

**7-9 классы, подготовка к теоретическому туру
олимпиады школьников «Робофест» по физике**

**Набор задач для самостоятельного решения к вводному занятию «движение и
равновесие зарядов в электрическом поле».**

Задача 1 (1 балл) [равновесие, электрическое поле, сила тяжести]

Незаряженную каплю масла помещают в вертикальную трубку, из которой откачан воздух, и облучают вспышками ультрафиолетового излучения. Первая вспышка выбила из атомов капли 15 электронов. После этого для того, чтобы подвесить каплю неподвижно, понадобилось создать в трубке электрическое поле с напряженностью $E \approx 5,4$ МВ/м. Вторая вспышка выбила еще 12 электронов, и напряженность поля изменили так, чтобы капля снова зависла неподвижно. Найдите новую величину напряженности. Ответ запишите в МВ/м, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: Сила, действующая на каплю со стороны электрического поля, уравнивает силу тяжести в обоих случаях.

Подсказка 2: Заряд капли пропорционален числу выбитых электронов: $q_1 = 15e$ и $q_2 = 27e$.

Решение:

Ясно, что сила, действующая на каплю со стороны электрического поля, уравнивает силу тяжести в обоих случаях: $mg = q_1 E_1 = q_2 E_2$. Заряд капли пропорционален числу выбитых электронов: $q_1 = 15e$ и $q_2 = 27e$. Поэтому $E_2 = \frac{15}{27} E_1 = 3$ МВ/м.

Ответ: 3.

Задача 2 (2 балла) [равновесие, электрическое поле, сила тяжести]

В некоторой области пространства создано однородное горизонтальное электрическое поле, величина напряженности которого $|\vec{E}| = 100$ Н/Кл. Небольшой шарик с зарядом $q = -5$ мкКл и массой $m = 0,2$ г подвешен на конце легкой непроводящей почти нерастяжимой нити, второй конец которой закреплен. Найдите угол α между нитью и вертикалью в состоянии равновесия. Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10$ м/с². Ответ запишите в градусах, с точностью до целого значения.

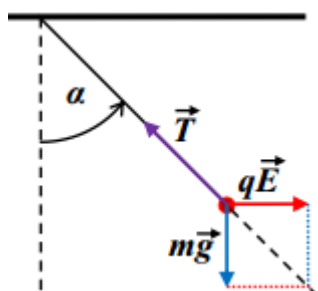
Подсказка 1: В положении равновесия сила натяжения нити уравнивает сумму электрической силы и силы тяжести: $\vec{T} = -q\vec{E} - m\vec{g}$.

Подсказка 2: Эта сила натяжения направлена вдоль нити, так что угол наклона нити к вертикали равен углу при катете mg в треугольнике сил.

Решение:

В положении равновесия сила натяжения нити уравнивает сумму электрической силы и силы тяжести (см. рисунок): $\vec{T} = -q\vec{E} - m\vec{g}$. Эта сила натяжения направлена вдоль нити, так что угол наклона нити к вертикали равен углу при катете mg в треугольнике сил. Поэтому

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{qE}{mg} = 0,25, \text{ то есть } \alpha \approx 14^\circ.$$



Ответ: 14.

Задача 3 (4 балла) [равновесие, поле заряженной сферы, сила тяжести]

Непроводящая сфера, по поверхности которой равномерно распределен положительный заряд, закреплена. К одной из точек ее поверхности, лежащей на конце горизонтального диаметра этой сферы, прикреплен конец легкой непроводящей нерастяжимой нити, длина которой равна радиусу сферы. На другом конце нити закреплен маленький положительно заряженный шарик с массой $m = 250\text{г}$. Шарик неподвижен в положении, в котором нить составляет с горизонталью угол $\alpha = 45^\circ$. Найдите величину силы T натяжения нити. Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10\text{м/с}^2$. Ответ запишите в ньютонах, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: В положении равновесия сила натяжения нити уравнивает сумму электрической силы и силы тяжести $\vec{T} = -\vec{F}_{эл} - m\vec{g}$, причем сила натяжения направлена вдоль нити, а электрическая сила направлена от центра сферы.

Подсказка 2: Поскольку длина нити равна радиусу сферы, то треугольник, образованный центром сферы, точкой прикрепления нити и центром шарика, равнобедренный.

Подсказка 3: Удобно записать условия равновесия шарика в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси, и исключить из них неизвестные заряды сферы и шарика.

Решение:

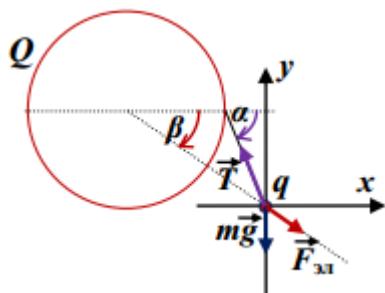
В положении равновесия сила натяжения нити уравнивает сумму электрической силы и силы тяжести (см. рисунок): $\vec{T} = -\vec{F}_{эл} - m\vec{g}$. Эта сила натяжения направлена вдоль нити, и угол ее наклона к горизонту равен α . Электрическая сила направлена от центра сферы. Поскольку длина нити равна радиусу сферы R , то треугольник, образованный центром сферы, точкой прикрепления нити и центром шарика, равнобедренный (см. рисунок), и поэтому $2\beta + 180^\circ - \alpha = 180^\circ$, то есть угол $\beta = \frac{\alpha}{2}$. Расстояние от центра сферы до шарика

находится из теоремы косинусов $r^2 = R^2 + R^2 - 2R^2 \cos(180^\circ - \alpha) = 2R^2[1 + \cos(\alpha)]$. Запишем теперь условия равновесия шарика в проекции на оси x и y . Обозначая заряды сферы и шарика Q и q соответственно, получим для оси x :

$$T \cos(\alpha) = \frac{kQq}{2R^2[1 + \cos(\alpha)]} \cos(\beta) = \frac{kQq}{4R^2 \cos(\beta)} \Rightarrow \frac{kQq}{4R^2} = T \cos(\alpha) \cos(\beta). \quad \text{Для оси } y:$$

$$T \sin(\alpha) = mg + \frac{kQq}{4R^2 \cos^2(\beta)} \sin(\beta) \Rightarrow T \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos(\beta)} mg \Rightarrow T = mg \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\alpha}{2}\right). \quad \text{Подставляя}$$

заданные значения, находим, что $T = (\sqrt{2} + 1)mg \approx 6\text{Н}$.



Ответ: 6.

Задача 4 (3 балла) [равновесие, правило моментов, закон Кулона, поле тяжести]

На одном конце легкого тонкого прямого непроводящего стержня длиной l с закреплен маленький шарик с положительным зарядом и массой $m=100\text{г}$. Другой конец стержня закреплен шарнирно на потолке (стержень может свободно вращаться вокруг шарнира в вертикальной плоскости). На одной горизонтали с шарниром, на расстоянии $a=\sqrt{2}\cdot l$ от него, закреплен другой маленький заряженный шарик, причем величина его заряда такая же, как у первого, но его заряд отрицателен. Оказалось, что в положении равновесия стержень составляет угол 45° с горизонтом. Найдите величину силы реакции шарнира в этом положении. Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10\text{м/с}^2$. Ответ запишите в ньютонах, с точностью до десятых.

Подсказка 1: Поскольку расстояние от шарнира до отрицательно заряженного шарика в $\sqrt{2}$ раз больше, чем до положительного, а угол между направлениями на эти шарики 45° , то шарнир и шарики образуют прямоугольный равнобедренный треугольник.

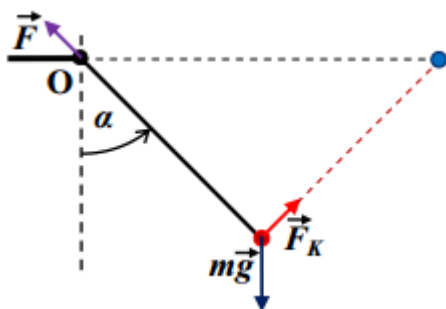
Подсказка 2: Из правила моментов относительно шарнира можно найти величину силы кулоновского притяжения шариков.

Подсказка 3: Из условия баланса сил можно найти силу реакции шарнира..

Решение:

Поскольку расстояние от шарнира до отрицательно заряженного шарика в $\sqrt{2}$ раз больше, чем до положительного, а угол между направлениями на эти шарики 45° , то шарнир и шарики образуют прямоугольный равнобедренный треугольник (см. рисунок). На стержень с шариком действуют три силы: сила тяжести шарика, кулоновская сила его притяжения к отрицательно заряженному шарiku $\vec{F}_K$ и сила реакции шарнира $\vec{F}$. Запишем правило моментов относительно шарнира (оси O): $+F_K \cdot l - mg \cdot \frac{l}{\sqrt{2}} = 0$. Из него находим, что

$F_K = \frac{mg}{\sqrt{2}}$. Затем из условия баланса сил $m\vec{g} + \vec{F}_K + \vec{F} = 0$ найдем компоненты силы реакции шарнира в проекциях на горизонтальную ось x и вертикальную ось y . Итак: $F_x = F_K \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{mg}{2}$, и $F_y = mg - F_K \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{mg}{2}$. Следовательно, $F = \frac{mg}{\sqrt{2}} \approx 0,7\text{ Н}$.



Ответ: 0,7.

Задача 5 (3 балла) [однородное поле, равномерное движение, равноускоренное движение]

В невесомости, в вакуумированном пространстве находится конденсатор, обкладки которого – две плоские параллельные пластины. Протон влетает в конденсатор в точке, расположенной вблизи положительно заряженной пластины (расстояние до нее намного меньше расстояния между пластинами $d = 6\text{мм}$) и его скорость в этой точке $\vec{v}_0$ направлена параллельно пластинам, причем величина этой скорости $v_0 = 1200\text{км/с}$. Поле внутри конденсатора можно считать однородным. Длина пластин конденсатора в направлении движения $L = 12\text{см}$. Найдите минимальную величину напряжения между пластинами

конденсатора, при котором протон не вылетит из конденсатора, столкнувшись с отрицательно заряженной пластиной. Удельный заряд протона $\frac{e}{m} \approx 9,6 \cdot 10^7$ Кл/кг.

Подсказка 1: Поле в конденсаторе направлено перпендикулярно пластинам (от положительно заряженной к отрицательно заряженной), поэтому вдоль пластин протон движется равномерно со скоростью v_0 .

Подсказка 2: Перпендикулярно пластинам протон движется без начальной скорости с постоянным ускорением $a = \frac{eE}{m}$.

Подсказка 3: Напряжение на конденсаторе и напряженность поля между пластинами связаны соотношением $U = E \cdot d$.

Решение:

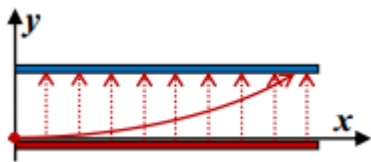
Введем оси x и y так, как показано на рисунке. Поле в конденсаторе направлено перпендикулярно пластинам (от положительно заряженной к отрицательно заряженной), поэтому по оси x протон движется равномерно: $x(t) = v_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0}$. По оси y протон

движется без начальной скорости с постоянным ускорением $a = \frac{eE}{m}$. Поэтому

$y = \frac{eEt^2}{2m} = \frac{eEx^2}{2mv_0^2}$. Протон врежется в отрицательно заряженную пластину, если при $x = L$

будет выполнено требование $y \geq d$. Следовательно, $\frac{eEL^2}{2mv_0^2} \geq d$ и $E \geq \frac{2mv_0^2 d}{eL^2}$. Значит,

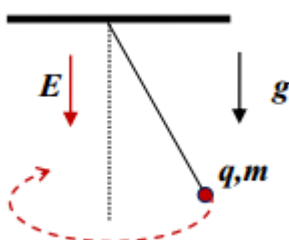
минимальное необходимое напряжение равно $U_m = E_m d = \frac{2mv_0^2 d^2}{eL^2} = 75$ В.



Ответ: 75.

Задача 6 (4 балла) [однородное поле, вращение по окружности]

Маленький шарик с массой $m = 50$ г и зарядом $q = 20$ мкКл подвешен на легкой непроводящей нерастяжимой нити. Его запускают так, что он вращается в горизонтальной плоскости с периодом τ . При этом нить во время вращения составляет с вертикалью постоянный угол $\alpha = 30^\circ$. Затем в области расположения этой системы включают однородное электрическое поле, вектор напряженности которого направлен вертикально вниз, а величина $E = 2500$ В/м. Шарик запустили так, что он снова вращается с тем же периодом τ , а нить составляет с вертикалью постоянный угол β . Найдите β . Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10$ м/с². Ответ запишите в градусах, с точностью до целого значения.



Подсказка 1: Поскольку шарик не движется по вертикали, то в первом случае вертикальная составляющая силы натяжения нити уравнивает силу тяжести: $T \cos(\alpha) = mg$.

Подсказка 2: Горизонтальная составляющая этой силы создает центростремительное ускорение шарика, вращающегося по окружности радиуса $r = L \sin(\alpha)$.

Подсказка 3: После включения электрического поля единственное изменение состоит в том, что действующая на шарик вертикальная сила увеличивается $mg \rightarrow mg + qE$.

Решение:

Рассмотрим сначала вращение без электрического поля. Поскольку шарик не движется по вертикали, то вертикальная составляющая силы натяжения нити уравнивает силу тяжести: $T \cos(\alpha) = mg$. Горизонтальная составляющая этой силы создает

центростремительное ускорение шарика, вращающегося с угловой скоростью $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$ по

окружности радиуса $r = L \sin(\alpha)$ (L – длина нити): $T \sin(\alpha) = m\omega^2 L \sin(\alpha)$. Следовательно,

сила натяжения нити равна $T = m\omega^2 L$, и из первого уравнения получаем, что $\cos(\alpha) = \frac{g}{\omega^2 L}$.

После включения электрического поля единственное изменение состоит в том, что действующая на шарик вертикальная сила увеличивается $mg \rightarrow mg + qE$, то есть

$g \rightarrow g \left(1 + \frac{qE}{mg}\right)$. Следовательно, $\cos(\beta) = \cos(\alpha) \left(1 + \frac{qE}{mg}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1,1$. Таким образом,

$$\beta = \arccos\left(\frac{11\sqrt{3}}{20}\right) \approx 18^\circ.$$

Ответ: 18.