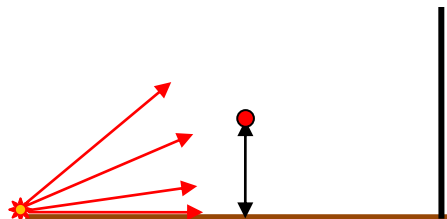


7-9 классы, подготовка к теоретическому туру
олимпиады школьников «Робофест» по физике

Набор задач для самостоятельного решения к вводному занятию «колебания и волны».

Задача 1 (1 балл) [колебания, амплитуда]

Маленький мячик скачет вертикально, подпрыгивая каждый раз на высоту $h = 0,5$ м. Мячик освещается небольшой лампочкой, размещенной на уровне земли. Расстояние от лампочки до точки на земле, о которую ударяется мячик, в точности равно расстоянию от этой точки до основания высокой вертикальной стены (см.рис.). С какой амплитудой совершает колебания тень шарика на стене? Ответ запишите в метрах, с точностью до десятых.



Подсказка 1: Амплитуда колебаний – максимальное отклонение от «среднего» положения объекта.

Решение:

Амплитуда колебаний – максимальное отклонение от «среднего» положения объекта. Ясно, что размах колебаний тени на стене – от уровня земли до $2h$. Поэтому амплитуда колебаний равна $h = 0,5$ м.

Ответ: 0,5.

Задача 2 (3 балла) [пружинный маятник, гармонические колебания, амплитуда]

Грузик, подвешенный на пружине, совершает вертикальные колебания, затухание которых почти не заметно. За время $t = 20$ с он $N = 25$ раз опустилсЯ из самой верхней в самую нижнюю точку (и столько же раз поднялся), пройдя за это время путь $s = 180$ см. Найти максимальную величину скорости колебаний грузика. Ответ запишите в см/с, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: Период колебаний грузика $T = \frac{t}{N} = 0,8$ с.

Подсказка 2: Пройденный путь соответствует $4N$ амплитудам колебаний, поэтому $x_m = \frac{s}{4N} = 1,8$ см.

Подсказка 3: Амплитуда скорости связана с амплитудой смещения соотношением $v_m = \omega \cdot x_m$.

Решение:

Как видно, период колебаний грузика $T = \frac{t}{N} = 0,8$ с. Ясно, что пройденный путь соответствует $4N$ амплитудам колебаний, поэтому $x_m = \frac{s}{4N} = 1,8$ см. Максимальная величина скорости соответствует амплитудному значению скорости, которое связано с амплитудой смещения соотношением $v_m = \omega \cdot x_m$. Поэтому $v_m = 2\pi \cdot \frac{x_m}{T} = \frac{\pi s}{2t} \approx 14$ см/с.

Ответ: 14.

Задача 3 (4 балла) [пружинный маятник, гармонические колебания]

Две небольшие шайбы с массами $m_1 = 300\text{г}$ и $m_2 = 900\text{г}$, находящиеся на горизонтальном гладком стержне, прикреплены к разным концам легкой пружины с жесткостью $k = 90\text{Н/м}$. Изначально шайбы покоились. Их немного раздвинули в разные стороны, увеличив длину пружины, и аккуратно отпустили. Найдите период изменения расстояния между шайбами после этого. Ответ запишите в секундах, с точностью до десятых.

Подсказка 1: Если изучать движение в проекции на ось x , направленную вдоль стержня, и отсчитывать координату каждой шайбы от ее положения равновесия, то деформация пружины равна $\Delta l = x_2 - x_1$.

Подсказка 2: Удобно рассмотреть уравнение движения для относительной координаты $x = x_2 - x_1$.

Подсказка 3: Относительная координата изменяется с ускорением.

Решение:

Введем ось x , направленную вдоль стержня, и будем отсчитывать координату каждой шайбы от ее положения равновесия (отметим, что, когда шайбы покоились, то пружина не была деформирована). Тогда растяжение пружины соответствует $\Delta l = x_2 - x_1$. Запишем уравнения движения шайб в проекциях на эту ось и преобразуем их:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 a_1 = k(x_2 - x_1) \\ m_2 a_2 = k(x_1 - x_2) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a_1 = \frac{k}{m_1}(x_2 - x_1) \\ a_2 = \frac{k}{m_2}(x_1 - x_2) \end{array} \right\} \Rightarrow a_2 - a_1 = -\frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}(x_2 - x_1).$$

Как видно, *относительная координата* шайб $x = x_2 - x_1$ изменяется с ускорением $a = -\frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}x$, то есть точно так же, как координата груза массой $m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$, совершающего колебания на пружине жесткостью k . Поэтому период этих колебаний

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}} \approx 0,314\text{с}.$$

Ответ: 0,3.

Задача 4 (3 балла) [пружинный маятник, математический маятник, гармонические колебания]

Маленький тяжелый грузик подвесили на легкой пружине, и измерили период его вертикальных колебаний. Точно такой же грузик подвесили на легкой нерастяжимой нити, подобрав ее длину так, чтобы период малых колебаний полученного маятника в точности равнялся периоду колебаний на пружине первого груза. Оба получившихся маятника (пружинный и «математический») доставили на Луну и запустили. Найдите отношение

периодов этих маятников на Луне. В ответе укажите $\frac{T_{\text{мат}}}{T_{\text{пр}}}$, с точностью до сотых. Ускорение

свободного падения на поверхности Земли считайте равным $g \approx 9,81\text{м/с}^2$, на поверхности Луны – $g' \approx 1,62\text{м/с}^2$.

Подсказка 1: Период колебаний пружинного маятника $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$.

Подсказка 2: Период малых колебаний математического маятника $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$.

Подсказка 3: Период вертикальных колебаний пружинного маятника на Луне не изменится.

Решение:

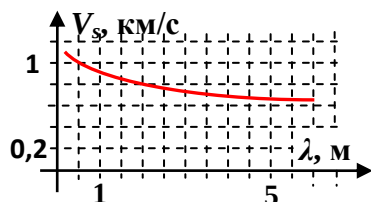
Период вертикальных колебаний пружинного маятника $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$ не зависит от ускорения свободного падения, и поэтому на Луне он не изменится. Период малых колебаний математического маятника $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$, и он на Луне увеличится. Следовательно,

$$\frac{T_{\text{mat}}}{T_{\text{np}}} = \sqrt{\frac{g}{g'}} \approx 2,46.$$

Ответ: 2,46.

Задача 5 (2 балла) [волны, длина волны, частота волны]

Свойства звуковых волн в разных материалах часто описывают *законом дисперсии*, описывающим связь скорости распространения звуковой волны V_s с длиной волны λ . На рисунке показан график зависимости $V_s(\lambda)$ для некоторого материала. Найдите частоту колебаний звукового давления в волне с $\lambda = 2$ м. Ответ запишите в Гц, с точностью до сотен.



Подсказка 1: Скорость распространения волны связана с частотой и длиной волны соотношением $V_s = \lambda \cdot \nu$.

Подсказка 2: Из графика видно, что при $\lambda = 2$ м скорость распространения $V_s(\lambda) \approx 800$ м/с.

Решение:

Скорость распространения волны связана с частотой и длиной волны соотношением $V_s = \lambda \cdot \nu$. Следовательно, $\nu(\lambda) = \frac{V_s(\lambda)}{\lambda}$. Определим из графика, что при $\lambda = 2$ м скорость распространения $V_s(\lambda) \approx 800$ м/с. Значит, $\nu(\lambda) \approx 400$ Гц.

Ответ: 400.

Задача 6 (3 балла) [однородное поле, равномерное движение, равноускоренное движение]

При полете за нектаром пчела летит со скоростью $V_1 = 6$ м/с, и при этом длина волны звука ее крыльев $\lambda_1 = 0,8$ м. При полете обратно (с грузом нектара) пчела летит со скоростью $V_2 = 5$ м/с, а длина волны звука $\lambda_2 = 1,2$ м. Во сколько раз больше взмахов крыльев сделает пчела при полете за нектаром, чем при полете обратно? Ответ запишите с точностью до сотых.

Подсказка 1: Частота звука крыльев пчелы равна частоте взмахов крыльев.

Подсказка 2: Время полета пчелы за нектаром $t = \frac{s}{V}$, где s – ее путь.

Подсказка 3: Частота взмахов крыльев пчелы $\nu = \frac{u}{\lambda}$, где u – скорость звука в воздухе.

Решение:

Частота звука крыльев пчелы равна частоте взмахов крыльев. Пусть s – путь пчелы в одну сторону. Тогда время ее полета за нектаром $t_1 = \frac{s}{V_1}$, а частота взмахов крыльев $\nu_1 = \frac{u}{\lambda_1}$, где u – скорость звука в воздухе. Значит, количество взмахов крыльев пчелы при полете за нектаром $N_1 = \nu_1 t_1 = \frac{su}{V_1 \lambda_1}$. Аналогично $N_2 = \nu_2 t_2 = \frac{su}{V_2 \lambda_2}$. Значит, $\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_2 \lambda_2}{V_1 \lambda_1} = 1,25$.

Ответ: 1,25.

Задача 7 (4 балла) [волны, вращение по окружности]

Подводная лодка плавно всплывает вертикально вверх с постоянной скоростью. Ее гидролокатор излучает ультразвуковые импульсы длительностью $\tau_0 = 10,000$ мс. Приемник гидролокатора фиксирует отраженные от дна импульсы длительностью $\tau \approx 10,025$ мс. С какой скоростью всплывает лодка? Считать, что скорость ультразвука в воде при условиях, соответствующих измерению, известна с высокой точностью: $u \approx 1475$ м/с. Ответ дайте в м/с, с точностью до десятых.

Подсказка 1: Сначала нужно найти время t , за которое ультразвук, излучаемый локатором лодки, всплывающей со скоростью V в момент, когда она находилась на высоте h над дном, вернется к приемнику.

Подсказка 2: Это время определяется из уравнения $u \cdot t = 2h + V \cdot t$.

Подсказка 3: Длительность импульса увеличивается из-за того, что его «передний» фронт потратит на это «путешествие» больше времени, чем «задний»: $t_k > t_n$.

Решение:

Испущенный гидролокатором импульс пройдет до дна, отразится и догонит лодку за некоторое время t . Лодка, движущаяся со скоростью V , пройдет за это время расстояние $V \cdot t$. Поэтому t определяется из уравнения $u \cdot t = 2h + V \cdot t$. Как видно, ультразвук, излучаемый локатором лодки, всплывающей со скоростью V в момент, когда она находилась на высоте h над дном, вернется к приемнику спустя время $t = \frac{2h}{u - V}$. Поскольку

лодка поднимается, то «передний» фронт импульса потратит на это «путешествие» больше времени, чем «задний»: $t_k > t_n$. Поэтому длительность принимаемого импульса увеличится

$$\tau = \tau_0 + t_k - t_n = \tau_0 + \frac{2(h + V\tau_0)}{u - V} - \frac{2h}{u - V} = \frac{u + V}{u - V} \tau_0. \text{ Следовательно, } V = \frac{\tau - \tau_0}{\tau + \tau_0} u \approx 1,8 \text{ м/с.}$$

Ответ: 1,8.