

**7-9 классы, подготовка к теоретическому туру
олимпиады школьников «Робофест» по физике**

Задание для подготовки к теоретическому туру финального этапа.

Задание 1.1

Два робота разгоняются из состояния покоя по прямой на горизонтальной поверхности. Коэффициент трения ведущих колес первого робота в полтора раза больше, чем у второго. Во сколько раз отличаются максимальные ускорения роботов в процессе разгона? Аэродинамический профиль у обоих роботов нейтральный (то есть при их движении обтекающий поток воздуха не создает ни прижимной, ни подъемной силы). В ответе укажите $\frac{a_{1\max}}{a_{2\max}}$. Ответ записать в виде десятичной дроби, округлив до десятых.

Подсказка 1: результирующая сила есть разность силы трения ведущих колес о поверхность и силы сопротивления воздуха.

Подсказка 2: максимальное значение силы трения ведущих колес о поверхность равно μmg (при проскальзывании колес), а минимальное значение силы сопротивления воздуха равно нулю (при нулевой скорости).

Решение:

Ускорение робота создается разностью сил трения о поверхность и силы сопротивления воздуха. Первая максимальна при проскальзывании шин и равна силе трения скольжения μmg . Вторая растет с ростом скорости. Поэтому максимальное ускорение достигается, когда колеса проскальзывают при почти нулевой скорости. Значит, $a_{\max} = \mu g$, и поэтому

$$\frac{a_{1\max}}{a_{2\max}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} = 1,5.$$

ОТВЕТ: 1,5.

Задание 1.2

Робот с нейтральным аэродинамическим профилем разгоняется из состояния покоя по прямой на горизонтальной поверхности. При этом его максимальное ускорение оказывается равным $a_{\max} = 1 \text{ м/с}^2$, а максимальная скорость, достигнутая за достаточно большое время, $v_{\max} = 2 \text{ м/с}$. На робота установили антикрыло. В результате максимальное ускорение робота в процессе разгона увеличилось до $\tilde{a}_{\max} = 2 \text{ м/с}^2$. До какой максимальной скорости $\tilde{v}_{\max}$ может разогнаться робот после установки антикрыла? Считать, что величина силы сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости робота, а величина создаваемой антикрылом прижимающей силы – пропорциональна скорости. Ответ записать в м/с, округлив до десятых.

Подсказка 1: в отсутствие антикрыла максимальное ускорение достигается при нулевой скорости и равно $a_{\max} = \mu g$, а максимальная скорость – когда сила трения ведущих колес

$|\vec{F}_{mp}| = \mu mg$ уравнивается силой сопротивления воздуха $|\vec{F}_c| = \beta v^2$ и равна

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{\mu mg}{\beta}}.$$

Подсказка 2: уравнение движения робота с учетом прижимающей силы $|\vec{F}_n| = \gamma v$ имеет вид $ma = \mu(mg + \gamma v) - \beta v^2$.

Подсказка 3: максимальное ускорение $\tilde{a}_m$ достигается при $v_0 = \frac{\mu\gamma}{2\beta}$, и оно равно

$$\tilde{a}_m = \mu g + \frac{\mu^2 \gamma^2}{4m\beta}.$$

Решение:

В отсутствие антикрыла уравнение движения робота имеет вид $ma = \mu mg - \beta v^2$, где μ – коэффициент трения ведущих колес о поверхность, а сила сопротивления воздуха $|\vec{F}_c| = \beta v^2$. Поэтому максимальное ускорение достигается при нулевой скорости и равно $a_{\max} = \mu g$, а максимальная скорость – при $a = 0$ (когда сила трения ведущих колес уравновешивается

силой сопротивления воздуха) и равна $v_{\max} = \sqrt{\frac{\mu mg}{\beta}}$. С учетом прижимной силы сила

нормальной реакции дороги становится равной $N = mg + \gamma v$. Поэтому уравнение движения в режиме проскальзывания колес (ясно, что для обеспечения максимальности ускорения нам снова нужен именно такой режим) $ma = \mu(mg + \gamma v) - \beta v^2 \Rightarrow a = \mu g + \mu \frac{\gamma}{m} v - \frac{\beta}{m} v^2$. Выделяя

из этого выражения полный квадрат $a(v) = \mu g + \frac{\mu^2 \gamma^2}{4m\beta} - \frac{\beta}{m} \left(v - \frac{\mu\gamma}{2\beta} \right)^2$, замечаем, что

максимальное ускорение $\tilde{a}_m$ достигается при $v_0 = \frac{\mu\gamma}{2\beta}$, и оно равно $\tilde{a}_m = \mu g + \frac{\mu^2 \gamma^2}{4m\beta}$.

Следовательно, $\frac{\tilde{a}_m}{a_m} = 1 + \frac{\mu\gamma^2}{4mg\beta}$. Из этого соотношения находим, что $\frac{\mu\gamma^2}{4mg\beta} = \frac{\tilde{a}_m}{a_m} - 1$.

Максимальная скорость по-прежнему достигается при $a = 0$, то есть при $\mu g + \mu \frac{\gamma}{m} v - \frac{\beta}{m} v^2 = 0$. Решая это квадратное уравнение, обнаруживаем, что

$\tilde{v}_{\max} = \frac{\mu\gamma}{2\beta} + \sqrt{\frac{\mu^2 \gamma^2}{4\beta^2} + \frac{\mu mg}{\beta}}$. Таким образом,

$$\frac{\tilde{v}_{\max}}{v_{\max}} = \sqrt{1 + \frac{\mu\gamma^2}{4mg\beta}} + \sqrt{\frac{\mu\gamma^2}{4mg\beta}} = \sqrt{\frac{\tilde{a}_m}{a_m}} + \sqrt{\frac{\tilde{a}_m}{a_m} - 1} = \sqrt{2} + 1.$$

Итак: $\tilde{v}_{\max} = \left[\sqrt{\frac{\tilde{a}_m}{a_m}} + \sqrt{\frac{\tilde{a}_m}{a_m} - 1} \right] v_{\max} \approx 4,8 \text{ м/с}$.

ОТВЕТ: 4,8.

Задание 2.1

Поток тепла через «перегородку» – это количество теплоты, проходящее через нее за единицу времени. Известно, что поток тепла пропорционален разности температур по разные стороны от перегородки. Будем считать, что поток тепла из некоторой закрытой комнаты зимой в основном уходит через окно (потоками через стены и дверь пренебрегаем). Пусть мощность нагревателя в комнате устанавливается так, чтобы поддерживать в ней постоянную температуру $t_0 = 24^\circ\text{C}$. При температуре наружного воздуха $t_1 = -6^\circ\text{C}$ мощность нагревателя равна $P_1 = 2 \text{ кВт}$. Чему будет равна мощность нагревателя при температуре наружного воздуха $t_2 = -21^\circ\text{C}$? Ответ запишите в кВт с точностью до целого значения.

Подсказка 1: при постоянной температуре в комнате мощность нагревателя должна быть равна уходящему через окно потоку тепла.

Подсказка 2: поток тепла, согласно условию, пропорционален разности температуры в комнате и температуры наружного воздуха.

Решение:

При постоянной температуре в комнате мощность нагревателя должна быть равна уходящему через окно потоку тепла. А поток тепла, согласно условию, пропорционален разности температуры в комнате и температуры наружного воздуха. Значит, $\frac{P_2}{P_1} = \frac{t_0 - t_2}{t_0 - t_1}$.

Поэтому $P_2 = \frac{t_0 - t_2}{t_0 - t_1} P_1 = 3 \text{ кВт}$.

ОТВЕТ: 3.

Задание 2.2

Кастрюля с водой, закрытая крышкой, стояла на плите. Вода в кастрюле кипела. Кастрюлю сняли с плиты и поставили на стол. Спустя время $\tau_1 = 12 \text{ с}$ температура воды в кастрюле уменьшилась на $\Delta t = 1^\circ\text{C}$. Позже температура воды в кастрюле стала равной $t_1 = 80^\circ\text{C}$. За какое время τ_2 после этого температура уменьшится до $t_2 = 79^\circ\text{C}$? Ответ запишите в секундах, округлив до целого значения. Температуру окружающего воздуха считать примерно постоянной и равной $t_0 = 20^\circ\text{C}$.

Подсказка 1: при закрытой крышке потеря тепла содержимым кастрюли происходит в основном через теплообмен.

Подсказка 2: поэтому поток тепла из кастрюли пропорционален разности температуры содержимого кастрюли и температуры окружающего воздуха.

Подсказка 3: у кипящей воды температура была равна $t = 100^\circ\text{C}$, поэтому поток тепла из кастрюли был больше, чем при температуре t_1 .

Решение:

При закрытой крышке потеря тепла содержимым кастрюли происходит в основном через теплообмен. Значит, поток тепла пропорционален разности температуры содержимого кастрюли и температуры окружающего воздуха. У кипящей воды температура была равна

$t = 100^\circ\text{C}$, поэтому поток тепла из кастрюли был больше в $\frac{t - t_0}{t_1 - t_0} = \frac{4}{3}$ раза, чем при

температуре t_1 . Поскольку $t_1 - t_2 = \Delta t$, то для охлаждения от t_1 до t_2 потребуется отвести из кастрюли столько же тепла, что и при остывании в первом случае. Поэтому

$$\tau_2 = \frac{t - t_0}{t_1 - t_0} \tau_1 = \frac{4}{3} \tau_1 = 16 \text{ с}.$$

ОТВЕТ: 16.

Задание 3.1

Для того, чтобы увеличить температуру спирали электроплитки от $t_1 = 400^\circ\text{C}$ до $t_2 = 500^\circ\text{C}$, напряжение, создаваемое источником питания на спирали, потребовалось увеличить на 15%.

На сколько процентов возросла при этом мощность тепловыделения спирали?

Температурный коэффициент сопротивления материала спирали $\alpha = 3 \cdot 10^{-4} (^\circ\text{C})^{-1}$. Ответ округлите до целого значения.

Подсказка 1: мощность тепловыделения $P = \frac{U^2}{R}$.

Подсказка 2: зависимость сопротивления спирали R от температуры описывается соотношением $R = R_0(1 + \alpha t)$.

Решение:

Мощность тепловыделения $P = \frac{U^2}{R}$, а зависимость сопротивления спирали R от

температуры описывается соотношением $R = R_0(1 + \alpha t)$. Поэтому $\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 \frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t_2}$.

Согласно условию, $\frac{U_2}{U_1} = 1,15$. Таким образом, $\frac{P_2}{P_1} \approx 1,29$, то есть мощность увеличилась на 29%.

ОТВЕТ: 29.

Задание 3.2

Один из датчиков некоторой установки должен работать при постоянной температуре, которая выше обычной для установки температуры окружающей среды. Для поддержания такой температуры он размещен на нагревательном элементе, температура которого регулируется изменением напряжения, подаваемого на элемент от источника питания. Поток тепла от нагревательного элемента с датчиком в окружающую среду пропорционален разности их температуры и температуры окружающей среды. При температуре окружающей среды $t_1 = 24^\circ\text{C}$ необходимое напряжение $U_1 = 6\text{ В}$. При уменьшении этой температуры до $t_2 = 21^\circ\text{C}$ напряжение возрастает до $U_2 = 12\text{ В}$. Каким должно быть напряжение при $t_3 = 16^\circ\text{C}$? Ответ дайте в В, при необходимости округлив до целого значения.

Подсказка 1: условия баланса тепловыделения нагревательного элемента и потерь на теплообмен с окружающей средой имеет вид $\frac{U^2}{R(t_0)} = k \cdot (t_0 - t)$, где k – некоторая постоянная, t_0 – температура, необходимая для работы датчика, а $R(t_0)$ – сопротивление нагревательного элемента при этой температуре.

Подсказка 2: так как t_0 по условию постоянна, то $\frac{U_2^2}{U_1^2} = \frac{t_0 - t_2}{t_0 - t_1} = 1 + \frac{t_1 - t_2}{t_0 - t_1}$.

Подсказка 3: из этого соотношения можно выразить $t_0 - t_1 = \frac{U_1^2}{U_2^2 - U_1^2}(t_1 - t_2)$, а затем провести аналогичные рассуждения для t_3 .

Решение:

Из условия баланса тепловыделения нагревательного элемента и потерь на теплообмен с окружающей средой следует, что $\frac{U^2}{R(t_0)} = k \cdot (t_0 - t) \Rightarrow U^2 = kR(t_0) \cdot (t_0 - t)$. Здесь k – некоторая постоянная, t_0 – температура, необходимая для работы датчика, а $R(t_0)$ – сопротивление нагревательного элемента при этой температуре. Так как t_0 по условию

постоянна, то $\frac{U_2^2}{U_1^2} = \frac{t_0 - t_2}{t_0 - t_1} = 1 + \frac{t_1 - t_2}{t_0 - t_1}$. Из этого соотношения выражаем

$t_0 - t_1 = \frac{U_1^2}{U_2^2 - U_1^2}(t_1 - t_2)$. По аналогичным соображениям $\frac{U_3^2}{U_1^2} = \frac{t_0 - t_3}{t_0 - t_1} = 1 + \frac{t_1 - t_3}{t_0 - t_1}$.

Подставляя сюда выражение для $t_0 - t_1$, получаем: $\frac{U_3^2}{U_1^2} = 1 + \frac{t_1 - t_3}{t_1 - t_2} \frac{U_2^2 - U_1^2}{U_1^2}$. Из этого уравнения находим, что $U_3 = \sqrt{U_1^2 + \frac{t_1 - t_3}{t_1 - t_2} (U_2^2 - U_1^2)} = 18 \text{ В}$.

ОТВЕТ: 18.

Задание 4.1

Ток фотодатчика, ориентированного на лампу, пропорционален мощности световой энергии, поступающей от лампы во входное «окно» датчика. Во сколько раз изменилось расстояние между фотодатчиком и лампой, если ток фотодатчика увеличился на 69%? В ответе укажите отношение начального и конечного расстояний в виде правильной десятичной дроби.

Подсказка 1: световая энергия, испускаемая лампой, равномерно распределяется по поверхности сферы, площадь которой растет пропорционально квадрату ее радиуса.

Подсказка 2: это означает, что мощность поступающего в окно датчика излучения убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от лампочки.

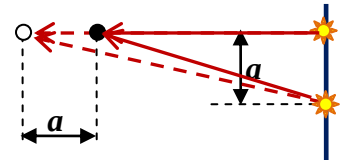
Решение:

Световая энергия, испускаемая лампой, равномерно распределяется по поверхности сферы, площадь которой растет пропорционально квадрату ее радиуса. Поэтому мощность поступающего в окно датчика излучения убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от лампочки. Так же изменяется и ток фотодатчика. Поэтому увеличение тока на 69% (то есть в 1,69 раза) отвечает уменьшению расстояния в $\sqrt{1,69} = 1,3$ раза.

ОТВЕТ: 1,3.

Задание 4.2

На ровной вертикальной стенке расположены две одинаковые лампочки на некотором расстоянии a друг от друга. Робот снабжен двумя одинаковыми фотодатчиками. Он расположен точно напротив одной из лампочек (см. рисунок). Ток фотодатчика, который направлен на эту лампочку, изначально равен $I_1 = 50 \text{ мА}$. Ток второго фотодатчика при этом равен $I_2 = 26 \text{ мА}$. Робот передвинулся по направлению к стене на расстояние, равное a . При этом ток первого фотодатчика стал равен $I'_1 = 72 \text{ мА}$. Каким стал ток второго фотодатчика? Лампочки имеют малые размеры и светят во всех направлениях одинаково. Ответ записать в мА в виде целого числа.



Подсказка 1: ток каждого фотодатчика изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния от лампочки.

Подсказка 2: отношение токов фотодатчика 1 в двух положениях $n \equiv \frac{I'_1}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_1 - a} \right)^2$, где r_1 – начальное расстояние от первого фотодатчика до «его» лампочки.

Подсказка 3: для второго фотодатчика $\frac{I'_2}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_2'^2} = \frac{a^2 + r_1^2}{a^2 + r_1'^2}$.

Решение:

Как видно из предыдущего задания, ток каждого фотодатчика изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния от лампочки. Значит, отношение токов фотодатчика

1 в двух положениях $n \equiv \frac{I'_1}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_1 - a} \right)^2$, где r_1 – начальное расстояние от первого

фотодатчика до «его» лампочки. Из этого соотношения найдем, что $r_1 = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}-1}a$ и

$r'_1 = r_1 - a = \frac{1}{\sqrt{n}-1}a$. Для второго фотодатчика

$$\frac{I'_2}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_2'^2} = \frac{a^2 + r_1^2}{a^2 + r_1'^2} = \frac{(\sqrt{n}-1)^2 + n}{(\sqrt{n}-1)^2 + 1} = \frac{2n - 2\sqrt{n} + 1}{n - 2\sqrt{n} + 2} = \frac{37}{26}. \text{ Таким образом, } I'_2 = \frac{37}{26}I_2 = 37 \text{ мА.}$$

ОТВЕТ: 37.