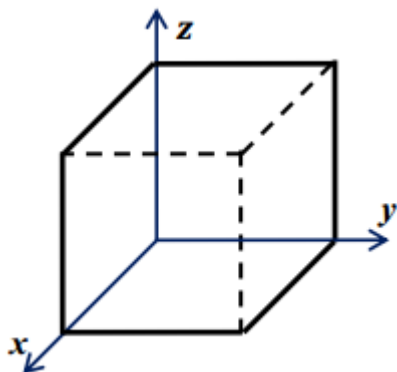


Набор задач для самостоятельного решения к вводному занятию «Электромагнитная индукция».

Задача 1 (2 балла) [магнитная индукция, магнитный поток]

Проводящий контур проложен по ребрам куба с ребром $a = 20$ см (см. рисунок). В области расположения контура создано однородное магнитное поле, вектор индукции которого в показанной на рисунке системе координат имеет компоненты $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z) = (3, 4, 5)$ Тл. Найдите поток магнитного поля через этот контур. Ответ запишите в веберах с точностью до сотых.



Подсказка 1: Поток через контур, состоящий из нескольких участков, есть сумма потоков через отдельные участки.

Подсказка 2: Для каждой грани поток равен площади грани, умноженной на перпендикулярную этой грани компоненту магнитной индукции.

Подсказка 3: Компоненты индукции в заданной системе координат и есть ее компоненты, перпендикулярные граням куба.

Решение:

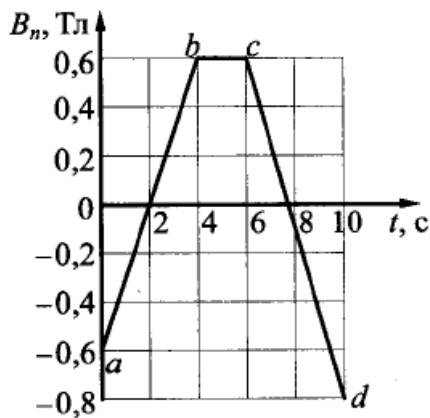
Поток через контур, состоящий из нескольких участков, есть сумма потоков через отдельные участки. Поскольку компонента вектора магнитной индукции, параллельная плоскости фигуры, дает нулевой вклад в магнитный поток через площадь этой фигуры, то для каждой грани поток равен площади грани a^2 , умноженной на перпендикулярную этой грани компоненту магнитной индукции. При этом компоненты индукции в заданной системе координат $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$ и есть ее компоненты, перпендикулярные граням куба.

Следовательно, $\Phi = (B_x + B_y + B_z)a^2 = 0,48$ Вб.

Ответ: 0,48.

Задача 2 (3 балла) [магнитный поток, электромагнитная индукция]

Проволочная рамка с сопротивлением $R = 0,2$ Ом находится в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$. На рисунке изображено изменение проекции $\vec{B}$ на перпендикуляр к плоскости рамки с течением времени. За время $t = 10$ с в рамке выделилось количество теплоты $Q = 4,1$ мДж. Какова площадь рамки? Ответ дайте в квадратных сантиметрах, с точностью до целого значения.



Подсказка 1: Величина ЭДС индукции, согласно закону Фарадея, $\mathcal{E}_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = S \frac{\Delta B_n}{\Delta t}$.

Подсказка 2: Поэтому тепло выделяется только в периоды, когда B_n изменяется, то есть в интервалы времени от 0 с до 4 с и от 6 с до 10 с.

Подсказка 3: Количество теплоты для каждого интервала $Q = \frac{\mathcal{E}_i^2}{R} \Delta t = \frac{S^2}{R} \frac{(\Delta B_n)^2}{\Delta t}$.

Решение:

Величина ЭДС индукции, согласно закону Фарадея, $\mathcal{E}_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = S \frac{\Delta B_n}{\Delta t}$. Эта ЭДС создает в

рамке ток, величина которого определяется законом Ома: $I = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{S}{R} \frac{\Delta B_n}{\Delta t}$. По рамке пройдет

заряд, и ЭДС индукции совершит работу $A = \mathcal{E}_i I \Delta t = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} I \Delta t = \frac{S^2}{R} \frac{(\Delta B_n)^2}{\Delta t}$. Именно эта работа

переходит в тепло. Итак, тепло выделяется только в периоды, когда B_n изменяется, то есть в интервалы времени от 0 с до 4 с и от 6 с до 10 с. Оба интервала равны $\Delta t = 4$ с, а проекция индукции в первом случае изменяется на $\Delta B_1 = +1,2$ Тл, а во втором – на $\Delta B_2 = -1,4$ Тл.

Таким образом, выделившееся тепло $Q = \frac{S^2}{R} \frac{(\Delta B_1)^2 + (\Delta B_2)^2}{\Delta t}$. Из этого соотношения

находим: $S = \sqrt{\frac{RQ\Delta t}{(\Delta B_1)^2 + (\Delta B_2)^2}} \approx 310 \text{ см}^2$.

Ответ: 310.

Задача 3 (2 балла) [сила Лоренца, электромагнитная индукция]

Тонкий алюминиевый брусок прямоугольного сечения, имеющий длину $L = 50$ см, соскальзывает из состояния покоя по гладкой наклонной плоскости из диэлектрика в вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 0,2$ Тл. Плоскость наклонена к горизонту под углом $\alpha = 30^\circ$. Продольная ось бруска при движении сохраняет горизонтальное направление. Найдите величину разности потенциалов на концах бруска в момент, когда брусок пройдет по наклонной плоскости расстояние $s = 1,6$ м.

Подсказка 1: .

Подсказка 2: .

Подсказка 3: .

Решение:

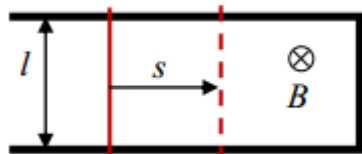
На электрон проводимости, движущийся вместе с корпусом самолета, действует сила Лоренца, равная по величине $F = |e| B v \sin(10^\circ)$, так как согласно условию, угол между $\vec{v}$ и $\vec{B}$ равен 10° . Перемещение электронов прекратится, когда сила Лоренца будет уравновешена

силой, действующей со стороны возникшего из-за разделения зарядов электрического поля. Из условия равенства сил можно найти величину напряженности этого поля $|e| E = |e| B v \sin(10^\circ) \Rightarrow E = B v \sin(10^\circ)$. Искомая разность потенциалов $\Delta\phi = EL = BvL \sin(10^\circ) \approx 7 \text{ В}$. При вычислении было учтено, что $720 \text{ км/ч} = 200 \text{ м/с}$.

Ответ: .

Задача 4 (4 балла) [магнитный поток, электромагнитная индукция]

На П-образной шине с пренебрежимо малым сопротивлением лежит перемычка, длина которой $l = 20 \text{ см}$. Перемычка перпендикулярна сторонам шины. В окружающем пространстве создано магнитное поле с индукцией $B = 0,5 \text{ Тл}$, перпендикулярное плоскости шины. Перемычку плавно перемещают, не поворачивая, на расстояние $s = 15 \text{ см}$. Найти величину заряда, протекшего через перемычку за время перемещения. Сопротивление перемычки $R = 10 \text{ Ом}$. Ответ запишите в микрокулонах, с точностью до целого значения.



Подсказка 1: При движении перемычки изменяется магнитный поток через проводящий контур, образованный перемычкой и участком шины.

Подсказка 2: Величина ЭДС индукции $\mathcal{E}_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{Blv\Delta t}{\Delta t} = Blv$.

Подсказка 3: Заряд, протекший через перемычку за время перемещения, равен произведению силы индукционного тока на это время.

Решение:

При движении перемычки изменяется магнитный поток через проводящий контур, образованный перемычкой и участком шины. Поэтому, в соответствии с законом электромагнитной индукции Фарадея, в контуре возникнет индукционный ток. Величина

ЭДС индукции $\mathcal{E}_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. Так как линии индукции перпендикулярны плоскости контура, то

магнитный поток равен произведению B на площадь контура. Пусть скорость перемещения перемычки равна v , тогда за время Δt площадь контура изменяется на $l \cdot v\Delta t$, и поэтому изменение магнитного потока $\Delta\Phi = Blv\Delta t$. Значит, $\mathcal{E}_i = Blv$, и в соответствии с законом Ома

сила индукционного тока $I = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{Blv}{R}$. Заряд, потекший за время движения

$$q = It = \frac{Bl}{R} vt = \frac{Bl s}{R} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ Кл.}$$

Ответ: 150.

Задача 5 (4 балла) [магнитный поток, электромагнитная индукция]

По двум горизонтальным гладким параллельным шинам может скользить, перемещаясь поступательно, перпендикулярная шинам проводящая перемычка. С одной стороны к концам шин подключен (через изначально разомкнутый ключ) источник постоянного тока с ЭДС 24 В , в другую сторону шины продолжают очень далеко. Сопротивление шин мало по сравнению с сопротивлением перемычки и внутренним сопротивлением источника. Длина перемычки $0,4 \text{ м}$. В окружающем пространстве создано однородное вертикальное магнитное поле с индукцией 1 Тл . Сначала перемычка покоится. Когда ключ замыкают, перемычка начинает двигаться от источника. До какой максимальной скорости может разогнаться перемычка? Ответ запишите в м/с, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: При движении с постоянной скоростью величина ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_i = B \frac{dS}{dt} = Bl \frac{dx}{dt} = Blv.$$

Подсказка 2: Сила тока в контуре, образованном источником, шинами и перемычкой

$$I = \frac{E - Bvl}{R + r}.$$

Подсказка 3: Перемычку разгоняет сила Ампера $F_A = IBl$, которой другие силы не противодействуют.

Решение:

При движении с постоянной скоростью величина ЭДС индукции $\mathcal{E}_i = B \frac{dS}{dt} = Bl \frac{dx}{dt} = Blv$, а

сила тока в контуре, образованном источником, шинами и перемычкой $I = \frac{E - Bvl}{R + r}$.

Перемычку разгоняет сила Ампера $F_A = IBl$, которой другие силы не противодействуют.

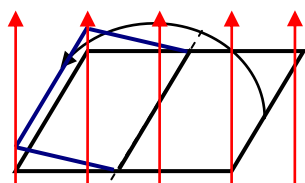
Поэтому разгон прекратится, а скорость станет максимальной, когда ток обратится в ноль,

то есть когда ЭДС индукции уравнивает ЭДС источника: $E = Blv \Rightarrow v = \frac{E}{Bl} = 60 \text{ м/с}$.

Ответ: 60.

Задача 6 (4 балла) [магнитный поток, электромагнитная индукция]

Из проволоки поперечного сечения $\sigma = 1 \text{ мм}^2$ с удельным сопротивлением $\rho = 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ изготовлена рамка в виде квадрата с перемычкой посередине (см. рисунок). Длина стороны квадрата равна $a = 40 \text{ см}$. Рамку поместили в однородное магнитное поле с индукцией $B = 5 \text{ Тл}$, перпендикулярное ее плоскости. Затем рамку согнули «пополам» вокруг перемычки. Какой заряд протечет через перемычку за время сгибания? Ответ запишите в кулонах, с точностью до целого значения.



Подсказка 1: При сгибании рамки изменяется магнитный поток через «правую» половину рамки, и именно в ней появляется ЭДС индукции.

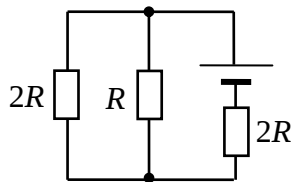
Подсказка 2: Можно считать, что значение силы тока в каждый момент времени связано с мгновенным значением ЭДС так же, как при постоянном токе, и использовать эквивалентную схему контура.

Подсказка 3: При правильной эквивалентной схеме ток через перемычку $I_R = \frac{\mathcal{E}_i}{4R}$, где

$R = \rho \frac{a}{\sigma}$ – сопротивление участка проволоки с длиной, соответствующей стороне квадрата.

Решение:

При сгибании рамки изменяется магнитный поток через «правую» половину рамки. За счет этого в движущейся части контура появляется ЭДС индукции, и в контуре течет ток. Поскольку механическое движение существенно медленнее электромагнитных процессов, мы можем использовать *квазистационарное приближение*, в рамках которого будем считать, что значение силы тока в каждый момент времени связано с мгновенным значением ЭДС так же, как при постоянном токе. Эквивалентная схема контура имеет вид,



показанный на рисунке. Здесь $R = \rho \frac{a}{\sigma}$ – сопротивление участка проволоки с длиной, соответствующей стороне квадрата. Легко определить, что ток в ветви с ЭДС $I = \frac{\mathcal{E}}{2R + (2/3)R} = \frac{3\mathcal{E}}{8R}$, и через перемычку течет $\frac{2}{3}$ этого тока, то есть $I_R = \frac{\mathcal{E}}{4R}$. Поскольку $\mathcal{E} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, то $\Delta q_R = I_R \Delta t = \frac{1}{4R} \Delta\Phi$, то есть протекший заряд пропорционален изменению магнитного потока. Суммируя малые приращения, приходим к конечным изменениям:

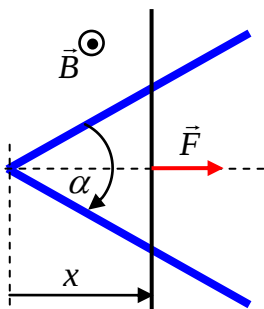
$$q_R = \frac{|\Phi_K - \Phi_H|}{4R} \Rightarrow \frac{(Ba^2/2) - (-Ba^2/2)}{4R} = \frac{Ba^2}{4R}.$$

Подставляя сюда R , находим: $q_R = \frac{Ba\sigma}{4\rho} = 5 \text{ Кл.}$

Ответ: 5.

Задача 7 (5 баллов) [магнитный поток, электромагнитная индукция]

Проводник, согнутый под углом $\alpha = 60^\circ$, расположен в горизонтальной плоскости. Металлический стержень может без трения скользить перпендикулярно биссектрисе угла. Индукция однородного вертикального магнитного поля равна $B = 0,01 \text{ Тл}$. К стержню приложена горизонтальная сила $F = kx$, где расстояние x отсчитывается от вершины угла, а $k = 200 \text{ Н/м}$. Определить максимальную скорость стержня. В процессе движения стержень не теряет контакта с обеими сторонами угла. Сопротивление единицы длины стержня равно $\rho = 10^{-7} \text{ Ом}\cdot\text{м}$, сопротивление проводника и контакта пренебрежимо мало. Ответ запишите в см/с, с точностью до целого значения



Подсказка 1: При движении стержня будет увеличиваться площадь треугольника, образованного стержнем и «уголком» из проводника: $S = x^2 \text{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$.

Подсказка 2: Сопротивление участка стержня, по которому течет ток, $R = 2\rho x \text{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$.

Подсказка 3: Скорость стержня достигнет максимального значения, когда ускорение станет равным нулю, то есть сила $F = kx$ будет уравновешена силой Ампера $F_A = IB \cdot 2x \text{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$, действующей на стержень со стороны магнитного поля.

Решение:

Приложим к стержню силу F , тогда при движении стержня будет увеличиваться площадь треугольника, образованного стержнем и «уголком» из проводника: $S = x^2 \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. Поток магнитной индукции $\Phi = BS$, ЭДС индукции, возникающая в контуре $|\mathcal{E}| = \frac{d\Phi}{dt} = 2Bx \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \frac{dx}{dt} = 2Bx \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) v$. Сопротивление участка стержня, по которому течет ток, $R = 2\rho x \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. В стержне возникнет ток, пропорциональный скорости: $I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{B}{\rho} v$. Сила Ампера, действующая на проводник, $F_A = IB2x \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{2B^2 x v}{\rho} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. Уравнение движения стержня: $ma = F - F_A$, то есть $ma = x \left[k - \frac{2B^2 v}{\rho} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right]$. Скорость стержня достигнет максимального значения, когда ускорение станет равным нулю. Значит, $k - \frac{2B^2 v_{\max}}{\rho} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 0$, и $v_{\max} = \frac{k\rho}{2B^2} \operatorname{ctg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \approx 0,173 \text{ м/с}$.

Ответ: 17.