сферически-симметричным (то есть считать, что мощность светового излучения, приходящаяся на единицу площади концентрически окружающей ее сферы, не зависит от направления), поглощением и рассеянием света в космическом пространстве в окрестности звезды пренебречь. Ответ запишите в миллионах км, с точностью до целого значения.

4.2. Оцените максимальную возможную ошибку в определении этого расстояния. Ответ запишите в процентах, с точностью до первого ненулевого разряда.

**Возможное решение:** полностью аналогично решению задачи 4 из варианта 4. Ответ  $r_0 \approx (35,00 \pm 0,05)$  млн. км, при «сложном» подходе можно обеспечить точность не хуже 0,1%.

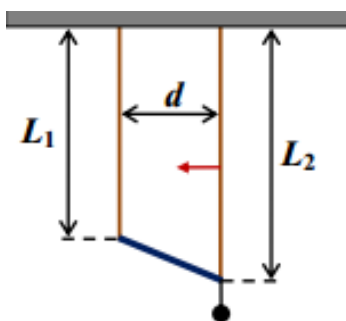
**ОТВЕТЫ:** 4.1. 35. 4.2. 0,1.

**КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ варианта 8:**

| вопрос                     | ответ участника                          | балл      |
|----------------------------|------------------------------------------|-----------|
| 1.1                        | <b>0,8</b>                               | <b>4</b>  |
|                            | 1,0                                      | <b>2</b>  |
| 1.2                        | <b>3,5</b>                               | <b>4</b>  |
|                            | 3,4 или 3,6                              | <b>2</b>  |
| 1.3                        | <b>4,0 или 4</b>                         | <b>6</b>  |
|                            | 4,5                                      | <b>3</b>  |
| 2.1                        | <b>24,84</b>                             | <b>6</b>  |
|                            | от 24,00 до 24,83 или от 24, 85 до 25,50 | <b>3</b>  |
| 2.2                        | <b>2,72</b>                              | <b>4</b>  |
|                            | 2,70 или 2,71 или 2,73 или 2,74          | <b>2</b>  |
| 3.1                        | <b>1,03</b>                              | <b>8</b>  |
|                            | 1,01 или 1,02 или 1,04 или 1,05          | <b>4</b>  |
| 3.2                        | <b>1,66</b>                              | <b>8</b>  |
|                            | 1,64 или 1,65 или 1,67 или 1,68          | <b>4</b>  |
| 4.1                        | <b>35</b>                                | <b>8</b>  |
|                            | 33 или 34 или 36 или 37                  | <b>4</b>  |
| 4.2                        | от 0,05 до 1                             | <b>2</b>  |
| <b>Максимальная оценка</b> |                                          | <b>50</b> |

**Вариант 12**

1. Недеформируемый тонкий прямой массивный стержень подвешен к недеформируемому горизонтальному потолку на двух отрезках легкой практически нерастяжимой нити. Длина стержня  $L = 125$  см, длины нитей  $L_1 = 238$  см и  $L_2 = 273$  см. К нижнему концу стержня на еще одном небольшом отрезке легкой нити подвешен маленький тяжелый груз. В первый раз нити прикрепили к потолку и стержню так, что в состоянии равновесия обе нити были вертикальны и находились на расстоянии  $d = 120$  см друг от друга (то есть они обе были прикреплены к концам стержня, как показано на рисунке). При этом более длинная нить 2 оказалась растянута на  $\Delta L_2 = 3,64$  мм. Известно, что если стержень с грузом подвесить на одной нити 2, то в состоянии равновесия эта нить растягивается на  $\Delta L_0 = 5,46$  мм.



1.1. Найдите величину деформации более короткой нити  $\Delta L_1$ . Ответ запишите в мм с точностью до сотых.

Затем, не трогая нить 1, нить 2 стали перекреплять таким образом, что в состоянии равновесия обе нити остаются вертикальными, но расстояние  $d$  уменьшается.

1.2. Каким стало удлинение нити 2 при  $d_1 = 84$  см? Ответ запишите в мм с точностью до десятых.

1.3. Каким стало удлинение нити 2 при  $d_2 = 70$  см? Ответ запишите в мм с точностью до сотых.

**Возможное решение:** Полностью аналогично решению задачи 1 из варианта 8, причем при обеих натянутых нитях  $\Delta L_2 = \frac{13}{\sqrt{1+x^2}}$  мм, а в случае  $d_2 = 70$  см снова сталкиваемся с ситуацией провисания нити 1.

**ОТВЕТЫ:** 1.1. 1,59. 1.2. 5,0. 1.3. 5,46.

2. Рабочее тело тепловой машины – три моля одноатомного идеального газа. Цикл рабочего тела состоит из двух адиабат, изобары и изохоры. При двух разных ее запусках в ходе изобарного расширения температура газа возрастала всегда на одну и ту же величину  $\Delta t_0$ , а уменьшение температуры в ходе изохорного охлаждения изменялось. При первом запуске величина этого уменьшения равнялась  $\Delta t_1 = 33^\circ\text{C}$ , и КПД цикла равнялся 34%.

2.1. Какое количество теплоты  $Q_X$  было отнято у газа при изохорном охлаждении? Универсальную газовую постоянную считайте равной  $R \approx 8,31$  Дж/(моль·К). Ответ дайте в кДж, с точностью до сотых.

2.2. Найдите КПД цикла при втором запуске, в котором в процессе изохорного охлаждения температура уменьшалась на  $\Delta t_2 = 40^\circ\text{C}$ . Ответ запишите в процентах с точностью до целого значения.

**Возможное решение:** В адиабатических процессах рабочее тело не обменивается теплом с внешними телами, поэтому ясно, что оно получает тепло от нагревателя при изобарном расширении и отдает тепло холодильнику при изохорном охлаждении. В изохорном процессе газ не совершает работы, поэтому, в соответствии с I Началом термодинамики,  $Q_X = A + \Delta U = \frac{3}{2} \nu R \cdot |\Delta T_V|$ . При первом запуске  $Q_X = \frac{3}{2} \nu R \cdot \Delta t_1 \approx 1234$  Дж, то есть примерно 1,23 кДж.

В изобарном процессе работа газа  $A = p \cdot \Delta V = \Delta(pV)$ , и, в соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона  $A = \Delta(\nu RT) = \nu R \cdot \Delta T$ . По I Началу термодинамики, подведенное тепло

$$Q_H = A + \Delta U = \frac{5}{2} \nu R \cdot \Delta T_p = \frac{5}{2} \nu R \cdot \Delta t_0. \quad \text{Поэтому КПД цикла } \eta = 1 - \frac{Q_X}{Q_H} = 1 - \frac{3\Delta t_1}{5\Delta t_0}.$$

С учетом заданного значения КПД при  $\Delta t_1 = 33^\circ\text{C}$  находим, что  $\Delta t_0 = 30^\circ\text{C}$ . Значит, при КПД становится равным  $\eta = 0,2$ , то есть 20%.

**ОТВЕТЫ:** 2.1. 1,23. 2.2. 20.

3. Катушку индуктивности с ненулевым омическим сопротивлением подключили сначала к источнику постоянного напряжения  $U = 60$  В с внутренним сопротивлением намного меньше 1 Ом. Сила тока через катушку в установившемся режиме составила  $I_0 = 5$  А. Затем ее подключили

к источнику переменного синусоидального напряжения частотой 50 Гц с амплитудой  $U = 60$  В. В этом случае амплитуда тока через катушку в установившемся режиме оказалась равна  $I_m = 3$  А.

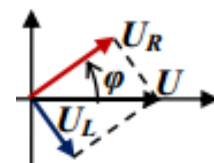
3.1. Найдите омическое сопротивление катушки. Ответ запишите в Ом, с точностью до целого значения.

3.2. Найдите индуктивность катушки. Ответ запишите в мГн, с точностью до целого значения.

**Возможное решение:** При подключении катушки к источнику постоянного напряжения в установившемся режиме через нее течет постоянный ток, ЭДС самоиндукции катушки равна нулю, и сила тока определяется только омическим сопротивлением цепи:  $I_0 = \frac{U}{R+r}$ , где  $R$  – омическое сопротивление катушки, а  $r$  – внутреннее сопротивление источника. Как видно,  $R+r = \frac{U}{I_0} = 12$  Ом, и с учетом информации о малости  $r$  ясно, что  $R \approx \frac{U}{I_0} = 12$  Ом.

При подключении к источнику переменного напряжения колебания напряжения на омическом сопротивлении катушки с амплитудой  $U_m^{(R)} = RI_m$  складываются с колебаниями напряжения на индуктивности  $U_m^{(L)} = \omega LI_m$ , и они различаются по фазе на  $\frac{\pi}{2}$ . С учетом

этого строим векторную диаграмму (см. рисунок), отвечающую сложению напряжений  $U_R(t) + U_L(t) = U(t)$ . Из теоремы Пифагора для получившегося



прямоугольного треугольника находим, что  $U = \sqrt{R^2 I_m^2 + \omega^2 L^2 I_m^2}$ , и поэтому амплитуда колебаний силы тока  $I_m = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$ . Подставляя в это выражение полученную формулу для

омического сопротивления, выражаем из нее индуктивность:  $L = \frac{U}{\omega I_m I_0} \sqrt{I_0^2 - I_m^2} \approx 51$  Гн.

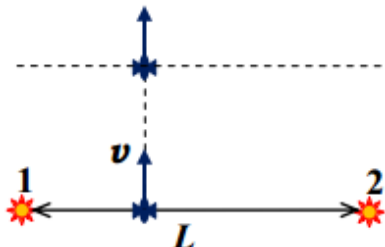
**ОТВЕТЫ:** 3.1. 12. 3.2 51.

4. Робот серии «мотылек» имеет небольшие размеры и снабжен двумя фотодатчиками, которые расположены так, что оси их входных отверстий ориентированы перпендикулярно курсу робота (размеры отверстий неизменны). Сила тока фотодатчика пропорциональна мощности световой энергии, поступающей во входное отверстие датчика. Изначально робот располагается на линии, соединяющей две одинаковые маленькие яркие лампы, испускающие свет равномерно во всех направлениях, и оси его фотодатчиков были направлены точно на эти лампы (см. рисунок). В некоторый момент времени (принятый далее за  $t = 0$ ) робот поехал, не поворачиваясь, с постоянной скоростью в направлении, перпендикулярном линии, соединяющей лампы (см. рисунок). В таблице показаны записанные значения сил токов фотодатчиков в зависимости от времени (время отсчитывается от момента старта, ошибки измерения времени не превышают 0,1 с, а силы тока – 0,01 мА).

|                  |       |       |       |       |       |      |      |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|
| $t, \text{с}$    | 0,0   | 5,0   | 10,0  | 15,0  | 20,0  | 25,0 | 30,0 |
| $I_1, \text{мА}$ | 96,00 | 76,84 | 45,71 | 25,19 | 14,29 | 8,59 | 5,46 |
| $I_2, \text{мА}$ | 24,00 | 22,63 | 19,21 | 15,13 | 11,43 | 8,49 | 6,30 |

4.1. Известно, что расстояние между лампами  $L = 30$  м. Определите на основании этих данных расстояние от робота до лампы 1 в момент начала движения. Поглощением и рассеянием света в воздухе пренебречь. Ответ запишите в м, с точностью до целого значения.

4.2. Определите на основании этих данных скорость  $v$  движения робота. Ответ запишите в м/с, с точностью до десятых долей.



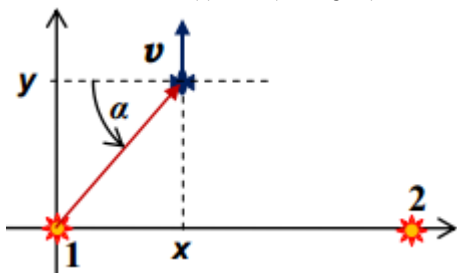
**Возможное решение:** Мощность излучения лампы на расстоянии  $r$  от нее убывает обратно пропорционально  $r^2$ . В момент старта Токи фотодатчиков различаются в 4 раза, поэтому лампа 1 находится в два раза ближе к роботу, чем лампа 2. Так как сумма расстояний до ламп равна 30 м, то расстояние от робота до лампы 1 равно 10 м.

Будем характеризовать положение робота после старта координатами  $x$  и  $y$  (см. рисунок). Когда робот сместился от линии, соединяющей лампы, нужно учесть, что окно «фотодатчика» смотрит не на лампу, и догадаться, что при повороте окна датчика на угол  $\alpha$  от направления на лампу площадь, с которой в окно попадают лучи, уменьшается по закону  $S = S_0 \cos(\alpha)$ . У нас

$r^2 = x^2 + y^2$ , а  $\cos(\alpha) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ . Поэтому ток первого фотодатчика должен зависеть от

координат робота по закону  $I_1(x, y) = I_{10} \frac{x^3}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$ . Аналогично для второго фотодатчика

$$I_2(x, y) = I_{20} \frac{(L - x)^3}{((L - x)^2 + y^2)^{3/2}}.$$



Как видно, определять  $y$  мы можем по любой из этих зависимостей. Например, из первой

находим, что  $y = x \sqrt{\left(\frac{I_{10}}{I_1(x, y)}\right)^{2/3} - 1}$ . Робот смещается только по оси  $y$ , то есть  $x = 10$  м, и мы

можем получить зависимость пути робота от времени. В таблице приведены значения, полученные по этой формуле:

|        |     |       |       |        |        |        |        |
|--------|-----|-------|-------|--------|--------|--------|--------|
| $t, c$ | 0,0 | 5,0   | 10,0  | 15,0   | 20,0   | 25,0   | 30,0   |
| $y, m$ | 0   | 4,000 | 8,000 | 11,999 | 16,001 | 19,997 | 24,003 |

Как видно, с очень малой (менее 0,01 %) погрешностью эта зависимость соответствует равномерному движению со скоростью 0,8 м/с.

**ОТВЕТЫ:** 4.1. 10. 4.2. 0,8.

#### КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ варианта 12:

| вопрос | ответ участника                     | балл |
|--------|-------------------------------------|------|
| 1.1    | 1,59                                | 4    |
|        | 2,73                                | 2    |
| 1.2    | 5,0 или 5                           | 4    |
|        | 4,9 или 5,1                         | 2    |
| 1.3    | 5,46                                | 6    |
|        | 5,81 или 5,82                       | 3    |
| 2.1    | 1,23                                | 6    |
|        | от 1,20 до 1,22 или от 1,24 до 1,26 | 3    |

|                     |                         |    |
|---------------------|-------------------------|----|
| 2.2                 | 20                      | 6  |
|                     | 18 или 19 или 21 или 22 | 3  |
| 3.1                 | 12                      | 4  |
|                     | 11                      | 2  |
| 3.2                 | 51                      | 10 |
|                     | 49 или 50 или 52 или 53 | 5  |
| 4.1                 | 10                      | 2  |
|                     | 6 или 9 или 11          | 1  |
| 4.2                 | 0,8                     | 8  |
|                     | 0,7 или от 0,9 до 1,4   | 4  |
| Максимальная оценка |                         | 50 |

### Ответы, решения и критерии оценивания - 7 классы:

#### Вариант 1

5. Катер плыл против течения от пристани А до пристани В 24 минуты. Деревянный брусок плыл от пристани В до пристани А 60 минут. За какое время катер доплывет от пристани В до пристани А, если его скорость относительно воды будет в 1,5 раза меньше, чем при плавании от А до В, о котором говорилось выше? Ответ запишите в минутах, с точностью до целого значения, без указания единиц измерения.

**Возможное решение:** Пусть  $v$  – скорость катера относительно воды при плавании от А до В, а  $u$  – скорость течения реки,  $L$  – расстояние между А и В. Тогда время плавания катера в первый раз  $t_1 = \frac{L}{v-u}$ , а время плавания бруска  $t_2 = \frac{L}{u}$ . Из этих соотношений можно выразить  $u = \frac{L}{t_2}$  и

$$v = \frac{L}{t_1} + \frac{L}{t_2} = L \frac{t_1 + t_2}{t_1 t_2}. \text{ Значит, время обратного плавания катера } t = \frac{L}{(2v/3) + u} = \frac{3t_1 t_2}{5t_1 + 2t_2} = 18 \text{ мин.}$$

**ОТВЕТ: 18.**

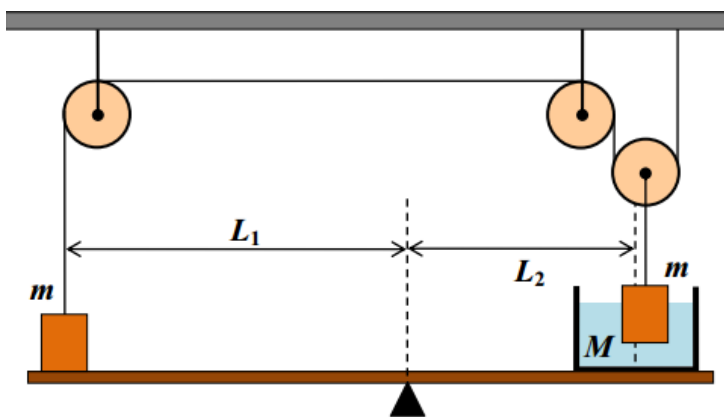
6. Два одинаковых пластиковых цилиндра массой по  $m = 800$  г прикреплены к концам легкой нерастяжимой нити и подвешены к потолку с помощью трех идеальных блоков (см. рисунок). Первый цилиндр стоит на одной из сторон легкого рычага, а второй – опущен в сосуд с водой, который помещен на другую сторону того же рычага. Массы сосуда с водой  $M = 500$  г. Расстояния от точки опоры рычага до центров площадей опоры первого груза и сосуда с водой относятся как  $L_1:L_2=3:2$ . Плотность пластика, из которого изготовлены цилиндры, в 1,5 раза больше плотности воды. Система находится в равновесии.

6.1. Найдите отношение величин сил давления сосуда с водой и первого груза на рычаг  $N_2:N_1$ .

Ответ запишите с точностью до десятых.

6.2. Считая ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ , найдите величину силы натяжения нити. Ответ запишите в ньютонах с точностью до целого значения.

6.3. Какая часть объема второго цилиндра находится под поверхностью воды в сосуде? Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения.



**Возможное решение:** Условие равновесия рычага позволяет ответить на первый вопрос:

$$L_1 N_1 = L_2 N_2 \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Сила, действующая на левую сторону рычага со стороны груза, равна по величине силе, действующей на этот груз со стороны рычага, и ее можно найти из условия равновесия груза:  $N_1 = mg - T$ , где  $T$  – сила натяжения нити. Аналогично находим величину силы, действующей на правую сторону рычага со стороны дна сосуда (из условия равновесия сосуда с водой и погруженным в нее грузом):  $N_2 = (M + m)g - 2T$ . С учетом найденного ранее соотношения сил давления из этих уравнений находим силу натяжения нити:  $T = (2M - m)g \approx 2\text{ Н}$ .

Запишем теперь условие равновесия груза, частично погруженного в воду  $F_A + 2T = mg$ , и найдем из него величину действующей на него силы Архимеда  $F_A = (3m - 4M)g$ . Так как по закону Архимеда  $F_A = \rho_B V_{\text{погр}} g$ , а  $mg = \rho_{\text{пл}} V g$ , то  $\frac{V_{\text{погр}}}{V} = \frac{\rho_{\text{пл}}}{\rho_B} \frac{3m - 4M}{m} = 0,75$ . Итак, под водой находится 75% объема груза.

**ОТВЕТЫ:** 2.1. 1,5. 2.2. 2. 2.3. 75.

7. В трех одинаковых термосах находятся одинаковые количества жидкой воды с одинаковой температурой. В первый бросили кубик замороженного льда массой 54 г, во второй два точно таких же (по массе и температуре) кубика, а в третий – четыре. В первом термосе до установления равновесия растаяло 39 г льда, во втором – 28 г льда.

7.1. Какая масса льда растаяла в третьем термосе? Теплоемкостью колбы термоса пренебречь.

Ни один термос не переполняется. Ответ дайте в граммах, с точностью до целого значения.

7.2. Пусть все массы из условия известны с ошибкой не более 0,4 г. Оцените максимальную возможную ошибку полученного ответа на первый вопрос этого задания. В ответе поставьте:

- 1, если Вы считаете, что эта ошибка не более 0,2 г;
- 2, если Вы считаете что она более 0,2 г, но не более 0,4 г;
- 3, если Вы считаете что она более 0,4 г, но не более 1 г;
- 4, если Вы считаете что она более 1 г, но не более 2г;
- 5, если Вы считаете что она более 2 г.

**Возможное решение:** Из данных задачи видно (масса растаявшего льда меньше массы брошенного), что в конечном состоянии в термосе лед и вода находятся в равновесии, то есть конечная температура содержимого термоса равна  $0^\circ\text{C}$  (вода остыла до этой температуры, а лед до начала таяния прогрелся до нее). Учитывая это, запишем уравнение теплового баланса для установления равновесия в первом термосе (обозначив  $M$  массу воды в термосе,  $m$  – массу кубика,  $t_1 > 0^\circ\text{C}$  и  $t_2 < 0^\circ\text{C}$  – начальные температуры воды и льда,  $m_1$  – масса растаявшего льда):  $c_B M t_1 = c_L m(-t_2) + \lambda m_1$ , а также аналогичное уравнение для второго термоса:  $c_B M t_1 = c_L 2m(-t_2) + \lambda m_2$ . Из этих уравнений находим, что  $c_L m(-t_2) = \lambda(m_1 - m_2)$ . Из первого уравнения и уравнения теплового баланса для установления равновесия в третьем термосе  $c_B M t_1 = c_L 4m(-t_2) + \lambda m_3$  аналогично получим  $3c_L m(-t_2) = \lambda(m_1 - m_3)$ . Из двух полученных соотношений находим массу льда, растаявшего в третьем термосе  $m_3 = 3m_2 - 2m_1 = 6$  г. Видно, что лед все же начал таять, так что конечная температура действительно равна  $0^\circ\text{C}$ .

При подстановке числовых значений масс в полученную формулу максимальная допустимая (при указанной ошибке измерения) величина  $m_{2\max} = m_2 + \Delta m = 28,4\text{ г}$ , а минимальная возможная величина  $m_{1\min} = m_1 - \Delta m = 38,6\text{ г}$ . Значит, максимальная возможная величина  $m_{3\max} = 3m_2 - 2m_1 + 5\Delta m = 8\text{ г}$ . Аналогичное рассуждение показывает, что  $m_{3\min} = 3m_2 - 2m_1 - 5\Delta m = 4\text{ г}$ . То есть ошибка в определении  $m_3$  не превышает 2 г, что отвечает предложению 4.

**ОТВЕТЫ:** 3.1. 6. 3.2 4.

8. Световое излучение – это разновидность *электромагнитных волн*, причем разные цвета отличаются друг от друга *длиной волны  $\lambda$*  (это расстояние между двумя «гребнями» волны). В таблице ниже приведена связь между длиной волны в нанометрах ( $1\text{ нм} = 10^{-9}\text{ м}$ ) и видимым цветом:

|            |            |            |            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| красный    | оранжевый  | желтый     | зеленый    | голубой    | синий      | фиолетовый |
| 625–740 нм | 590-625 нм | 565-590 нм | 500-565 нм | 485-500 нм | 440-485 нм | 380-440 нм |
| 78%        | 75%        | 72%        | 70%        | 65%        | 60%        | 50%        |

«Белый цвет» - это равномерная смесь всех этих цветов, то есть в «белом» световом пучке во всем диапазоне длин волн от 380 нм до 740 нм на одинаковые интервалы ее значений  $\Delta\lambda$  приходится одинаковые доли от общей *интенсивности* пучка  $I$  (так называют энергию светового излучения, проходящую за единицу времени через единицу площади поперечного сечения пучка). Пусть белый свет падает на поверхность зеркала, которую мы разглядываем через «желтый» светофильтр (то есть этот светофильтр пропускает «желтые» световые лучи практически без потери энергии, а все остальные поглощает или отражает). В нижней строке таблицы указано, какую долю падающей энергии (в процентах) отражает зеркало для диапазона длин волн, соответствующему каждому из цветов. Определите, какую часть от интенсивности падающего на зеркало света составляет интенсивность света, прошедшего светофильтр. Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения.

**Возможное решение:** Обратим внимание, что определения интенсивности света после светофильтра мы можем не рассматривать никакие лучи, кроме «желтых», так как все остальные лучи не пройдут светофильтр. Поэтому сразу заметим, что, если интенсивность исходного белого светового пучка принять равной  $I_0$ , то интенсивность «желтого» света в этом пучке

$$I' = \frac{25\text{ нм}}{360\text{ нм}} I_0 = \frac{5}{72} I_0. \text{ Здесь } 25\text{ нм} = 590\text{ нм} - 565\text{ нм} \text{ соответствуют ширине диапазона длин волн}$$

желтого цвета, а  $360\text{ нм} = 740\text{ нм} - 380\text{ нм}$  есть полная ширина диапазона длин волн видимого света (то есть всех цветов, составляющих белый цвет). При отражении от зеркала эта интенсивность понизится (в соответствии с таблицей) до  $I'' = 0,72 \cdot I' = 0,05 \cdot I_0$ . Итак, интенсивность света, прошедшего светофильтр, составляет 5 % от интенсивности света, падающего на зеркало.

**ОТВЕТ:** 5.

**КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ для варианта 1:**

| вопрос | ответ участника | балл |
|--------|-----------------|------|
| 1      | 18              | 10   |
|        | 17 или 19       | 5    |
| 2.1    | 1,5             | 2    |
|        | 1               | 1    |
|        | 2               | 6    |



|                     |                             |    |
|---------------------|-----------------------------|----|
| 2.2                 | 1,8 или 1,9 или 2,1 или 2,2 | 3  |
| 2.3                 | 75                          | 8  |
|                     | от 72 до 74 или от 76 до 78 | 4  |
| 3.1                 | 6                           | 10 |
|                     | 5 или 7                     | 5  |
| 3.2                 | 4                           | 4  |
|                     | 3 или 5                     | 2  |
| 4                   | 5                           | 10 |
|                     | 4 или 6                     | 5  |
| Максимальная оценка |                             | 50 |

### Вариант 5

1. Воздушный шар плыл по ветру, который дул с постоянной скоростью. В тот момент времени, когда он пролетал над центром города А, ему навстречу – из центра города В – вылетел мотодельтаплан, двигавшийся с постоянной скоростью относительно ветра. Ровно через 1 час после этого они встретились, а еще ровно через 3 часа воздушный шар оказался над центром города В.

1.1. Найдите отношение скорости мотодельтаплана относительно ветра к скорости ветра. Ответ запишите в виде целого числа.

1.2. За какое время после встречи с воздушным шаром мотодельтаплан долетел до центра города А? Известно, что после встречи мотодельтаплан увеличил свою скорость относительно ветра на 25%. Ответ запишите в минутах, с точностью до целого значения, без указания единиц измерения.

**Возможное решение:** Пусть  $v$  – скорость мотодельтаплана относительно ветра (то есть относительно движущегося воздуха) при полете до встречи,  $u$  – скорость ветра,  $L$  – расстояние между центрами А и В. Тогда время до встречи  $t_1 = \frac{L}{v}$ , а время полета воздушного шара от центра А до центра В  $t_1 + t_2 = \frac{L}{u}$ . Из этих соотношений можно выразить  $u = \frac{L}{t_1 + t_2}$  и  $v = \frac{L}{t_1}$ .

Поэтому  $\frac{v}{u} = \frac{t_1 + t_2}{t_1} = 4$ .

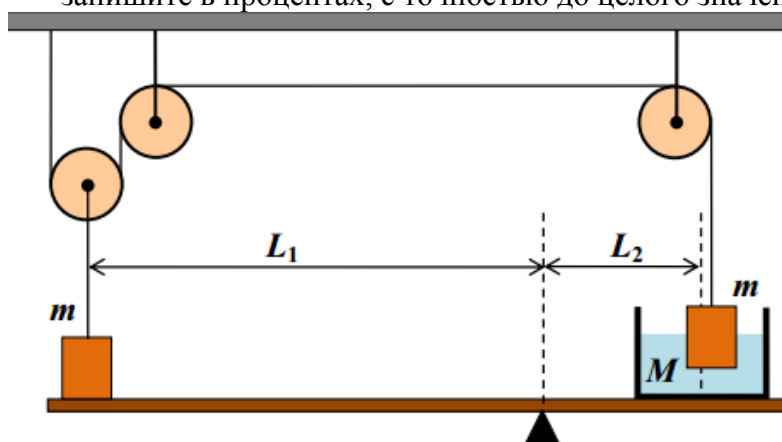
Кроме того, поскольку шар летел 1 час от центра А до места встречи, и 3 часа от места встречи до центра В, то ясно, что место встречи находилось на расстоянии  $\frac{L}{4}$  от центра А. Значит, время

полета мотодельтаплана от места встречи до центра А  $t = \frac{L/4}{(5v/4) - u} = \frac{L}{16u} = \frac{t_1 + t_2}{16} = 15$  мин.

**ОТВЕТЫ:** 1.1. 4. 1.2. 15.

2. Два одинаковых пластиковых цилиндра массой по  $m = 1$  кг прикреплены к концам легкой нерастяжимой нити и подвешены к потолку с помощью трех идеальных блоков (см. рисунок). Первый цилиндр стоит на одной из сторон легкого рычага, а второй – опущен в сосуд с водой, который помещен на другую сторону того же рычага. Массы сосуда с водой  $M = 1,5$  кг. Расстояния от точки опоры рычага до центров площадей опоры первого груза и сосуда с водой относятся как  $L_1:L_2=3:1$ . Плотность пластика, из которого изготовлены цилиндры, в 1,5 раза меньше плотности воды. Система находится в равновесии.

- 2.1. Найдите отношение величин сил давления сосуда с водой и первого груза на рычаг  $N_2:N_1$ . Ответ запишите с точностью до целого значения.
- 2.2. Считая ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ , найдите величину силы натяжения нити. Ответ запишите в ньютонах с точностью до целого значения, без указания единиц измерения.
- 2.3. Какая часть объема второго цилиндра находится под поверхностью воды в сосуде? Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения.



Решение может быть полностью аналогично решению задачи 2 из варианта 1.

**ОТВЕТЫ:** 2.1. 3. 2.2. 1. 2.3. 60.

3. В двух одинаковых термосах находятся по 200,0 г льда с температурой  $0^\circ\text{C}$ . В первый термос налили 200,0 г горячей воды, и после установления равновесия температура содержимого термоса оказалась равна  $10^\circ\text{C}$ . Во второй термос налили 400,0 г воды с той же температурой. Известно, что удельная теплоемкость воды равна  $4,2 \text{ кДж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$ , а удельная теплота плавления использованного льда –  $336 \text{ кДж/кг}$ .

- 3.1. Какая температура установится во втором термосе? Теплоемкостью колбы термоса пренебречь. Ни один термос не переполняется. Ответ дайте в  $^\circ\text{C}$ , с точностью до целого значения, без указания единиц измерения.
- 3.2. Пусть все массы из условия известны с ошибкой не более 0,2 г, характеристики воды и льда можно считать точными, а температура в первом термосе была измерена с ошибкой не более  $1^\circ\text{C}$ . Оцените максимальную возможную ошибку полученного ответа на первый вопрос этого задания. В ответе поставьте:
- 1, если Вы считаете, что эта ошибка не более  $0,5^\circ\text{C}$ ;
  - 2, если Вы считаете что она более  $0,5^\circ\text{C}$ , но не более  $1^\circ\text{C}$ ;
  - 3, если Вы считаете что она более  $1^\circ\text{C}$ , но не более  $2^\circ\text{C}$  г;
  - 4, если Вы считаете что она более  $2^\circ\text{C}$ , но не более  $3^\circ\text{C}$ ;
  - 5, если Вы считаете что она более  $3^\circ\text{C}$ .

**Возможное решение:** Введем обозначения:  $M$  – начальная масса льда,  $m_1$  – масса горячей воды, залитой в первый термос,  $c$  – удельная теплоемкость воды, а  $\lambda$  – удельная теплота плавления льда. Пусть также  $t_0$  – начальная температура горячей воды. Уравнение теплового баланса для установления равновесия в первом термосе, в котором установилась температура  $t_1$ , имеет вид

$$M(\lambda + ct_1) = cm_1(t_0 - t_1). \text{ Из него следует, что } t_0 = \frac{M}{m_1} \frac{\lambda}{c} + \frac{M + m_1}{m_1} t_1. \text{ Ясно, что для второго}$$

термоса это уравнение будет аналогичным, то есть  $t_0 = \frac{M}{m_2} \frac{\lambda}{c} + \frac{M + m_2}{m_2} t_2$ . Приравнявая левые

$$\text{части этих выражений, находим, что } t_2 = \frac{M(m_2 - m_1)}{m_1(M + m_2)} \frac{\lambda}{c} + \frac{m_2(M + m_1)}{m_1(M + m_2)} t_1 = \frac{1}{3} \frac{\lambda}{c} + \frac{4}{3} t_1 = 40^\circ\text{C}.$$

При подстановке числовых значений масс и температур в полученные формулы в первую очередь заметим, что влияние на ошибку результата ошибок в измерении температуры намного сильнее, чем ошибок в определении масс ( $\Delta m$  составляет от значений масс не более 0,1%, а  $\Delta t$  – это 10 % от значения  $t_1$ ). Поэтому для оценки точности можно пренебречь ошибками измерения

массы и считать, что мы определяем итоговый результат по формуле  $t_2 = \frac{1}{3} \frac{\lambda}{c} + \frac{4}{3} t_1$ . Значит, максимальная допустимая (при указанной ошибке измерения  $t_1$ ) величина  $t_{2\max} = \frac{80}{3}^\circ\text{C} + \frac{4}{3}(t_1 + \Delta t) \approx 41,33^\circ\text{C}$ , а минимальная возможная величина  $t_{2\min} = \frac{80}{3}^\circ\text{C} + \frac{4}{3}(t_1 - \Delta t) \approx 38,67^\circ\text{C}$ . Таким образом, ошибка в определении  $t_2$  не превышает  $1,33^\circ\text{C}$ , что соответствует предложению 3.

**ОТВЕТЫ:** 3.1. 40. 3.2 3.

4. Сила тока фотодатчика прямо пропорциональна энергии светового излучения, поступающего в его «входное окно» в единицу времени. Этот датчик разместили на некотором расстоянии от маленькой лампы, излучающей свет одинаково во всех направлениях, развернули прямо на центр лампы, и ток датчика оказался равен 36 мА. Датчик отодвинули от лампы на 3 м, так что он по-прежнему был направлен прямо на ее центр. Сила тока фотодатчика стала равна 16 мА. Тогда его отодвинули от лампы еще на 3 м, сохранив направление на центр лампы. Какой будет сила тока датчика? Воздух между лампой и фотодатчиком считать полностью прозрачным. Ответ запишите в мА, с точностью до целого значения, без указания единиц измерения.

**Возможное решение:** По мере удаления от лампы площадь поверхности сферы, по которой распределена энергия излучения, растет пропорционально квадрату ее радиуса. Поэтому мощность излучения лампочки, попадающего в окно фотодатчика, расположенного на расстоянии  $r$  от нее, убывает обратно пропорционально  $r^2$ , и точно так же убывает сила тока фотодатчика. Так как при отодвигании датчика на 3 м сила тока уменьшилась в  $9/4$  раза, то расстояние от лампы до датчика при отодвигании увеличилось в  $\sqrt{\frac{9}{4}} = 1,5$  раза. Это означает, что 3 м – это в точности половина начального расстояния от лампы до датчика. После еще одного такого отодвигания расстояние станет уже в 2 раза больше начального, и поэтому сила тока фотодатчика станет в 4 раза меньше начальной, то есть 9 мА.

**ОТВЕТ:** 9.

#### **КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ варианта 5:**

| вопрос | ответ участника             | балл |
|--------|-----------------------------|------|
| 1.1    | 4                           | 4    |
|        | 3                           | 2    |
| 1.2    | 15                          | 6    |
|        | 20 или 21 или 22            | 3    |
| 2.1    | 3                           | 2    |
|        | 2                           | 1    |
| 2.2    | 1                           | 6    |
|        | 2                           | 3    |
| 2.3    | 60                          | 8    |
|        | от 50 до 59 или от 61 до 67 | 4    |

|                     |                             |    |
|---------------------|-----------------------------|----|
| 3.1                 | 40                          | 10 |
|                     | от 35 до 39 или от 41 до 45 | 5  |
| 3.2                 | 3                           | 4  |
|                     | 2 или 4                     | 2  |
| 4                   | 9                           | 10 |
|                     | от 6 до 8 или от 10 до 12   | 5  |
| Максимальная оценка |                             | 50 |

### Вариант 9

1. Ученик 7 класса поднялся, идя по движущемуся вверх эскалатору от его начала до его конца, за 12 с. Внезапно он решил спуститься по этому же эскалатору вниз. Это заняло у него 54 с. Утомившись, он поднялся по эскалатору вверх, стоя на одной ступеньке. Теперь подъем занял у него 27 с. Отметим, что скорости движения ученика относительно эскалатора при спуске и при подъеме разные.

1.1. Найдите отношение скорости ученика относительно эскалатора при подъеме к скорости движения ленты эскалатора. Ответ запишите с точностью до сотых.

После второго подъема наш ученик оглянулся и увидел внизу своего приятеля. Одновременно с тем, как его приятель ступил на эскалатор, он снова начал спускаться по этому эскалатору, двигаясь относительно эскалатора с той же скоростью, что и при предыдущем спуске.

1.2. За какое время после этого «старта» они встретятся, если приятель школьника стоял на эскалаторе неподвижно? Ответ запишите в секундах, с точностью до целого значения, без указания единиц измерения.

**Возможное решение:** Пусть  $v_{1,2}$  – скорости ученика относительно эскалатора при подъеме и спуске,  $u$  – скорость эскалатора,  $L$  – его длина. Тогда время первого подъема  $t_1 = \frac{L}{v_1 + u}$ , время

спуска  $t_2 = \frac{L}{v_2 - u}$ , а время второго подъема  $t_3 = \frac{L}{u}$ . Из первого и третьего выражений находим,

что  $\frac{v_1 + u}{u} = \frac{t_3}{t_1} \Rightarrow \frac{v_1}{u} = \frac{t_3}{t_1} - 1 = 1,25$ . этих соотношений можно выразить  $u = \frac{L}{t_1 + t_2}$  и  $v = \frac{L}{t_1}$ .

Кроме того,  $\frac{v_2 - u}{u} = \frac{t_3}{t_2} \Rightarrow \frac{v_2}{u} = \frac{t_3}{t_2} + 1 = 1,5$ . Ясно, что время от начала второго спуска до встречи

приятелей  $t = \frac{L}{v_2} = \frac{2L}{3u} = \frac{2t_3}{3} = 18$ с.

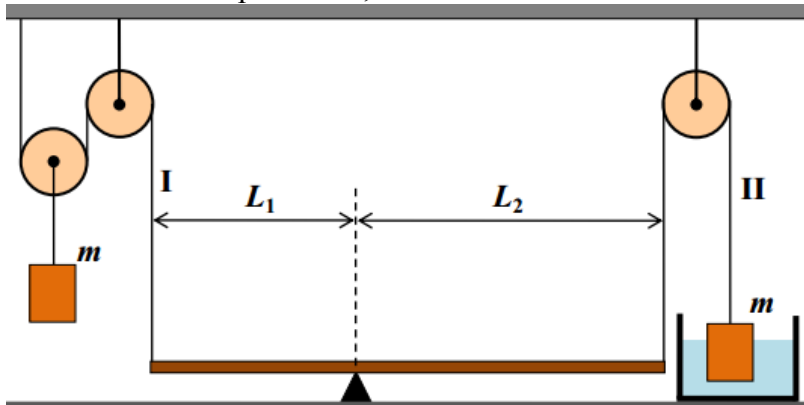
**ОТВЕТЫ:** 1.1. 1,25. 1.2. 18.

2. К двум концам легкого рычага прикреплены две легких нерастяжимых нити, на которых с помощью трех идеальных блоков подвешены к потолку два одинаковых пластиковых цилиндра массой по  $m = 900$  г (см. рисунок). Один из них (будем называть его «вторым», и аналогично – «второй» – будем называть нить, на которой он подвешен) опущен в сосуд с водой, стоящий рядом с рычагом. Расстояния от точки опоры рычага до первой и второй нити относятся как  $L_1:L_2=2:3$ . Плотность пластика, из которого изготовлены цилиндры, в 1,2 раза больше плотности воды. Система находится в равновесии.

2.1. Найдите отношение величин сил натяжения нитей  $T_1:T_2$ . Ответ запишите с точностью до десятых.

2.2. Считая ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, найдите величину силы натяжения второй нити. Ответ запишите в ньютонах с точностью до целого значения, без указания единиц измерения.

2.3. Какая часть объема второго цилиндра находится под поверхностью воды в сосуде? Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения.



**Возможное решение:** Условие равновесия рычага позволяет ответить на первый вопрос:

$$L_1 T_1 = L_2 T_2 \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Условие равновесия первого груза (прикрепленного к подвижному блоку) дает:  $2T_1 = mg \Rightarrow T_1 = \frac{mg}{2}$ . С учетом найденного ранее соотношения сил натяжения находим и силу

натяжения второй нити:  $T_2 = \frac{2}{3} T_1 = \frac{mg}{3} \approx 3 \text{ Н}$ .

Запишем теперь условие равновесия второго груза, частично погруженного в воду  $F_A + T_2 = mg$ , и найдем из него величину действующей на него силы Архимеда  $F_A = \frac{2mg}{3}$ . Так как по закону

Архимеда  $F_A = \rho_B V_{\text{погр}} g$ , а  $mg = \rho_{\text{пл}} V g$ , то  $\frac{V_{\text{погр}}}{V} = \frac{\rho_{\text{пл}}}{\rho_B} \frac{2}{3} = 0,8$ . Итак, под водой находится 80% объема груза.

**ОТВЕТЫ:** 2.1. 1,5. 2.2. 3. 2.3. 80.

3. В термосе находился кипяток. В него засыпали порцию мокрого снега (смесь ледяных кристаллов и жидкой воды в равновесии), и после установления равновесия температура содержимого термоса стала равна  $t_1 = 80^\circ\text{C}$ . После засыпания еще одной такой же порции мокрого снега и установления равновесия температура упала до  $t_2 = 65^\circ\text{C}$ . Найдите долю (по массе) ледяных кристаллов в мокром снеге. Удельная теплоемкость воды  $c \approx 4,2 \text{ Дж}/(\text{г} \cdot ^\circ\text{C})$ , удельная теплота плавления льда  $\lambda \approx 336 \text{ Дж}/\text{г}$ .

3.1. Найдите отношение начальной массы воды (кипятка) в термосе к массе одной порции мокрого снега. Ответ запишите в виде целого числа.

3.2. Найдите долю массы ледяных кристаллов от общей массы мокрого снега. Ответ дайте в процентах точно до целого значения.

3.3. Пусть температуры  $t_1$  и  $t_2$  из условия известны с ошибкой не более  $0,1^\circ\text{C}$ , характеристики воды и льда можно считать точными, а температура кипятка нам известна точно (давление строго равно нормальному атмосферному). Оцените максимальную возможную ошибку полученного ответа на первый вопрос этого задания. В ответе поставьте:

- 1, если Вы считаете, что эта ошибка не более 0,01;
- 2, если Вы считаете что она более 0,01, но не более 0,1;
- 3, если Вы считаете что она более 0,1, но не более 0,3;
- 4, если Вы считаете что она более 0,3, но не более 0,6;
- 5, если Вы считаете что она более 0,6.

**Возможное решение:** С самого начала ясно, что начальная температура кипятка  $t_0 = 100^\circ\text{C}$ , а температура мокрого снега равна  $0^\circ\text{C}$ . Введем обозначения:  $M$  – начальная масса кипятка в термосе,  $m$  – масса одной порции мокрого снега,  $n$  – массовая доля льда в мокром снеге. Запишем уравнение теплового баланса для определения температуры  $t_1$  после засыпания одной

порции:  $cM(t_0 - t_1) = cmt_1 + \lambda nm$ , и аналогичное для  $t_2$ :  $cM(t_0 - t_2) = c2mt_2 + \lambda n2m$ . Умножив первое уравнение на 2 и вычитая из полученного равенства второе, находим:

$$\frac{M}{m} = \frac{2(t_1 - t_2)}{t_0 + t_2 - 2t_1} = 6.$$

Разделив эти два уравнения друг на друга, получаем уравнение на вторую искомую величину  $n$ :

$$\frac{2(t_0 - t_1)}{t_0 - t_2} = \frac{t_1 + (\lambda/c)n}{t_2 + (\lambda/c)n} \Rightarrow n = \frac{c}{\lambda} \frac{t_1(t_0 + t_2) - 2t_0t_2}{t_0 + t_2 - 2t_1} = 0,5.$$

Таким образом,  $n = 50\%$ .

Максимальная допустимая (при указанной ошибке измерения температур) величина

$$\left(\frac{M}{m}\right)_{\max} = \frac{2(80,1 - 64,9)}{164,9 - 160,2} \approx 6,47,$$

а минимальная возможная величина

$$\left(\frac{M}{m}\right)_{\min} = \frac{2(79,9 - 65,1)}{165,1 - 159,8} \approx 5,59.$$

Таким образом, максимальная ошибка в определении  $\frac{M}{m}$  около 0,47, что соответствует предложению 4.

**ОТВЕТЫ:** 3.1. 6. 3.2 50. 3.3. 4.

4. Сила тока фотодатчика прямо пропорциональна энергии светового излучения, поступающего в его «входное окно» в единицу времени. Этот датчик разместили на небольшом роботе модели «мотылек». Изначально робот находился на расстоянии 12 м маленькой лампы, излучающей свет одинаково во всех направлениях. Робот развернулся так, что окно фотодатчика «смотрело» прямо на лампочку. При этом ток был равен 7 мА. Робот поехал прямо к лампочке, и через 4 с ток фотодатчика оказался равен 28 мА. Найдите среднюю скорость движения робота за это время. Воздух между лампой и фотодатчиком считать полностью прозрачным. Ответ запишите в м/с, с точностью до десятых, без указания единиц измерения.

**Возможное решение:** Аналогично задаче 4 из варианта 5 находим, что пройденный роботом путь равен половине начального расстояния, или 6 м. Значит, его скорость была равна 1,5 м/с.

**ОТВЕТ:** 1,5.

#### **КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ варианта 9:**

| вопрос | ответ участника             | балл |
|--------|-----------------------------|------|
| 1.1    | 1,25                        | 4    |
|        | 1,2 или 1,3                 | 2    |
| 1.2    | 18                          | 6    |
|        | 17 или 19 или 20            | 3    |
| 2.1    | 1,5                         | 2    |
|        | 0,7                         | 1    |
| 2.2    | 3                           | 4    |
|        | 2                           | 2    |
| 2.3    | 80                          | 8    |
|        | от 75 до 79 или от 81 до 85 | 4    |
| 3.1    | 6                           | 6    |
|        | 5 или 7                     | 3    |
|        | 50                          | 6    |

|                     |                             |    |
|---------------------|-----------------------------|----|
| 3.2                 | от 45 до 49 или от 51 до 55 | 3  |
| 3.3                 | 4                           | 4  |
|                     | 3 или 5                     | 2  |
| 4                   | 1,5                         | 10 |
|                     | 2,2 или 2,3                 | 5  |
| Максимальная оценка |                             | 50 |

### Ответы, решения и критерии оценивания – 8 классы:

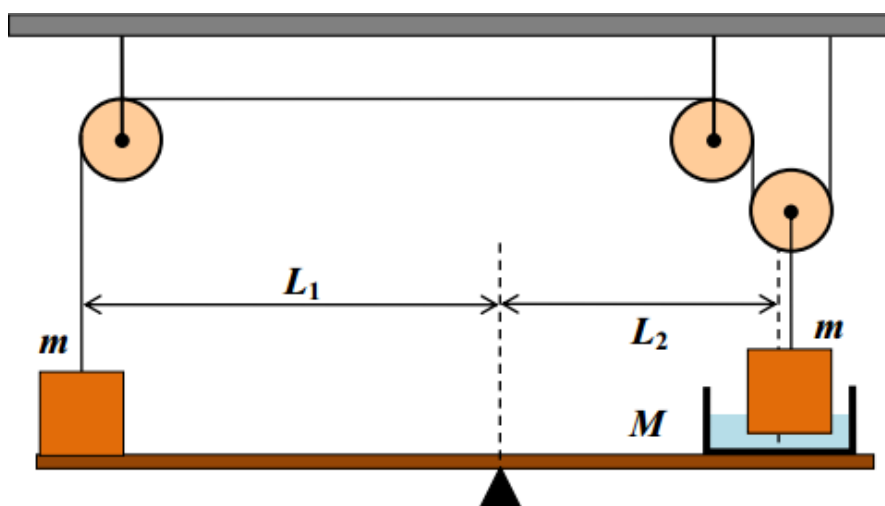
#### Вариант 2

1. Два одинаковых пластиковых цилиндра прикреплены к концам легкой нерастяжимой нити и подвешены к потолку с помощью трех идеальных блоков (см. рисунок). Первый цилиндр стоит на одной из сторон легкого рычага, а второй – опущен в сосуд с водой, который помещен на другую сторону того же рычага. Массы сосуда с водой и цилиндров относятся друг к другу как  $M:m=5:8$ . Расстояния от точки опоры рычага до центров площадей опоры первого груза и сосуда с водой  $L_1:L_2=3:2$ . Плотность пластика, из которого изготовлены цилиндры, в 2 раза меньше плотности воды. Система находится в равновесии.

1.1. Найдите отношение величин сил давления сосуда с водой и первого груза на рычаг  $N_2:N_1$ . Ответ запишите с точностью до десятых.

1.2. Найдите отношение величины силы тяжести, действующей на один груз, к величине силы натяжения нити  $(mg):T$ . Ответ запишите с точностью до целого значения.

1.3. Какая часть объема второго цилиндра находится под поверхностью воды в сосуде? Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения.



**Возможное решение:** Условие равновесия рычага позволяет ответить на первый вопрос:

$$L_1 N_1 = L_2 N_2 \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Сила, действующая на левую сторону рычага со стороны груза, равна по величине силе, действующей на этот груз со стороны рычага, и ее можно найти из условия равновесия груза:

$N_1 = mg - T$ , где  $T$  – сила натяжения нити. Аналогично находим величину силы, действующей на правую сторону рычага со стороны дна сосуда (из условия равновесия сосуда с водой и погруженным в нее грузом):  $N_2 = (M + m)g - 2T$ . С учетом найденного ранее соотношения сил

давления из этих уравнений находим силу натяжения нити:  $T = (2M - m)g$ . Таким образом,

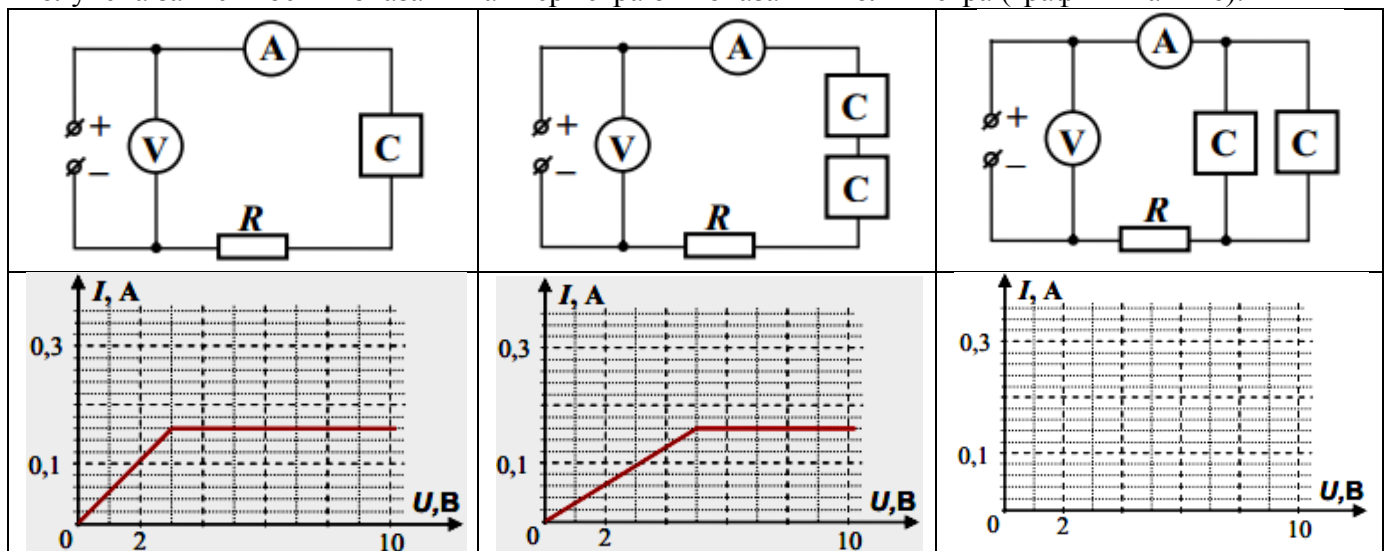
$$\frac{mg}{T} = \frac{m}{2M - m} = \frac{1}{(5/4) - 1} = 4.$$

Запишем теперь условие равновесия груза, частично погруженного в воду  $F_A + 2T = mg$ , и найдем из него величину действующей на него силы Архимеда  $F_A = (3m - 4M)g$ . Так как по закону Архимеда  $F_A = \rho_B V_{\text{погр}} g$ , а  $mg = \rho_{\text{пл}} V g$ , то  $\frac{V_{\text{погр}}}{V} = \frac{\rho_{\text{пл}}}{\rho_B} \frac{3m - 4M}{m} = \frac{1}{2} \frac{3 - (5/2)}{1} = 0,25$ .

Итак, под водой находится 25% объема груза.

**ОТВЕТЫ:** 1.1. 1,5. 1.2. 4. 1.3. 25.

2. Стабилизатор тока – нелинейный элемент электрических цепей, то есть он не всегда подчиняется закону Ома. Пусть у нас есть два одинаковых стабилизатора, у которых существует «пороговое» напряжение: если на стабилизатор подается напряжение меньше порогового, то сила текущего через него тока растет прямо пропорционально этому напряжению. При любых напряжениях, которые больше или равны пороговому, сила тока через стабилизатор остается неизменной. Для двух схем, в состав которых были включены эти стабилизаторы (левый и центральный столбцы таблицы ниже, стабилизаторы обозначены квадратом с буквой «С»), была получена зависимость показаний амперметра от показаний вольтметра (графики там же).



Считая амперметр и вольтметр идеальными, постройте график для аналогичной зависимости для третьей схемы (в правом столбце) и ответьте на вопросы:

- 2.1. Чему равна сила тока через амперметр в третьей схеме, если вольтметр показывает напряжение 5 В? Ответ запишите в амперах, с точностью до сотых.
- 2.2. Чему равна сила тока через амперметр в третьей схеме, если вольтметр показывает напряжение 2 В? Ответ запишите в амперах, с точностью до сотых.

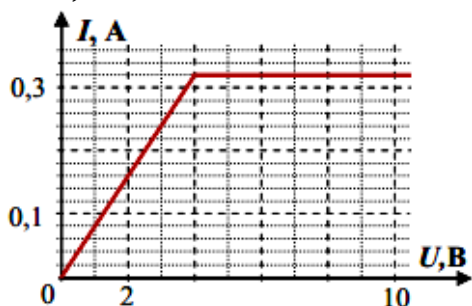
**Возможное решение:** В случае с первой схемой ясно, что одинаковая сила тока для разных значений напряжения отвечает ситуации, когда напряжение на стабилизаторе больше или равно «пороговому» значению  $U_0$ , а сила тока как раз равна упомянутой в условии неизменной величине, то есть  $I_0 = 0,16\text{ A}$ . Точка излома на графике соответствует напряжению на стабилизаторе, равному  $U_0$ , то есть фиксируемое вольтметром напряжение  $U_1 = U_0 + I_0 R = 3\text{ В}$ .

Для второй схемы «неизменный» ток, текущий через два последовательно соединенных стабилизатора, очевидно, остается прежним (это видно и на графике), а точка излома отвечает  $U_2 = 2U_0 + I_0 R = 5\text{ В}$ . Значит,  $U_0 = 2\text{ В}$ , а  $I_0 R = 1\text{ В}$ .

Для третьей схемы график будет иметь аналогичный «пороговый» вид, но сила тока в «режиме стабилизации», когда напряжение на пара параллельно соединенных стабилизаторов больше или равно  $U_0 = 2\text{ В}$ , будет, конечно, равна  $2I_0 = 0,32\text{ А}$ . Точка излома на этом графике должна соответствовать напряжению  $U_3 = U_0 + 2I_0 R = 4\text{ В}$ , поэтому график имеет вид, показанный на



рисунке. Пользуясь им, находим, что при  $U = 5\text{ В}$  сила тока  $I = 0,32\text{ А}$ , а при  $U = 2\text{ В}$  сила тока  $I = 0,16\text{ А}$ .



**ОТВЕТЫ:** 2.1. 0,32. 2.2. 0,16.

3. В трех одинаковых термосах находятся одинаковые количества жидкой воды с одинаковой температурой. В первый бросили кубик замороженного льда массой 48 г, во второй два точно таких же (по массе и температуре) кубика, а в третий – три. В первом термосе до установления равновесия растаяло 36 г льда, во втором – 22 г льда.

3.1. Какая масса льда растаяла в третьем термосе? Теплоемкостью колбы термоса пренебречь.

Ни один термос не переполняется. Ответ дайте в граммах, с точностью до целого значения.

3.2. Пусть все массы из условия известны с ошибкой не более 0,5 г. Оцените максимальную возможную ошибку полученного ответа на первый вопрос этого задания. В ответе поставьте:

- 1, если Вы считаете, что эта ошибка не более 0,25 г;
- 2, если Вы считаете что она более 0,25 г, но не более 0,5 г;
- 3, если Вы считаете что она более 0,5 г, но не более 1 г;
- 4, если Вы считаете что она более 1 г, но не более 1,5 г;
- 5, если Вы считаете что она более 1,5 г.

**Возможное решение:** Из данных задачи видно (масса растаявшего льда меньше массы брошенного), что в конечном состоянии в термосе лед и вода находятся в равновесии, то есть конечная температура содержимого термоса равна  $0^\circ\text{C}$  (вода остыла до этой температуры, а лед до начала таяния прогрелся до нее). Учитывая это, запишем уравнение теплового баланса для установления равновесия в первом термосе (обозначив  $M$  массу воды в термосе,  $m$  – массу кубика,  $t_1 > 0^\circ\text{C}$  и  $t_2 < 0^\circ\text{C}$  – начальные температуры воды и льда,  $m_1$  – масса растаявшего льда):  $c_B M t_1 = c_L m(-t_2) + \lambda m_1$ , а также аналогичное уравнение для второго термоса:  $c_B M t_1 = c_L 2m(-t_2) + \lambda m_2$ . Из этих уравнений находим, что  $c_L m(-t_2) = \lambda(m_1 - m_2)$ . Из первого уравнения и уравнения теплового баланса для установления равновесия в третьем термосе  $c_B M t_1 = c_L 3m(-t_2) + \lambda m_3$  аналогично получим  $2c_L m(-t_2) = \lambda(m_1 - m_3)$ . Из двух полученных соотношений находим массу льда, растаявшего в третьем термосе  $m_3 = 2m_2 - m_1 = 8\text{ г}$ . Видно, что лед все же начал таять, так что конечная температура действительно равна  $0^\circ\text{C}$ .

При подстановке числовых значений масс в полученную формулу максимальная допустимая (при указанной ошибке измерения) величина  $m_{2\max} = m_2 + \Delta m = 22,5\text{ г}$ , а минимальная возможная величина  $m_{1\min} = m_1 - \Delta m = 35,5\text{ г}$ . Значит, максимальная возможная величина  $m_{3\max} = 2m_2 - m_1 + 3\Delta m = 9,5\text{ г}$ . Аналогичное рассуждение показывает, что  $m_{3\min} = 2m_2 - m_1 - 3\Delta m = 6,5\text{ г}$ . То есть ошибка в определении  $m_3$  не превышает 1,5 г, что отвечает предложению 4.

**ОТВЕТЫ:** 3.1. 8. 3.2 4.

4. Световое излучение – это разновидность *электромагнитных волн*, причем разные цвета отличаются друг от друга *длиной волны  $\lambda$*  (это расстояние между двумя «гребнями» волны). В таблице ниже приведена связь между длиной волны в нанометрах ( $1\text{ нм} = 10^{-9}\text{ м}$ ) и видимым цветом:

|            |            |            |            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| красный    | оранжевый  | желтый     | зеленый    | голубой    | синий      | фиолетовый |
| 625–740 нм | 590–625 нм | 565–590 нм | 500–565 нм | 485–500 нм | 440–485 нм | 380–440 нм |
| 78%        | 77%        | 75%        | 72%        | 68%        | 62%        | 54%        |

«Белый цвет» - это равномерная смесь всех этих цветов, то есть в «белом» световом пучке во всем диапазоне длин волн от 380 нм до 740 нм на одинаковые интервалы ее значений  $\Delta\lambda$  приходится одинаковые доли от общей *интенсивности* пучка  $I$  (так называют энергию светового излучения, проходящую за единицу времени через единицу площади поперечного сечения пучка). Пусть белый свет падает на поверхность зеркала, которую мы разглядываем через «зеленый» светофильтр (то есть этот светофильтр пропускает «зеленые» световые лучи практически без потери энергии, а все остальные поглощает или отражает). В нижней строке таблицы указано, какую долю падающей энергии (в процентах) отражает зеркало для диапазона длин волн, соответствующему каждому из цветов. Определите, какую часть от интенсивности падающего на зеркало света составляет интенсивность света, прошедшего светофильтр. Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения.

**Возможное решение:** Обратим внимание, что определения интенсивности света после светофильтра мы можем не рассматривать никакие лучи, кроме «зеленых», так как все остальные лучи не пройдут светофильтр. Поэтому сразу заметим, что, если интенсивность исходного белого светового пучка принять равной  $I_0$ , то интенсивность «зеленого» света в этом пучке

$$I' = \frac{65\text{нм}}{360\text{нм}} I_0 = \frac{13}{72} I_0. \text{ Здесь } 65 \text{ нм} = 565 \text{ нм} - 500 \text{ нм} \text{ соответствуют ширине диапазона длин волн}$$

зеленого цвета, а  $360 \text{ нм} = 740 \text{ нм} - 380 \text{ нм}$  есть полная ширина диапазона длин волн видимого света (то есть всех цветов, составляющих белый цвет). При отражении от зеркала эта интенсивность понизится (в соответствии с таблицей) до  $I'' = 0,72 \cdot I' = 0,13 \cdot I_0$ . Итак, интенсивность света, прошедшего светофильтр, составляет 13% от интенсивности света, падающего на зеркало.

**ОТВЕТ: 13.**

#### **КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ варианта 2:**

| вопрос | ответ участника             | балл |
|--------|-----------------------------|------|
| 1.1    | 1,5                         | 2    |
|        | 1                           | 1    |
| 1.2    | 4                           | 4    |
|        | 3 или 5                     | 2    |
| 1.3    | 25                          | 4    |
|        | от 22 до 24 или от 26 до 28 | 2    |
| 2.1    | 0,32                        | 6    |
|        | 0,31 или 0,33               | 3    |
| 2.2    | 0,16                        | 10   |
|        | 0,15 или 0,17               | 5    |
| 3.1    | 8                           | 10   |
|        | 7 или 9                     | 5    |
| 3.2    | 4                           | 4    |
|        | 3                           | 2    |
|        | 13                          | 10   |

|                     |           |    |
|---------------------|-----------|----|
| 4                   | 12 или 14 | 5  |
| Максимальная оценка |           | 50 |

### Вариант 6

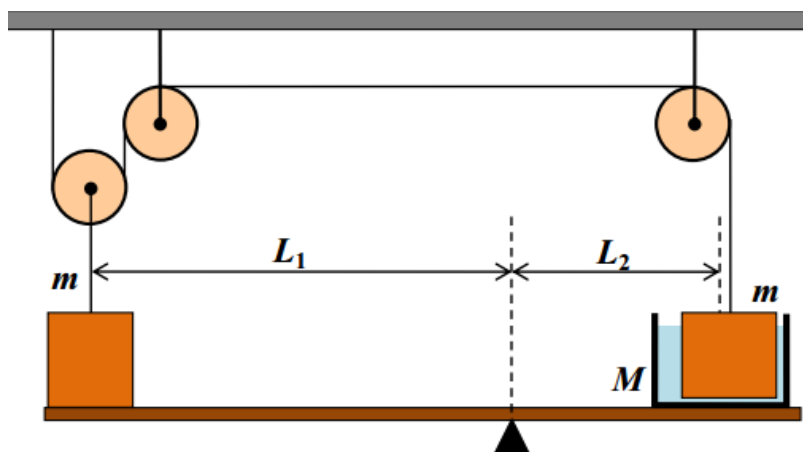
1. Два одинаковых пластиковых цилиндра массой по  $m = 2$  кг прикреплены к концам легкой нерастяжимой нити и подвешены к потолку с помощью трех идеальных блоков (см. рисунок). Первый цилиндр стоит на одной из сторон легкого рычага, а второй – опущен в сосуд с водой, который помещен на другую сторону того же рычага. Массы сосуда с водой  $M = 0,5$  кг. Расстояния от точки опоры рычага до центров площадей опоры первого груза и сосуда с водой относятся как  $L_1:L_2=2:1$ . Плотность пластика, из которого изготовлены цилиндры, в 1,2 раза больше плотности воды. Система находится в равновесии.

1.1. Найдите отношение величин сил давления сосуда с водой и первого груза на рычаг  $N_2:N_1$ .

Ответ запишите с точностью до целого значения.

1.2. Считая ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, найдите величину силы натяжения нити. Ответ запишите в ньютонах с точностью до целого значения.

1.3. Какая часть объема второго цилиндра находится под поверхностью воды в сосуде? Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения.



Решение может быть полностью аналогично решению задачи 1 из варианта 2.

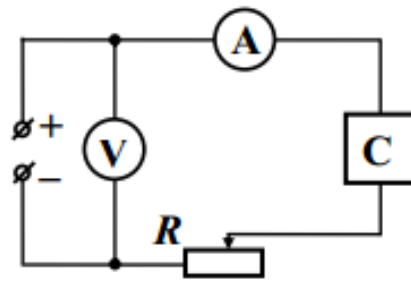
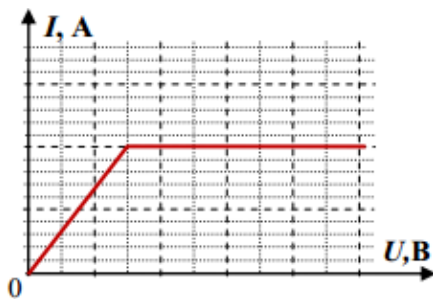
**ОТВЕТЫ:** 1.1. 2. 1.2. 5. 1.3. 90.

2. Стабилизатор тока – нелинейный элемент электрических цепей, то есть он не всегда подчиняется закону Ома. Школьники нашли в лаборатории стабилизатор тока и паспорт к нему. Однако текст и многие надписи в паспорте выцвели, и они не смогли прочесть числа в подписях к осям на графике ВАХ стабилизатора, показанной на рисунке слева. Тогда они собрали цепь по схеме, приведенной на правом рисунке, и измерили с помощью практически идеальных приборов напряжение и силу тока при разных сопротивлениях реостата. Результаты измерений они занесли в таблицу:

|          |                 |                 |                 |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $R$ , Ом | 15              | 30              | 45              |
| $U$ , В  | $9,0 \pm 0,1$   | $9,0 \pm 0,1$   | $9,0 \pm 0,1$   |
| $I$ , А  | $0,20 \pm 0,01$ | $0,20 \pm 0,01$ | $0,15 \pm 0,01$ |

2.1. Найдите величину силы тока, соответствующей участку стабилизации (на графике – параллельный оси напряжений). Ответ запишите в А, с точностью до сотых.

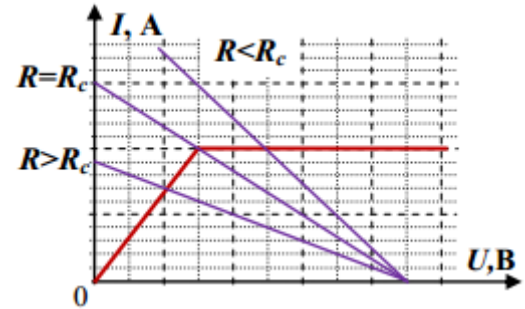
2.2. Предскажите величину силы тока, которую покажет амперметр при  $R = 60$  Ом. Ответ запишите в А, с точностью до сотых.



**Возможное решение:** Постоянство напряжения, фиксируемого вольтметром, в данной схеме означает, что напряжение источника практически не зависит от сопротивления нагрузки, то есть источник можно считать идеальным и не учитывать его внутреннее сопротивление. Более того, ясно, что напряжение, создаваемое этим идеальным источником равно  $U_0 \approx 9,0\text{В}$ .

Напряжение на стабилизаторе равно  $U = U_0 - IR$ , и поэтому сила тока при каждом значении определяется точкой пересечения прямой  $I = \frac{U_0 - U}{R}$

с графиком ВАХ стабилизатора. Представив себе ход этой прямой, можно заметить, что существует «критическое» значение сопротивления резистора  $R_c$ , при котором эта прямая проходит точно через точку излома ВАХ стабилизатора ( $U_c, I_c$ ). При любом  $R < R_c$  сила тока в цепи равна  $I_c$ . Из результатов измерений видно, что значения 15 Ом и 30 Ом принадлежат области  $R \leq R_c$ , и  $I_c = 0,2\text{А}$ .



На наклонном участке ВАХ зависимость напряжения от силы тока можно описать выражением  $U = \frac{I}{I_c} U_c$ . Значит, сила тока определяется из уравнения  $U_0 - IR = \frac{I}{I_c} U_c$ , откуда ясно, что при

$R > R_c$  сила тока убывает с ростом  $R$  по закону  $I = \frac{U_0}{(U_c / I_c) + R}$ . Ясно, что значение 45 Ом и 60

Ом относится к этой области, то есть  $0,15\text{А} \approx \frac{9,0\text{В}}{(U_c / I_c) + 45\text{Ом}}$ . Следовательно  $\frac{U_c}{I_c} \approx 15\text{Ом}$ , и

$U_c \approx 3,0\text{В}$ . Теперь можно предсказать силу тока при  $R = 60\text{Ом}$ :  $I \approx \frac{9,0\text{В}}{15\text{Ом} + 60\text{Ом}} = 0,12\text{А}$ .

**ОТВЕТЫ:** 2.1. 0,20. 2.2. 0,12.

3. В двух одинаковых термосах находятся по 100,0 г льда с температурой  $0^\circ\text{C}$ . В первый термос налили 200,0 г горячей воды, и после установления равновесия температура содержимого термоса оказалась равна  $40^\circ\text{C}$ . Во второй термос налили 300,0 г воды с той же температурой. Известно, что удельная теплоемкость воды равна  $4,2\text{ кДж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$ , а удельная теплота плавления использованного льда –  $336\text{ кДж}/\text{кг}$ .

3.1. Какая температура установится во втором термосе? Теплоемкостью колбы термоса пренебречь. Ни один термос не переполняется. Ответ дайте в  $^\circ\text{C}$ , с точностью до целого значения.

3.2. Пусть все массы из условия известны с ошибкой не более 0,1 г, характеристики воды и льда можно считать точными, а температура в первом термосе была измерена с ошибкой не более  $1^\circ\text{C}$ . Оцените максимальную возможную ошибку полученного ответа на первый вопрос этого задания. В ответе поставьте:

- 1, если Вы считаете, что эта ошибка не более  $0,5^\circ\text{C}$ ;
- 2, если Вы считаете что она более  $0,5^\circ\text{C}$ , но не более  $1^\circ\text{C}$ ;
- 3, если Вы считаете что она более  $1^\circ\text{C}$ , но не более  $2^\circ\text{C}$  г;
- 4, если Вы считаете что она более  $2^\circ\text{C}$ , но не более  $3^\circ\text{C}$ ;
- 5, если Вы считаете что она более  $3^\circ\text{C}$ .

**Возможное решение:** Введем обозначения:  $M$  – начальная масса льда,  $m_1$  – масса горячей воды, залитой в первый термос,  $c$  – удельная теплоемкость воды, а  $\lambda$  – удельная теплота плавления льда. Пусть также  $t_0$  – начальная температура горячей воды. Уравнение теплового баланса для установления равновесия в первом термесе, в котором установилась температура  $t_1$ , имеет вид

$$M(\lambda + ct_1) = cm_1(t_0 - t_1). \text{ Из него следует, что } t_0 = \frac{M}{m_1} \frac{\lambda}{c} + \frac{M + m_1}{m_1} t_1. \text{ Ясно, что для второго}$$

термоса это уравнение будет аналогичным, то есть  $t_0 = \frac{M}{m_2} \frac{\lambda}{c} + \frac{M + m_2}{m_2} t_2$ . Приравнявая левые

$$\text{части этих выражений, находим, что } t_2 = \frac{M(m_2 - m_1)}{m_1(M + m_2)} \frac{\lambda}{c} + \frac{m_2(M + m_1)}{m_1(M + m_2)} t_1 = \frac{1}{8} \frac{\lambda}{c} + \frac{9}{8} t_1 = 55^\circ\text{C}.$$

При подстановке числовых значений масс и температур в полученные формулы в первую очередь заметим, что влияние на ошибку результата ошибок в измерении температуры намного сильнее, чем ошибок в определении масс ( $\Delta m$  составляет от значений масс не более 0,1%, а  $\Delta t$  – это 2,5 % от значения  $t_1$ ). Поэтому для оценки точности можно пренебречь ошибками измерения

массы и считать, что мы определяем итоговый результат по формуле  $t_2 = \frac{1}{8} \frac{\lambda}{c} + \frac{9}{8} t_1$ . Значит,

максимальная допустимая (при указанной ошибке измерения  $t_1$ ) величина

$$t_{2\max} = 10^\circ\text{C} + \frac{9}{8}(t_1 + \Delta t) = 56,125^\circ\text{C}, \quad \text{а минимальная возможная величина}$$

$$t_{2\min} = 10^\circ\text{C} + \frac{9}{8}(t_1 - \Delta t) \approx 53,875^\circ\text{C}. \text{ Таким образом, ошибка в определении } t_2 \text{ не превышает } 1,125^\circ\text{C}, \text{ что соответствует предложению 3.}$$

**ОТВЕТЫ:** 3.1. 55. 3.2 3.

4. Сила тока фотодатчика прямо пропорциональна энергии светового излучения, поступающего в его «входное окно» в единицу времени. Этот датчик разместили на некотором расстоянии от маленькой лампы, излучающей свет одинаково во всех направлениях, развернули прямо на центр лампы, и ток датчика оказался равен 9 мА. Датчик отодвинули от лампы на 2 м, так что он по-прежнему был направлен прямо на ее центр. Сила тока фотодатчика стала равна 4 мА. Тогда его отодвинули от лампы еще на 6 м, сохранив направление на центр лампы. Какой будет сила тока датчика? Воздух между лампой и фотодатчиком считать полностью прозрачным. Ответ запишите в мА, с точностью до целого значения.

**Возможное решение:** По мере удаления от лампы площадь поверхности сферы, по которой распределена энергия излучения, растет пропорционально квадрату ее радиуса. Поэтому мощность излучения лампочки, попадающего в окно фотодатчика, расположенного на расстоянии  $r$  от нее, убывает обратно пропорционально  $r^2$ , и точно так же убывает сила тока фотодатчика. Так как при отодвигании датчика на 2 м сила тока уменьшилась в 9/4 раза, то

расстояние от лампы до датчика при отодвигании увеличилось в  $\sqrt{\frac{9}{4}} = 1,5$  раза. Это означает, что

2 м – это в точности половина начального расстояния от лампы до датчика. После отодвигания еще на 6 м расстояние станет уже в 3 раза больше начального, и поэтому сила тока фотодатчика станет в 9 раз меньше начальной, то есть 1 мА.

**ОТВЕТ:** 1.

#### **КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ варианта 6:**

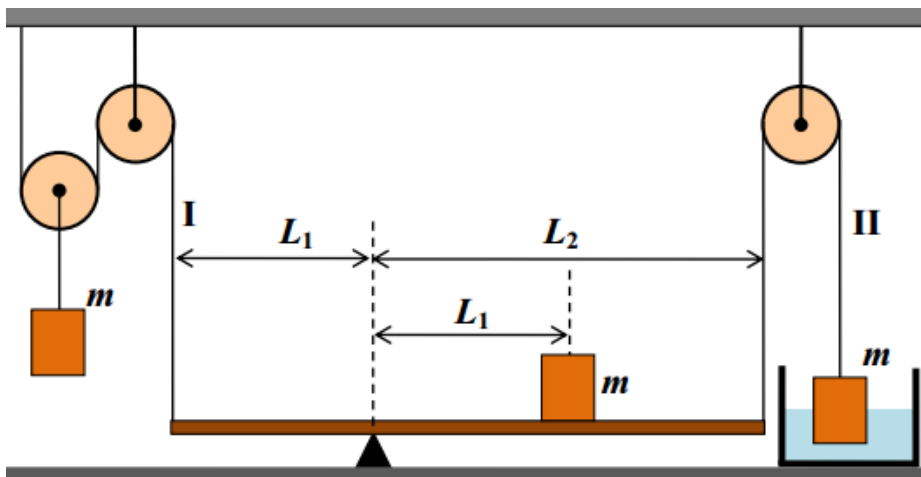
| вопрос | ответ участника | балл |
|--------|-----------------|------|
|        | 2               | 2    |

|                     |                                     |    |
|---------------------|-------------------------------------|----|
| 1.1                 | 3                                   | 1  |
| 1.2                 | 5                                   | 4  |
|                     | 4 или 6                             | 2  |
| 1.3                 | 90                                  | 6  |
|                     | от 80 до 89 или от 91 до 95         | 3  |
| 2.1                 | 0,20                                | 4  |
|                     | 0,15                                | 2  |
| 2.2                 | 0,12                                | 10 |
|                     | от 0,10 до 0,11 или от 0,13 до 0,14 | 5  |
| 3.1                 | 55                                  | 10 |
|                     | от 50 до 54 или от 56 до 60         | 5  |
| 3.2                 | 3                                   | 4  |
|                     | 2 или 4                             | 2  |
| 4                   | 1                                   | 10 |
|                     | 2                                   | 5  |
| Максимальная оценка |                                     | 50 |

### Вариант 10

1. К двум концам легкого рычага прикреплены две легких нерастяжимых нити, на которых с помощью трех идеальных блоков подвешены к потолку два одинаковых пластиковых цилиндра массой по  $m = 800$  г. Один из них (будем называть его «вторым», и аналогично – «второй» – будем называть нить, на которой он подвешен) опущен в сосуд с водой, стоящий рядом с рычагом. Еще один («третий») такой же цилиндр поставлен на правую сторону рычага (см. рисунок). Расстояния от точки опоры рычага до первой и второй нити относятся как  $L_1:L_2=1:2$ , центр площади основания третьего цилиндра находится на расстоянии  $L_1$  от точки опоры рычага. Плотность пластика, из которого изготовлены цилиндры, в 2 раза больше плотности воды. Система находится в равновесии. Ускорение свободного падения считать равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>

- 1.1. Найдите величину силы натяжения первой нити  $T_1$ . Ответ запишите в ньютонах с точностью до целого значения, без указания единиц измерения.
- 1.2. Найдите величину силы натяжения второй нити  $T_2$ . Ответ запишите в ньютонах с точностью до целого значения, без указания единиц измерения.
- 1.3. Какая часть объема второго цилиндра находится под поверхностью воды в сосуде? Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения.



**Возможное решение:** Условие равновесия первого груза (прикрепленного к подвижному блоку) дает:  $2T_1 = mg \Rightarrow T_1 = \frac{mg}{2} \approx 4 \text{ Н}$ .

Условие равновесия рычага  $L_1 T_1 + L_1 mg = L_2 T_2$  с учетом найденной ранее силы натяжения  $T_1$  позволяет найти и силу натяжения второй нити:  $T_2 = \frac{1}{2}(T_1 + mg) = \frac{3mg}{4} \approx 6 \text{ Н}$ .

Запишем теперь условие равновесия второго груза, частично погруженного в воду  $F_A + T_2 = mg$ , и найдем из него величину действующей на него силы Архимеда  $F_A = \frac{mg}{4}$ . Так как по закону

Архимеда  $F_A = \rho_B V_{\text{погр}} g$ , а  $mg = \rho_{\text{пл}} V g$ , то  $\frac{V_{\text{погр}}}{V} = \frac{\rho_{\text{пл}}}{\rho_B} \frac{1}{4} = 0,5$ . Итак, под водой находится 50% объема второго груза.

**ОТВЕТЫ:** 1.1. 4. 1.2. 6. 1.3. 50.

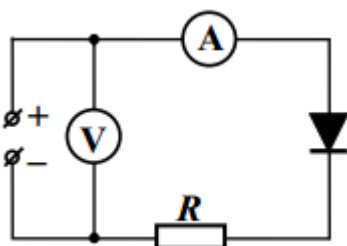
2. Школьники нашли в лаборатории полупроводниковый диод и его описание. Однако текст в описании сохранился не полностью: они узнали, что ВАХ диода с хорошей точностью описывается выражением  $I(U) = I_0 \frac{U}{U_0}$  при  $U < U_0$ , а увеличение силы тока выше  $I_0$  происходит практически без увеличения напряжения (можно считать, что при всех  $I > I_0$   $U = U_0$ ). Однако они не смогли выяснить, каковы значения  $U_0$  и  $I_0$ . Тогда они собрали цепь по схеме, приведенной на рисунке, и измерили с помощью практически идеальных приборов напряжение и силу тока при разных сопротивлениях реостата. Результаты измерений они занесли в таблицу:

|                 |                 |                 |                 |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $R, \text{ Ом}$ | 5               | 10              | 20              |
| $U, \text{ В}$  | $4,5 \pm 0,1$   | $4,5 \pm 0,1$   | $4,5 \pm 0,1$   |
| $I, \text{ А}$  | $0,60 \pm 0,01$ | $0,30 \pm 0,01$ | $0,18 \pm 0,01$ |

2.1. Найдите величину  $U_0$ . Ответ запишите в В, с точностью до десятых.

2.2. Найдите величину  $I_0$ . Ответ запишите в А, с точностью до десятых.

2.3. Предскажите величину силы тока, которую покажет амперметр при  $R = 40 \text{ Ом}$ . Ответ запишите в А, с точностью до десятых.



**Возможное решение:** Постоянство напряжения, фиксируемого вольтметром, в данной схеме означает, что напряжение источника практически не зависит от сопротивления нагрузки, то есть

источник можно считать идеальным и не учитывать его внутреннее сопротивление. Более того, ясно, что напряжение, создаваемое этим идеальным источником равно  $U_{ист} \approx 4,5 \text{ В}$ . Существуют два режима работы диода. В первом ток больше  $I_0$ , а напряжение на диоде равно  $U_0$ . С другой стороны, оно равно  $U = U_{ист} - IR$ . Поэтому, если диод находится в этом режиме, то произведение  $IR = U_{ист} - U_0$  является постоянным. Из таблицы видно, что первые две точки относятся именно к этому режиму:  $U_{ист} - U_0 = I_1 R_1 = I_2 R_2 \approx 3,0 \text{ В}$ . Следовательно,  $U_0 \approx 1,5 \text{ В}$ . Третья точка этим свойством не обладает ( $I_3 R_3 \approx 3,6 \text{ В}$ ), то есть эта точка соответствует другому режиму работы диода, когда  $U = U_{ист} - I_3 R_3 = 0,9 \text{ В} < U_0$ . Сила тока при таком напряжении  $I = I_0 \frac{U}{U_0} = 0,18 \text{ А} = I_0 \cdot 0,6$ . Значит,  $I_0 \approx 0,3 \text{ А}$ .

При произвольной величине  $R$  в режиме  $U < U_0$  сила тока определяется из уравнения  $U_{ист} - IR = U_0 \frac{I}{I_0} \Rightarrow I = \frac{U_{ист} I_0}{U_0 + I_0 R}$ , и при  $R = 40 \text{ Ом}$   $I \approx 0,1 \text{ А}$ .

**ОТВЕТЫ:** 2.1. 1,5. 2.2. 0,3. 2.3. 0,1.

3. В термосе находился кипяток. В него засыпали порцию мокрого снега (смесь ледяных кристаллов и жидкой воды в равновесии), и после установления равновесия температура содержимого термоса стала равна  $t_1 = 82,4^\circ \text{С}$ . После засыпания еще одной такой же порции мокрого снега и установления равновесия температура упала до  $t_2 = 68^\circ \text{С}$ . Найдите долю (по массе) ледяных кристаллов в мокром снеге. Удельная теплоемкость воды  $c \approx 4,2 \text{ Дж/(г} \cdot ^\circ \text{С)}$ , удельная теплота плавления льда  $\lambda \approx 336 \text{ Дж/г}$ .

- 3.1. Найдите отношение начальной массы воды (кипятка) в термосе к массе одной порции мокрого снега. Ответ запишите в виде целого числа.
- 3.2. Найдите долю массы ледяных кристаллов от общей массы мокрого снега. Ответ дайте в процентах точно до целого значения.
- 3.3. Пусть температуры  $t_1$  и  $t_2$  из условия известны с ошибкой не более  $0,1^\circ \text{С}$ , характеристики воды и льда можно считать точными, а температура кипятка нам известна точно (давление строго равно нормальному атмосферному). Оцените максимальную возможную ошибку полученного ответа на первый вопрос этого задания. В ответе поставьте:

- 1, если Вы считаете, что эта ошибка не более 0,05;
- 2, если Вы считаете что она более 0,05, но не более 0,2;
- 3, если Вы считаете что она более 0,2, но не более 0,5;
- 4, если Вы считаете что она более 0,5, но не более 1,5;
- 5, если Вы считаете что она более 1,5.

**Возможное решение:** С самого начала ясно, что начальная температура кипятка  $t_0 = 100^\circ \text{С}$ , а температура мокрого снега равна  $0^\circ \text{С}$ . Введем обозначения:  $M$  – начальная масса кипятка в термосе,  $m$  – масса одной порции мокрого снега,  $n$  – массовая доля льда в мокром снеге. Запишем уравнение теплового баланса для определения температуры  $t_1$  после засыпания одной порции:  $cM(t_0 - t_1) = cmt_1 + \lambda nm$ , и аналогичное для  $t_2$ :  $cM(t_0 - t_2) = c2mt_2 + \lambda n2m$ . Умножив первое уравнение на 2 и вычитая из полученного равенства второе, находим:  $\frac{M}{m} = \frac{2(t_1 - t_2)}{t_0 + t_2 - 2t_1} = 9$ .

Разделив эти два уравнения друг на друга, получаем уравнение на вторую искомую величину  $n$ :  $\frac{2(t_0 - t_1)}{t_0 - t_2} = \frac{t_1 + (\lambda/c)n}{t_2 + (\lambda/c)n} \Rightarrow n = \frac{c}{\lambda} \frac{t_1(t_0 + t_2) - 2t_0 t_2}{t_0 + t_2 - 2t_1} = 0,95$ . Таким образом,  $n = 95 \%$ .

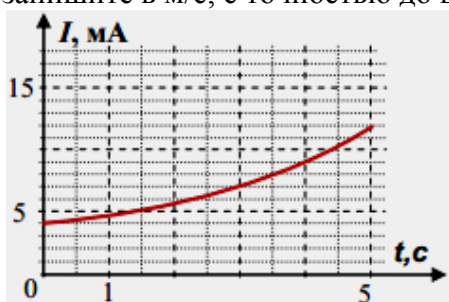
Максимальная допустимая (при указанной ошибке измерения температур) величина  $\left(\frac{M}{m}\right)_{\max} = \frac{2(82,5 - 67,9)}{167,9 - 165} \approx 10,07$ , а минимальная возможная величина



$\left(\frac{M}{m}\right)_{\min} = \frac{2(82,3-68,1)}{1681-164,6} \approx 8,11$ . Таким образом, максимальная ошибка в определении  $\frac{M}{m}$  около 1,1, что соответствует предложению 4.

**ОТВЕТЫ:** 3.1. 9. 3.2 95. 3.3. 4.

4. Сила тока фотодатчика прямо пропорциональна энергии светового излучения, поступающего в его «входное окно» в единицу времени. Этот датчик разместили на небольшом роботе модели «мотылек». Изначально робот находился на расстоянии 12 м маленькой лампы, излучающей свет одинаково во всех направлениях. Робот развернулся так, что окно фотодатчика «смотрело» прямо на лампочку. Робот поехал прямо к лампочке с постоянной скоростью, записывая данные о силе тока датчика  $I$  в зависимости от времени  $t$ , прошедшем от начала движения. По этим данным построен график, показанный на рисунке. Найдите скорость движения робота. Воздух между лампой и фотодатчиком считать полностью прозрачным. Ответ запишите в м/с, с точностью до целого значения.



Аналогично решению задачи 4 из варианта 6 можно заметить, что к моменту времени  $t = 4$  с расстояние от робота до лампы уменьшилась на  $1/3$  от начального, то есть на 4 м. Значит, его скорость была равна 1 м/с.

**ОТВЕТ:** 1.

**КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ варианта 10:**

| вопрос | ответ участника             | балл |
|--------|-----------------------------|------|
| 1.1    | 4                           | 2    |
|        | 5                           | 1    |
| 1.2    | 6                           | 4    |
|        | 5 или 7                     | 2    |
| 1.3    | 50                          | 6    |
|        | от 45 до 49 или от 51 до 55 | 3    |
| 2.1    | 1,5                         | 4    |
|        | 1,2 или 1,3 или 1,4 или 1,6 | 2    |
| 2.2    | 0,3                         | 4    |
|        | 0,2 или 0,4                 | 2    |
| 2.3    | 0,1                         | 6    |
|        | 0,2                         | 3    |
| 3.1    | 9                           | 4    |
|        | 8 или 10                    | 2    |

|                     |                             |    |
|---------------------|-----------------------------|----|
| 3.2                 | 95                          | 6  |
|                     | от 90 до 94 или от 96 до 98 | 3  |
| 3.3                 | 4                           | 4  |
|                     | 3 или 5                     | 2  |
| 4                   | 1                           | 10 |
|                     | 2                           | 5  |
| Максимальная оценка |                             | 50 |

### Ответы, решения и критерии оценивания – 9 классы:

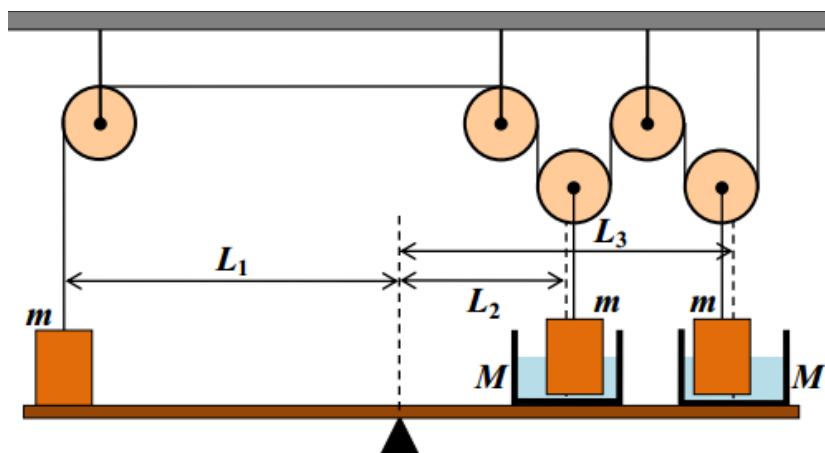
#### Вариант 3

1. Три одинаковых пластиковых цилиндра прикреплены к концам легкой нерастяжимой нити и подвешены к потолку с помощью пяти идеальных блоков (см. рисунок). Первый цилиндр стоит на одной из сторон легкого рычага, а второй и третий – опущены в одинаковые сосуды с водой, помещенные на другую сторону того же рычага. Масса одного сосуда с водой равна двенадцатой части массы одного цилиндра ( $M=m/12$ ). Расстояния от точки опоры рычага до центров площадей опоры первого груза и сосудов связаны соотношениями  $L_1=L_3=2\cdot L_2$ . Плотность пластика, из которого изготовлены цилиндры, в  $4/3$  раза больше плотности воды. Система находится в равновесии.

1.1. Найдите отношение величины силы тяжести, действующей на один груз, к величине силы натяжения нити ( $mg$ ): $T$ . Ответ запишите с точностью до десятых.

1.2. Какая часть объема второго цилиндра находится под поверхностью воды в сосуде? Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения.

1.3. Какая часть объема третьего цилиндра находится под поверхностью воды в сосуде? Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения.



**Возможное решение:** Сначала рассмотрим силы, приложенные к рычагу. Сила, действующая на левую сторону рычага со стороны первого цилиндра, равна по величине силе, действующей на этот цилиндр со стороны рычага, и ее можно найти из условия равновесия цилиндра:  $N_1 = mg - T$ . Аналогично находим величины сил, действующей на правую сторону рычага со стороны дна каждого сосуда (из условия равновесия сосуда с водой и погруженным в нее грузом):  $N_2 = N_3 = (M + m)g - 2T$ . Условие равновесия рычага  $L_1 N_1 = L_2 N_2 + L_3 N_3$  дает нам еще одно уравнение  $2N_1 = N_2 + 2N_3$ , из которого можно определить силу натяжения нити:

$$2mg - 2T = 3(M + m)g - 6T, \text{ то есть } T = \frac{3M + m}{4}g = \frac{5}{16}mg \text{ и } \frac{mg}{T} = 3,2.$$

Сразу заметим, что второй и третий цилиндры одинаковы, они помещены в одинаковые сосуды с водой и подвешены одинаковым образом к одной и той же легкой нерастяжимой нити, сила

натяжения которой во всех точках одинакова. Ясно, что силы Архимеда, действующие на эти грузы, в состоянии равновесия должны быть одинаковы и равны  $F_A = mg - 2T$ , где  $T$  – сила натяжения нити. Следовательно, объем погруженной части у этих цилиндров одинаков. С учетом полученного выражения для силы натяжения найдем, что величины сил Архимеда  $F_A = \frac{3}{8}mg$ . По закону Архимеда эта величина связана с объемом погруженной части цилиндра  $F_A = \rho_B V_{погр} g$ , а масса цилиндра  $m = \rho_{пл} V$ . Поэтому полученное равенство дает нам соотношение  $\rho_B V_{погр} g = \frac{3}{8} \rho_{пл} V g \Rightarrow \frac{V_{погр}}{V} = \frac{3}{8} \frac{\rho_{пл}}{\rho_B} = \frac{1}{2}$ . Таким образом, второй и третий цилиндры погружены в воду на 50 %.

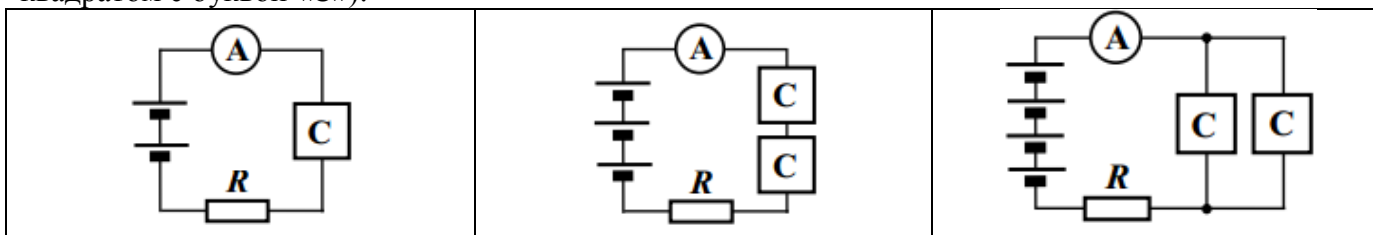
**ОТВЕТЫ:** 1.1. 3,2. 1.2. 50. 1.3. 50.

**Примечание:** для варианта с  $M=m/2$ , как видно из формулы для силы Архимеда, нить полностью вытащит второй и третий цилиндры из воды, рычагу придется наклониться и правой стороной опереться на поверхность. Поскольку цилиндры будут висеть над водой, то в этом случае  $T = \frac{1}{2}mg \Rightarrow \frac{mg}{T} = 2$ , и для обоих цилиндров  $\frac{V_{погр}}{V} = 0$ . Такие ответы тоже засчитывались. Если участник для  $M=m/2$  рассчитывал только силу натяжения нити, без вычисления силы Архимеда (то есть без проверки ее положительности), то при правильной записи уравнений в качестве ответа на вопрос 1.1 должно было получиться 1,6. Этот ответ тоже засчитывался.

2. Стабилизатор тока – нелинейный элемент электрических цепей, то есть он не всегда подчиняется закону Ома. Пусть у нас есть два одинаковых стабилизатора, ВАХ (вольт-амперная характеристика) которых описывается выражением

$$I(U) = \begin{cases} I_0 \frac{U}{U_0} \left( 2 - \frac{U}{U_0} \right), & U < U_0 \\ I_0, & U \geq U_0 \end{cases}, \text{ в котором } I_0 = 2 \text{ А}, U_0 = 3 \text{ В}.$$

Из этих стабилизаторов, одинаковых батареек с ЭДС  $\mathcal{E}_1 = 1,5 \text{ В}$  и пренебрежимо малым внутренним сопротивлением, резистора с сопротивлением  $R = 1 \text{ Ом}$  и амперметра собирали три различные цепи по схемам, представленным в таблице ниже (стабилизаторы обозначены квадратом с буквой «С»).



Считая амперметр идеальным, ответьте на вопросы:

- 2.1. Чему равна сила тока через амперметр в схеме 1 из левого столбца таблицы? Ответ запишите в амперах, с точностью до десятых.
- 2.2. Чему равна сила тока через амперметр в схеме 2 из среднего столбца таблицы? Ответ запишите в амперах, с точностью до десятых.
- 2.3. Чему равна сила тока через амперметр в схеме 3 из правого столбца таблицы? Ответ запишите в амперах, округлив до десятых.

**Возможное решение:** Рассмотрим сначала первую схему. Так как напряжение на двух батарейках равно 3 В, то напряжение на стабилизаторе точно меньше 3 В, и связь тока с напряжением для него дается уравнением  $I(U) = I_0 \frac{U}{U_0} \left( 2 - \frac{U}{U_0} \right)$ . Тогда (с учетом совпадения

$2\mathcal{E}_1 = U_0$ ) уравнение баланса напряжений имеет вид  $U_0 = U + R \cdot I_0 \frac{U}{U_0} \left( 2 - \frac{U}{U_0} \right)$ . Учтем также, что  $RI_0 = \frac{2}{3}U_0$ , и приходим к уравнению для напряжения на стабилизаторе:

$\left(\frac{U}{U_0}\right)^2 - \frac{7}{2} \frac{U}{U_0} + \frac{3}{2} = 0$ . Так как нам нужно решение с  $U < U_0$ , то выбираем меньший корень  $\frac{U}{U_0} = \frac{1}{2}$ . Значит, сила тока через амперметр  $I(U) = \frac{3}{4} I_0 = 1,5 \text{ А}$ .

Для второй схемы напряжение на двух последовательно соединенных стабилизаторах явно меньше 4,5 В, то есть на каждом из них – снова меньше «порога»! Снова используем нелинейную связь тока с напряжением. Теперь  $3\mathcal{E}_1 = \frac{3}{2} U_0 = 2U + R \cdot I_0 \frac{U}{U_0} \left(2 - \frac{U}{U_0}\right)$  (где  $U$  – напряжение на

одном стабилизаторе). Теперь приходим к другому уравнению  $\left(\frac{U}{U_0}\right)^2 - 5 \frac{U}{U_0} + \frac{9}{4} = 0$ , но его меньший корень снова  $\frac{U}{U_0} = \frac{1}{2}$ . Поэтому и сила тока через амперметр прежняя  $I(U) = \frac{3}{4} I_0 = 1,5 \text{ А}$ .

Для третьей схемы начнем с того, что проверим, может ли напряжение на параллельно соединенных стабилизаторах быть не ниже «порога»: если  $U \geq U_0$ , то ток через каждый стабилизатор равен  $I_0 = 2 \text{ А}$ , ток через резистор  $2I_0 = 4 \text{ А}$ , и напряжение на стабилизаторах  $U = 4\mathcal{E}_1 - 2I_0 R = 2 \text{ В}$ , то есть на самом деле опять меньше  $U_0$ . Поэтому действуем по все той же

схеме: уравнение баланса напряжений теперь имеет вид  $2U_0 = U + R \cdot 2I_0 \frac{U}{U_0} \left(2 - \frac{U}{U_0}\right)$ , то есть

$\left(\frac{U}{U_0}\right)^2 - \frac{11}{4} \frac{U}{U_0} + \frac{3}{2} = 0$ . Нужный корень  $\frac{U}{U_0} = \frac{3}{4}$ , и сила тока через каждый стабилизатор  $I(U) = \frac{15}{16} I_0$ . Ток через амперметр  $I_A = 2I(U) = \frac{15}{8} I_0 = 3,75 \text{ А}$ .

**ОТВЕТЫ:** 2.1. 1,5. 2.2. 1,5. 2.3. 3,8.

3. В трех одинаковых термосах находятся по 200 г жидкой воды с одинаковой температурой. В первый бросили нагретую выше температуры кипения металлическую пластину, во второй – две таких же пластины, а в третий – четыре. В первом термосе до установления равновесия испарилось 8 г воды, во втором – 18 г.

3.1. Какая масса воды испарилась в третьем термосе? Теплоемкостью колбы термоса пренебречь. Ни один термос не переполняется. Можно считать, что вода интенсивно испаряется только во время остывания пластин до температуры кипения. Ответ дайте в граммах, с точностью до целого значения.

3.2. Пусть все массы из условия известны с ошибкой не более 0,5 г. Оцените максимальную возможную ошибку полученного ответа на первый вопрос этого задания. В ответе поставьте:

- 1, если Вы считаете, что эта ошибка не более 0,25 г;
- 2, если Вы считаете что она более 0,25 г, но не более 0,5 г;
- 3, если Вы считаете что она более 0,5 г, но не более 1 г;
- 4, если Вы считаете что она более 1 г, но не более 2,5 г;
- 5, если Вы считаете что она более 2,5 г.

**Возможное решение:** Запишем уравнение теплового баланса для установления равновесия в первом термосе (обозначив  $M$  массу воды в термосе,  $m$  – массу пластины,  $t_1 < 100^\circ\text{C} \equiv t_0$  и  $t_2 > 100^\circ\text{C}$  – начальные температуры воды и пластин,  $c_B$  и  $c_n$  – удельные теплоемкости воды и материала пластин). С учетом того, что пластина остывает до температуры кипения  $t_0$  (после этого интенсивное испарение воды, согласно условию, прекращается и оставшаяся вода и пластина «очень медленно» остывают только за счет теплообмена):  $c_B M(t_0 - t_1) + rM_1 = c_n m(t_2 - t_0)$ , а также аналогичное уравнение для второго термоса:  $c_B M(t_0 - t_1) + rM_2 = c_n 2m(t_2 - t_0)$ . Умножив первое уравнение на 2 и вычитая из него второе,

получаем:  $c_B M(t_0 - t_1) = r(M_2 - 2M_1)$ . Уравнение теплового баланса для установления равновесия в третьем термосе:  $c_B M(t_0 - t_1) + rM_3 = c_n 4m(t_2 - t_0)$ , и из него вместе с первым уравнением находим, что  $3c_B M(t_0 - t_1) = r(M_3 - 4M_1)$ . Из двух полученных соотношений выражаем искомую массу испарившейся воды в третьем термосе:  $M_3 = 3M_2 - 2M_1 = 38$  г.

Для оценки точности найдем максимальное (при максимальном  $M_2$  и минимальном  $M_1$ ) и минимальное (наоборот) значение найденной массы:  $M_{3\max} = 3(18 + 0,5) \text{ г} - 2(8 - 0,5) \text{ г} = (38 + 2,5) \text{ г}$  и  $M_{3\min} = (38 - 2,5) \text{ г}$ . Как видно, максимальная возможная ошибка полученного ответа около 2,5 г, что отвечает предложению номер 4.

**ОТВЕТЫ:** 3.1. 38. 3.2 4.

4. Световое излучение – это разновидность *электромагнитных волн*, причем разные цвета отличаются друг от друга *длиной волны  $\lambda$*  (это расстояние между двумя «гребнями» волны). В таблице ниже приведена связь между длиной волны в нанометрах ( $1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$ ) и видимым цветом:

|            |            |            |            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| красный    | оранжевый  | желтый     | зеленый    | голубой    | синий      | фиолетовый |
| 625–740 нм | 590-625 нм | 565-590 нм | 500-565 нм | 485-500 нм | 440-485 нм | 380-440 нм |

«Белый цвет» - это равномерная смесь всех этих цветов, то есть в «белом» световом пучке во всем диапазоне длин волн от 380 нм до 740 нм на одинаковые интервалы ее значений  $\Delta\lambda$  приходится одинаковые доли от общей *интенсивности* пучка  $I$  (так называют энергию светового излучения, проходящую за единицу времени через единицу площади поперечного сечения пучка). Пусть белый свет падает на поверхность зеркала, которую мы разглядываем через «синий» светофильтр (то есть этот светофильтр пропускает «синие» световые лучи с эффективностью, описываемой

коэффициентом прохождения  $T(\lambda) = \frac{320 \text{ нм}}{\lambda}$ , а все остальные полностью поглощает или отражает). Известно, что коэффициент отражения зеркала (показывающий, какую долю падающей энергии отражает зеркало для данной длины волны)  $R(\lambda) = \frac{\lambda}{800 \text{ нм}}$ . Определите,

какую часть от интенсивности падающего на зеркало света составляет интенсивность света, прошедшего светофильтр. Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения.

**Возможное решение:** Пусть интенсивность падающего «белого» света равна  $I_0$ . Тогда на каждый «малый» интервал длин волн  $\Delta\lambda$  приходится часть общей интенсивности  $\Delta I = \frac{\Delta\lambda}{360 \text{ нм}} I_0$  (здесь 360 нм – ширина диапазона «видимого» света 740 нм – 380 нм). После отражения от зеркала эта часть еще уменьшается и становится равной  $\Delta I' = R(\lambda) \cdot \Delta I = \frac{\lambda}{800 \text{ нм}} \cdot \frac{\Delta\lambda}{360 \text{ нм}} I_0$ .

Интенсивность после прохождения светофильтра еще уменьшается:  $\Delta I'' = T(\lambda) \Delta I' = \frac{320 \text{ нм}}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{800 \text{ нм}} \cdot \frac{\Delta\lambda}{360 \text{ нм}} I_0 = \frac{\Delta\lambda}{900 \text{ нм}} I_0$ , причем это выражение теперь относится

только к «синим» лучам в диапазоне от 440 нм до 485 нм (шириной 45 нм), так как остальные лучи через светофильтр совсем не проходят. Значит, общая интенсивность пучка на выходе из светофильтра  $I'' = \frac{45 \text{ нм}}{900 \text{ нм}} I_0 = \frac{1}{20} I_0$ . Итак, его интенсивность составляет 5% от первоначальной.

**ОТВЕТ:** 5.

### КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ варианта 3:

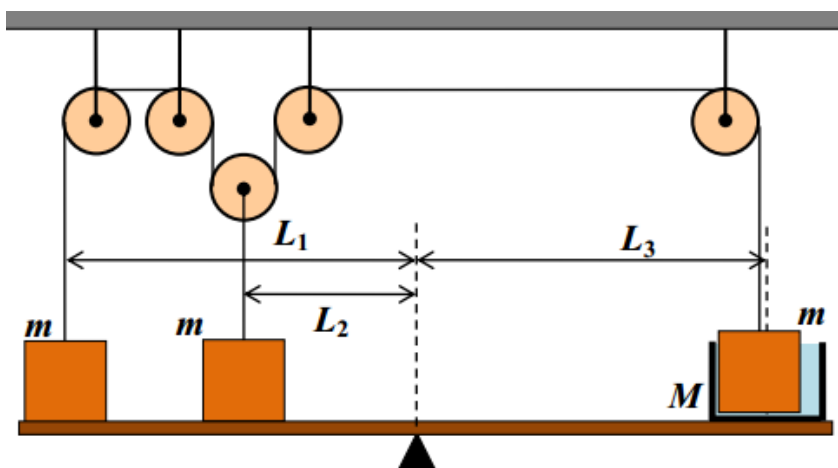
| вопрос | ответ участника | балл |
|--------|-----------------|------|
| 1.1    | 3,2             | 4    |
|        | 1,6             | 4    |
|        | 2,0             | 4    |

|                     |                                                    |    |
|---------------------|----------------------------------------------------|----|
|                     | от 1,0 до 1,5 и от 1,7 до 1,9                      | 2  |
| 1.2                 | 50                                                 | 4  |
|                     | 0                                                  | 4  |
|                     | от 45 до 49 или от 51 до 55                        | 2  |
| 1.3                 | 50                                                 | 2  |
|                     | 0                                                  | 2  |
|                     | ответ отличается от 50, но совпадает с ответом 1.2 | 1  |
| 2.1                 | 1,5                                                | 4  |
|                     | 1,4 или 1,6                                        | 2  |
| 2.2                 | 1,5                                                | 6  |
|                     | 1,4 или 1,6                                        | 3  |
| 2.3                 | 3,8                                                | 6  |
|                     | 3,7                                                | 6  |
|                     | 3,75                                               | 6  |
|                     | 3,6 или 3,9                                        | 3  |
| 3.1                 | 38                                                 | 10 |
|                     | 37 или 39                                          | 5  |
| 3.2                 | 4                                                  | 4  |
|                     | 3 или 5                                            | 2  |
| 4                   | 5                                                  | 10 |
|                     | 4 или 6                                            | 5  |
| Максимальная оценка |                                                    | 50 |

### Вариант 7

1. Три одинаковых пластиковых цилиндра прикреплены к концам легкой нерастяжимой нити и подвешены к потолку с помощью пяти идеальных блоков (см. рисунок). Первый цилиндр стоит на одной из сторон легкого рычага, второй – на той же стороне рычага ближе к опоре, а третий – опущен в сосуд с водой, который помещен на другую сторону того же рычага. Масса сосуда с водой в четыре раза меньше массы одного груза. Расстояния от точки опоры рычага до центров площадей опоры первого груза, второго груза и сосуда связаны соотношениями  $L_1=L_3=2\cdot L_2$ . Плотность пластика, из которого изготовлены цилиндры, в 1,2 раза больше плотности воды. Система находится в равновесии.

- 1.1. Найдите отношение величины силы тяжести, действующей на один груз, к величине силы натяжения нити ( $mg$ ): $T$ . Ответ запишите с точностью до целого значения.
- 1.2. Найдите отношение силы давления первого цилиндра на рычаг к силе давления второго цилиндра на рычаг  $N_1:N_2$ . Ответ запишите с точностью до десятых.
- 1.3. Какая часть объема третьего цилиндра находится под поверхностью воды в сосуде? Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения.



**Возможное решение:** Сначала рассмотрим силы, приложенные к рычагу. Силы, действующие на левую сторону рычага со стороны первого и второго цилиндров, равны по величине силам, действующей на эти цилиндры со стороны рычага, а их можно найти из условий равновесия цилиндров:  $N_1 = mg - T$  и  $N_2 = mg - 2T$ . Аналогично находим величину силы, действующей на правую сторону рычага со стороны дна сосуда (из условия равновесия сосуда с водой и погруженным в нее грузом):  $N_3 = (M + m)g - T$ . Условие равновесия рычага  $L_1 N_1 + L_2 N_2 = L_3 N_3$  дает нам еще одно уравнение  $2N_1 + N_2 = 2N_3$ , из которого можно определить силу натяжения нити:  $2mg - 2T + mg - 2T = 2(M + m)g - 2T$ , то есть  $T = \frac{m - 2M}{2}g = \frac{1}{4}mg$  и  $\frac{mg}{T} = 4$ .

Теперь можно определить, что  $N_1 = \frac{3}{4}mg$  и  $N_2 = \frac{1}{2}mg$ . Значит,  $\frac{N_1}{N_2} = \frac{3}{2}$ .

Сила Архимеда, действующая на третий груз, в состоянии равновесия равна  $F_A = mg - T = \frac{3}{4}mg$ .

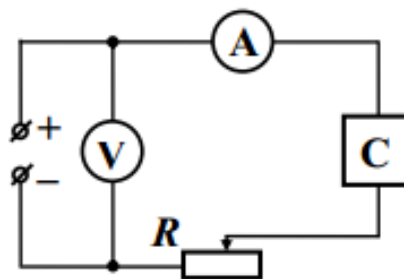
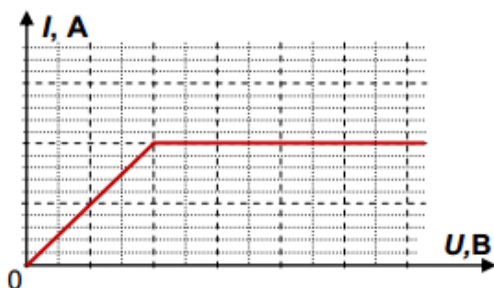
По закону Архимеда эта величина связана с объемом погруженной части цилиндра  $F_A = \rho_B V_{\text{погр}} g$ , а масса цилиндра  $m = \rho_{\text{пл}} V$ . Поэтому полученное равенство дает нам соотношение  $\rho_B V_{\text{погр}} g = \frac{3}{4} \rho_{\text{пл}} V g \Rightarrow \frac{V_{\text{погр}}}{V} = \frac{3}{4} \frac{\rho_{\text{пл}}}{\rho_B} = \frac{9}{10}$ . Таким образом, третий цилиндр погружен в воду на 90 %.

**ОТВЕТЫ:** 1.1. 4. 1.2. 1,5. 1.3. 90.

2. Стабилизатор тока – нелинейный элемент электрических цепей, то есть он не всегда подчиняется закону Ома. Школьники нашли в лаборатории стабилизатор тока и паспорт к нему. Однако текст и многие надписи в паспорте выцвели, и они не смогли прочитать числа в подписях к осям на графике ВАХ стабилизатора, показанной на рисунке слева. Тогда они собрали цепь по схеме, приведенной на правом рисунке, и измерили с помощью практически идеальных приборов напряжение и силу тока при разных сопротивлениях реостата. Результаты измерений они занесли в таблицу:

|          |                 |                 |                 |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $R$ , Ом | 5               | 10              | 15              |
| $U$ , В  | $6,00 \pm 0,05$ | $6,00 \pm 0,05$ | $6,00 \pm 0,05$ |
| $I$ , А  | $0,40 \pm 0,01$ | $0,40 \pm 0,01$ | $0,30 \pm 0,01$ |

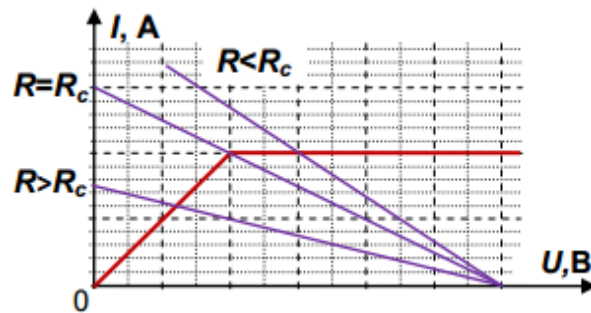
- 2.1. Найдите величину силы тока, соответствующей участку стабилизации (на графике – параллельный оси напряжений). Ответ запишите в А, с точностью до сотых.
- 2.2. Предскажите величину силы тока, которую покажет амперметр при  $R = 25$  Ом. Ответ запишите в А, с точностью до сотых.



**Возможное решение:** Постоянство напряжения, фиксируемого вольтметром, в данной схеме означает, что напряжение источника практически не зависит от сопротивления нагрузки, то есть источник можно считать идеальным и не учитывать его внутреннее сопротивление. Более того, ясно, что напряжение, создаваемое этим идеальным источником равно  $U_0 \approx 6,0 \text{ В}$ .

Напряжение на стабилизаторе равно  $U = U_0 - IR$ , и поэтому сила тока при каждом значении определяется точкой пересечения прямой  $I = \frac{U_0 - U}{R}$  с графиком ВАХ стабилизатора.

Представив себе ход этой прямой, можно заметить, что существует «критическое» значение сопротивления реостата  $R_c$ , при котором эта прямая проходит точно через точку излома ВАХ стабилизатора  $(U_c, I_c)$ . При любом  $R < R_c$  сила тока в цепи равна  $I_c$ . Из результатов измерений видно, что значения 5 Ом и 10 Ом принадлежат области  $R \leq R_c$ , и  $I_c = 0,40 \text{ А}$ .



На наклонном участке ВАХ зависимость напряжения от силы тока можно описать выражением  $U = \frac{I}{I_c} U_c$ . Значит, сила тока определяется из уравнения  $U_0 - IR = \frac{I}{I_c} U_c$ , откуда ясно, что при

$R > R_c$  сила тока убывает с ростом  $R$  по закону  $I = \frac{U_0}{(U_c / I_c) + R}$ . Ясно, что значение 15 Ом и 25

Ом относится к этой области, то есть  $0,30 \text{ А} \approx \frac{6,0 \text{ В}}{(U_c / I_c) + 15 \text{ Ом}}$ . Следовательно  $\frac{U_c}{I_c} \approx 5 \text{ Ом}$ , и

$U_c \approx 2,0 \text{ В}$ . Теперь можно предсказать силу тока при  $R = 25 \text{ Ом}$ :  $I \approx \frac{6,0 \text{ В}}{5 \text{ Ом} + 25 \text{ Ом}} = 0,20 \text{ А}$ .

**ОТВЕТЫ:** 2.1. 0,40. 2.2. 0,20.

3. В двух одинаковых термосах находятся по 100,0 г льда с температурой  $0^\circ\text{C}$ . В первый термос налили 150,0 г горячей воды, и после установления равновесия температура содержимого термоса оказалась равна  $16^\circ\text{C}$ . Во второй термос налили 700,0 г воды с той же температурой. Известно, что удельная теплоемкость воды равна  $4,2 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$ , а удельная теплота плавления использованного льда –  $336 \text{ кДж}/\text{кг}$ .

3.1. Какая температура установится во втором термосе? Теплоемкостью колбы термоса пренебречь. Ни один термос не переполняется. Ответ дайте в  $^\circ\text{C}$ , с точностью до целого значения.

3.2. Пусть все массы из условия известны с ошибкой не более 0,1 г, характеристики воды и льда можно считать точными, а температура в первом термосе была измерена с ошибкой не более  $0,5^\circ\text{C}$ . Оцените максимальную возможную ошибку полученного ответа на первый вопрос этого задания. В ответе поставьте:

- 1, если Вы считаете, что эта ошибка не более  $0,2^\circ\text{C}$ ;
- 2, если Вы считаете что она более  $0,2^\circ\text{C}$ , но не более  $1^\circ\text{C}$ ;
- 3, если Вы считаете что она более  $1^\circ\text{C}$ , но не более  $5^\circ\text{C}$  г;
- 4, если Вы считаете что она более  $5^\circ\text{C}$ , но не более  $7^\circ\text{C}$ ;
- 5, если Вы считаете что она более  $7^\circ\text{C}$ .



**Возможное решение:** Введем обозначения:  $M$  – начальная масса льда,  $m_1$  – масса горячей воды, залитой в первый термос,  $c$  – удельная теплоемкость воды, а  $\lambda$  – удельная теплота плавления льда. Пусть также  $t_0$  – начальная температура горячей воды. Уравнение теплового баланса для установления равновесия в первом термесе, в котором установилась температура  $t_1$ , имеет вид

$$M(\lambda + ct_1) = cm_1(t_0 - t_1). \text{ Из него следует, что } t_0 = \frac{M}{m_1} \frac{\lambda}{c} + \frac{M + m_1}{m_1} t_1. \text{ Ясно, что для второго}$$

термоса это уравнение будет аналогичным, то есть  $t_0 = \frac{M}{m_2} \frac{\lambda}{c} + \frac{M + m_2}{m_2} t_2$ . Приравнявая левые

$$\text{части этих выражений, находим, что } t_2 = \frac{M(m_2 - m_1)}{m_1(M + m_2)} \frac{\lambda}{c} + \frac{m_2(M + m_1)}{m_1(M + m_2)} t_1 = \frac{11}{24} \frac{\lambda}{c} + \frac{35}{24} t_1 = 60^\circ\text{C}.$$

При подстановке числовых значений масс и температур в полученные формулы в первую очередь заметим, что влияние на ошибку результата ошибок в измерении температуры намного сильнее, чем ошибок в определении масс ( $\Delta m$  составляет от значений масс не более 0,1%, а  $\Delta t$  – это более 3 % от значения  $t_1$ ). Поэтому для оценки точности можно пренебречь ошибками

измерения массы и считать, что мы определяем итоговый результат по формуле  $t_2 = \frac{11}{24} \frac{\lambda}{c} + \frac{35}{24} t_1$ .

Значит, максимальная допустимая (при указанной ошибке измерения  $t_1$ ) величина

$$t_{2\max} = \frac{110}{3}^\circ\text{C} + \frac{35}{24}(t_1 + \Delta t) \approx 60,73^\circ\text{C}, \quad \text{а минимальная возможная величина}$$

$t_{2\min} = \frac{110}{3}^\circ\text{C} + \frac{35}{24}(t_1 - \Delta t) \approx 59,27^\circ\text{C}$ . Таким образом, ошибка в определении  $t_2$  не превышает  $0,73^\circ\text{C}$ , что соответствует предложению 2.

**ОТВЕТЫ:** 3.1. 60. 3.2 2.

4. Сила тока фотодатчика прямо пропорциональна энергии светового излучения, поступающего в его «входное окно» в единицу времени. Этот датчик разместили между двумя одинаковыми маленькими лампами, излучающими свет одинаково во всех направлениях. Расстояние между центрами ламп равнялось 6 м, а точка размещения датчика находилась точно на линии, соединяющей эти центры. Когда входное окно датчика развернули прямо на центр лампы 1, сила тока фотодатчика оказалась равна 8 мА. Когда его, не смещая, развернули прямо на центр лампы 2, сила тока фотодатчика стала равна 2 мА. На каком расстоянии от лампы 1 находился датчик? Воздух между лампой и фотодатчиком считать полностью прозрачным. Ответ запишите в м, с точностью до целого значения.

**Возможное решение:** По мере удаления от лампы площадь поверхности сферы, по которой распределена энергия излучения, растет пропорционально квадрату ее радиуса. Поэтому мощность излучения лампочки, попадающего в окно фотодатчика, расположенного на расстоянии  $r$  от нее, убывает обратно пропорционально  $r^2$ , и точно так же убывает сила тока фотодатчика. Поскольку сила тока датчика при направлении его на лампу 2 оказалась в 4 раза меньше, чем при направлении на лампу 1, то расстояние до лампы 2 от датчика в 2 раза больше, чем до лампы 1:  $r_2 = 2r_1$ . С другой стороны,  $r_2 + r_1 = L = 6$  м. Из этих уравнений находим, что  $r_1 = 2$  м.

**ОТВЕТ:** 2.

#### **КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ варианта 7:**

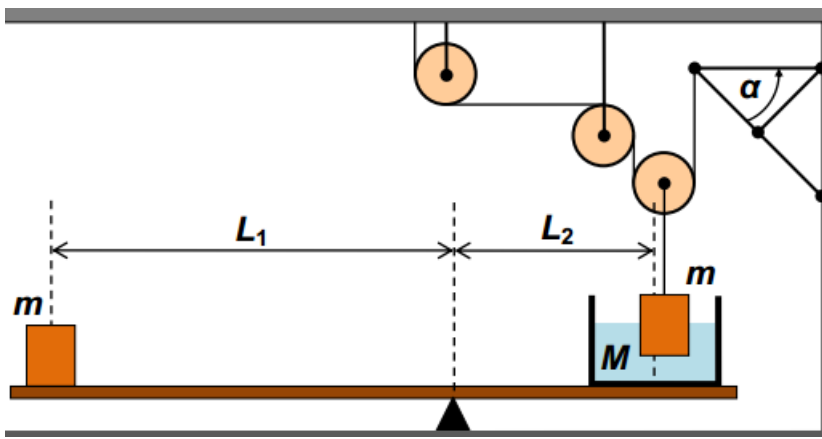
| вопрос | ответ участника | балл |
|--------|-----------------|------|
| 1.1    | 4               | 2    |
|        | 3 или 5         | 1    |

|                     |                                     |    |
|---------------------|-------------------------------------|----|
| 1.2                 | 1,5                                 | 4  |
|                     | от 1,0 до 1,4 или от 1,6 до 2,0     | 2  |
| 1.3                 | 90                                  | 6  |
|                     | от 80 до 89 или от 91 до 95         | 3  |
| 2.1                 | 0,40                                | 4  |
|                     | 0,15                                | 2  |
| 2.2                 | 0,20                                | 10 |
|                     | от 0,16 до 0,19 или от 0,21 до 0,24 | 5  |
| 3.1                 | 60                                  | 10 |
|                     | от 55 до 59 или от 61 до 65         | 5  |
| 3.2                 | 2                                   | 4  |
|                     | 1 или 3                             | 2  |
| 4                   | 2                                   | 10 |
|                     | 1                                   | 5  |
| Максимальная оценка |                                     | 50 |

### Вариант 11

1. На одной из сторон легкого рычага находится пластиковый цилиндр массой  $m = 566$  г. На другой его стороне – сосуд с водой массой  $M = 1,5 \cdot m = 849$  г, в который опущен еще один такой же пластиковый цилиндр, подвешенный к потолку и кронштейну с помощью легкой нерастяжимой нити и трех идеальных блоков (см. рисунок). Кронштейн собран из легких стержней, соединенных легкими гладкими шарнирами так, что они образуют два одинаковых прямоугольных треугольника с острыми углами по  $\alpha = 45^\circ$ . Сами стержни такими же шарнирами прикреплены к вертикальной стене. Расстояния от точки опоры рычага до оси первого цилиндра и до центра площади основания сосуда относятся как  $L_1:L_2=2:1$ . Плотность пластика, из которого изготовлены цилиндры, равна плотности воды. Система находится в равновесии. Ускорение свободного падения считать равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>

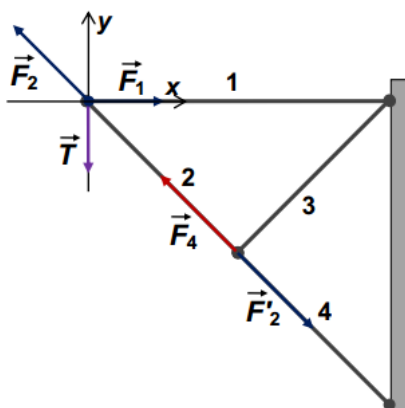
- 1.1. Найдите величину силы натяжения нити  $T$ . Ответ запишите в ньютонах с точностью до десятых, без указания единиц измерения.
- 1.2. Найдите величину силы упругости самого нижнего из стержней шарнира. Ответ запишите в ньютонах с точностью до целого значения, без указания единиц измерения.
- 1.3. Какая часть объема второго цилиндра находится под поверхностью воды в сосуде? Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения.



**Возможное решение:** Сначала рассмотрим силы, приложенные к рычагу. Сила, действующая на левую сторону рычага со стороны первого цилиндра, равна по величине силе, действующей на этот цилиндр со стороны рычага и уравнивающей силу тяжести  $N_1 = mg$ . Величину силы, действующей на правую сторону рычага со стороны дна сосуда, находим (из условия равновесия сосуда с водой и погруженным в нее грузом:  $N_2 = (M + m)g - 2T$ , где  $T$  – сила натяжения нити. Условие равновесия рычага  $L_1 N_1 = L_2 N_2$  дает нам еще одно уравнение  $2N_1 = N_2$ , из которого можно определить силу натяжения нити:  $2mg = (M + m)g - 2T$ . В результате находим, что

$$T = \frac{M - m}{2} g = \frac{1}{4} mg \approx 1,4 \text{ Н.}$$

Эта же сила натяжения, направленная вертикально вниз, действует на кронштейн со стороны нити. Прежде всего заметим, что каждый из стержней находится в равновесии под действием двух сил, действующих на него со стороны соседних шарниров (силу тяжести для «невесомого» стержня считаем равной нулю). Сумма этих сил равна нулю, поэтому силы реакций двух шарниров всегда направлены в противоположные стороны и равны по величине. Если бы линии их действия не совпадали, то такая пара сил создавала бы ненулевой момент, чего не может быть в состоянии равновесия. Поэтому эти силы направлены вдоль одной прямой, и, поскольку они приложены к разным концам стержня, то они обязательно направлены вдоль стержня. Ясно, что так же направлены и силы упругости каждого стержня, действующие на соседние с ним шарниры. Рассмотрим равновесие крайнего шарнира, к которому прикреплена нить (сходящиеся к нему стержни обозначим как «первый» и «второй» – см. рисунок). Он находится в равновесии, и сумма приложенных к нему сил (это силы упругости шарниров и сила натяжения нити) равна нулю. Горизонтальные проекции сил упругости стержней должны уравнивать друг друга, и поэтому один из них должен быть растянут, а другой сжат. При этом сумма их вертикальных проекций должна уравнивать силу натяжения, так что стержень 1 растянут, а стержень 2 сжат. Записывая условия равновесия сил в проекциях на горизонтальную ось  $x$  и вертикальную ось  $y$  находим, что  $F_2 \cdot \sin(45^\circ) = T \Rightarrow F_2 = \sqrt{2}T$  и  $F_1 = F_2 \cos(45^\circ) = T$ . Затем рассмотрим равновесие шарнира, соединяющего стержни 2, 4 и 3. Векторная сумма соответствующих сил упругости равна нулю. Стержень 3 перпендикулярен двум другим, так что его сила упругости обязана быть равной нулю, а сила упругости стержня 4 уравнивает силу упругости стержня 2, приложенную к рассматриваемому шарниру. Значит,  $F_4 = F_2 = \sqrt{2}T = \frac{mg}{2\sqrt{2}} \approx 2 \text{ Н.}$



Запишем теперь условие равновесия второго цилиндра, частично погруженного в воду  $F_A + 2T = mg$ , и найдем из него величину силы Архимеда  $F_A = (2m - M)g = \frac{mg}{2}$ . Так как по закону Архимеда  $F_A = \rho_B V_{\text{погр}} g$ , а  $mg = \rho_{\text{пл}} V g$ , то  $\frac{V_{\text{погр}}}{V} = \frac{\rho_{\text{пл}}}{\rho_B} \frac{2m - M}{m} = 0,5$ . Итак, под водой находится 50% объема второго цилиндра.

**ОТВЕТЫ:** 1.1. 1,4. 1.2. 2. 1.3. 50.

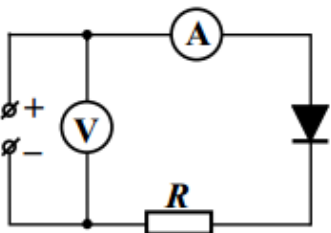
2. Школьники нашли в лаборатории полупроводниковый диод и его описание. Однако текст в описании сохранился не полностью: они узнали, что ВАХ диода с хорошей точностью описывается выражением  $I(U) = I_0 \frac{U}{U_0}$  при  $U < U_0$ , а увеличение силы тока выше  $I_0$  происходит практически без увеличения напряжения (можно считать, что при всех  $I > I_0$   $U = U_0$ ). Однако они не смогли выяснить, каковы значения  $U_0$  и  $I_0$ . Тогда они собрали цепь по схеме, приведенной на рисунке, и измерили с помощью практически идеальных приборов напряжение и силу тока при разных сопротивлениях реостата. Результаты измерений они занесли в таблицу:

|          |                 |                 |                 |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $R$ , Ом | 20              | 25              | 35              |
| $U$ , В  | $12,0 \pm 0,1$  | $12,0 \pm 0,1$  | $12,0 \pm 0,1$  |
| $I$ , А  | $0,50 \pm 0,01$ | $0,40 \pm 0,01$ | $0,30 \pm 0,01$ |

2.1. Найдите величину  $U_0$ . Ответ запишите в В, с точностью до целого значения.

2.2. Найдите величину  $I_0$ . Ответ запишите в А, с точностью до десятых.

2.3. Предскажите величину силы тока, которую покажет амперметр при  $R = 45$  Ом. Ответ запишите в А, с точностью до сотых.



**Возможное решение:** Постоянство напряжения, фиксируемого вольтметром, в данной схеме означает, что напряжение источника практически не зависит от сопротивления нагрузки, то есть источник можно считать идеальным и не учитывать его внутреннее сопротивление. Более того, ясно, что напряжение, создаваемое этим идеальным источником равно  $U_{\text{ист}} \approx 12,0$  В. Существуют два режима работы диода. В первом ток больше  $I_0$ , а напряжение на диоде равно  $U_0$ . С другой стороны, оно равно  $U = U_{\text{ист}} - IR$ . Поэтому, если диод находится в этом режиме, то произведение  $IR = U_{\text{ист}} - U_0$  является постоянным. Из таблицы видно, что первые две точки относятся именно к этому режиму:  $U_{\text{ист}} - U_0 = I_1 R_1 = I_2 R_2 \approx 10,0$  В. Следовательно,  $U_0 \approx 2,0$  В. Третья точка этим свойством не обладает ( $I_3 R_3 \approx 10,5$  В), то есть эта точка соответствует другому режиму работы диода, когда  $U = U_{\text{ист}} - I_3 R_3 = 1,5$  В  $< U_0$ . Сила тока при таком напряжении  $I = I_0 \frac{U}{U_0} = 0,30$  А  $= I_0 \cdot 0,75$ . Значит,  $I_0 \approx 0,40$  А.

При произвольной величине  $R$  в режиме  $U < U_0$  сила тока определяется из уравнения  $U_{\text{ист}} - IR = U_0 \frac{I}{I_0} \Rightarrow I = \frac{U_{\text{ист}} I_0}{U_0 + I_0 R}$ , и при  $R = 45$  Ом  $I \approx 0,24$  А.

**ОТВЕТЫ:** 2.1. 2. 2.2. 0,4. 2.3. 0,24.

3. В термосе находился кипяток. В него засыпали порцию мокрого снега (смесь ледяных кристаллов и жидкой воды в равновесии), и после установления равновесия температура содержимого термоса стала равна  $t_1 = 92^\circ\text{C}$ . После засыпания еще одной такой же порции

мокрого снега и установления равновесия температура упала до  $t_2 = 85^\circ\text{C}$ . Найдите долю (по массе) ледяных кристаллов в мокром снеге. Удельная теплоемкость воды  $c \approx 4,2 \text{ Дж}/(\text{г} \cdot ^\circ\text{C})$ , удельная теплота плавления льда  $\lambda \approx 336 \text{ Дж}/\text{г}$ .

- 3.1. Найдите отношение начальной массы воды (кипятка) в термосе к массе одной порции мокрого снега. Ответ запишите в виде целого числа.
- 3.2. Найдите долю массы ледяных кристаллов от общей массы мокрого снега. Ответ дайте в процентах точно до целого значения.
- 3.3. Пусть температуры  $t_1$  и  $t_2$  из условия известны с ошибкой не более  $0,1^\circ\text{C}$ , характеристики воды и льда можно считать точными, а температура кипятка нам известна точно (давление строго равно нормальному атмосферному). Оцените максимальную возможную ошибку полученного ответа на первый вопрос этого задания. В ответе поставьте:
  - 1, если Вы считаете, что эта ошибка не более  $0,1$ ;
  - 2, если Вы считаете что она более  $0,1$ , но не более  $0,5$ ;
  - 3, если Вы считаете что она более  $0,5$ , но не более  $1$ ;
  - 4, если Вы считаете что она более  $1$ , но не более  $3$ ;
  - 5, если Вы считаете что она более  $3$ .

**Возможное решение:** С самого начала ясно, что начальная температура кипятка  $t_0 = 100^\circ\text{C}$ , а температура мокрого снега равна  $0^\circ\text{C}$ . Введем обозначения:  $M$  – начальная масса кипятка в термосе,  $m$  – масса одной порции мокрого снега,  $n$  – массовая доля льда в мокром снеге. Запишем уравнение теплового баланса для определения температуры  $t_1$  после засыпания одной порции:  $cM(t_0 - t_1) = cmt_1 + \lambda nm$ , и аналогичное для  $t_2$ :  $cM(t_0 - t_2) = c2mt_2 + \lambda n2m$ . Умножив первое уравнение на 2 и вычитая из полученного равенства второе, находим:

$$\frac{M}{m} = \frac{2(t_1 - t_2)}{t_0 + t_2 - 2t_1} = 14.$$

Разделив эти два уравнения друг на друга, получаем уравнение на вторую искомую величину  $n$ :

$$\frac{2(t_0 - t_1)}{t_0 - t_2} = \frac{t_1 + (\lambda/c)n}{t_2 + (\lambda/c)n} \Rightarrow n = \frac{c}{\lambda} \frac{t_1(t_0 + t_2) - 2t_0t_2}{t_0 + t_2 - 2t_1} = 0,25.$$

Таким образом,  $n = 25\%$ .

Максимальная допустимая (при указанной ошибке измерения температур) величина

$$\left(\frac{M}{m}\right)_{\max} = \frac{2(92,1 - 84,9)}{184,9 - 184,2} \approx 20,57,$$

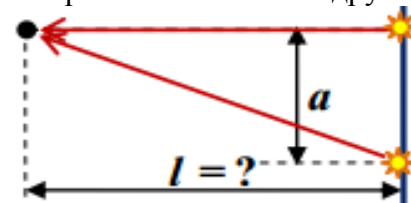
а минимальная возможная величина

$$\left(\frac{M}{m}\right)_{\min} = \frac{2(91,9 - 85,1)}{185,1 - 183,8} \approx 10,46.$$

Таким образом, максимальная ошибка в определении  $\frac{M}{m}$  около 6,6, что соответствует предложению 5.

**ОТВЕТЫ:** 3.1. 14. 3.2 25. 3.3. 5.

4. Сила тока фотодатчика прямо пропорциональна энергии светового излучения, поступающего в его «входное окно» в единицу времени. Два таких одинаковых датчика разместили на небольшом роботе модели «мотылек». На ровной вертикальной стенке расположены на одной небольшой высоте две одинаковые лампы на расстоянии  $a = 5 \text{ м}$  друг от друга. Робот расположен точно напротив одной из ламп (см. рисунок), и датчики «смотрят» каждый на свою лампу. Ток фотодатчика, который направлен на ближайшую лампу, равен  $I_1 = 33,8 \text{ мА}$ . Ток второго фотодатчика  $I_2 = 28,8 \text{ мА}$ . На каком расстоянии от стены находится робот? Лампы имеют малые размеры и светят во всех направлениях одинаково. Воздух между лампами и фотодатчиком считать полностью прозрачным. Ответ запишите в м, с точностью до целого значения



**Возможное решение:** По мере удаления от лампы площадь поверхности сферы, по которой распределена энергия излучения, растет пропорционально квадрату ее радиуса. Поэтому мощность излучения лампочки, попадающего в окно фотодатчика, расположенного на расстоянии  $r$  от нее, убывает обратно пропорционально  $r^2$ , и точно так же убывает сила тока фотодатчика. Значит, отношение токов фотодатчиков равно обратному отношению квадратов

расстояний:  $\frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow r_2^2 = \frac{I_1}{I_2} r_1^2$ . Из теоремы Пифагора  $r_2^2 - r_1^2 = a^2$ . Поэтому  $r_1^2 \frac{I_1 - I_2}{I_2} = a^2$ , и

в результате  $l = r_1 = a \sqrt{\frac{I_2}{I_1 - I_2}} = 12 \text{ м.}$

**ОТВЕТ: 12.**

**КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ варианта 11:**

| вопрос                     | ответ участника                 | балл      |
|----------------------------|---------------------------------|-----------|
| 1.1                        | <b>1,4</b>                      | <b>2</b>  |
|                            | 1,3 или 1,5                     | <b>1</b>  |
| 1.2                        | <b>2</b>                        | <b>6</b>  |
|                            | 1 или 3                         | <b>3</b>  |
| 1.3                        | <b>50</b>                       | <b>4</b>  |
|                            | от 45 до 49 или от 51 до 55     | <b>2</b>  |
| 2.1                        | <b>2</b>                        | <b>4</b>  |
|                            | 1 или 3                         | <b>2</b>  |
| 2.2                        | <b>0,4</b>                      | <b>4</b>  |
|                            | 0,3 или 0,5                     | <b>2</b>  |
| 2.3                        | <b>0,24</b>                     | <b>6</b>  |
|                            | 0,22 или 0,23 или 0,25 или 0,26 | <b>3</b>  |
| 3.1                        | <b>14</b>                       | <b>4</b>  |
|                            | 12 или 13 или 15                | <b>2</b>  |
| 3.2                        | <b>25</b>                       | <b>6</b>  |
|                            | от 20 до 24 или от 26 до 28     | <b>3</b>  |
| 3.3                        | <b>5</b>                        | <b>4</b>  |
|                            | 4                               | <b>2</b>  |
| 4                          | <b>12</b>                       | <b>10</b> |
|                            | 10 или 11 или 13 или 14         | <b>5</b>  |
| <b>Максимальная оценка</b> |                                 | <b>50</b> |