

**7-9 классы, подготовка к теоретическому туру
олимпиады школьников «Робофест» по физике**

Набор задач для самостоятельного решения к вводному занятию «электростатика».

Задача 1 (1 балл) [закон Кулона, принцип суперпозиции]

Как изменится величина силы взаимодействия F двух одинаковых точечных неподвижных зарядов $+q$ и $-q$, находящихся на расстоянии r , если один из них увеличить по модулю в 3 раза, другой – уменьшить по модулю в 4 раза, а расстояние между ними уменьшить в 5 раз?

В ответе запишите отношение $\frac{F'}{F}$ с точностью до сотых.

Подсказка 1: Согласно закону кулона, величина силы пропорциональна произведению величин зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния.

Подсказка 2: Значит, $|\vec{F}'| = k \frac{3|+q| \cdot |-q|/4}{(r/5)^2}$.

Решение:

Из закона Кулона ясно, что $|\vec{F}'| = k \frac{3|q| \cdot |q|/4}{(r/5)^2} = \frac{75}{4} F$, (величина силы увеличится в 18,75 раза).

Ответ: 18,75.

Задача 2 (2 балла) [закон Кулона, принцип суперпозиции]

Два точечных заряда – с одинаковой величиной $|q_0| = 4 \text{ мКл}$, но противоположные по знаку, расположены на расстоянии $r = 12 \text{ см}$. Найдите величину электрической силы, действующую на заряд $q = 6 \text{ нКл}$, расположенный в середине отрезка, соединяющего эти заряды. Ответ запишите в ньютонах, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: Силы, действующие на центральный заряд со стороны крайних, направлены в одну сторону.

Подсказка 2: По модулю каждая из этих сил равна $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = k \frac{|q_0| \cdot |q|}{(r/2)^2} = 4k \frac{|q_0| \cdot |q|}{r^2}$.

Решение:

Силы, действующие на центральный заряд со стороны крайних, направлены в одну сторону (так как крайние заряды имеют разный знак и расположены по разные стороны от него). Поэтому при векторном сложении величины этих сил складываются. Ясно, что по модулю

каждая из этих сил равна $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = k \frac{|q_0| \cdot |q|}{(r/2)^2} = 4k \frac{|q_0| \cdot |q|}{r^2}$. Поэтому величина

резльтирующей силы $|\vec{F}| = 8k \frac{|q_0| \cdot |q|}{r^2} \approx 120 \text{ Н}$.

Ответ: 120.

Задача 3 (4 балла) [закон Кулона, принцип суперпозиции]

В вершинах квадрата ABCD со стороной $l = 50 \text{ см}$ расположены четыре неподвижных точечных заряда: $q_A = +q$, $q_B = -2q$, $q_C = +2q$ и $q_D = -q$, где $q = 50 \text{ мКл}$. Найдите величину результирующей электрической силы, действующей на заряд $q_A = q$. Ответ дайте в ньютонах, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: Положительный заряд q_A притягивается к отрицательным зарядам q_B и q_D и отталкивается от положительного заряда q_C .

Подсказка 2: Величины сил, действующих на q_A со стороны других зарядов, равны

$$F_B = \frac{2kq^2}{l^2}, F_C = \frac{2kq^2}{(l\sqrt{2})^2} = \frac{kq^2}{l^2} \text{ и } F_D = \frac{kq^2}{l^2}.$$

Подсказка 3: Удобно найти проекции результирующей силы на оси, направленные вдоль сторон квадрата.

Решение:

Положительный заряд q_A притягивается к отрицательным зарядам q_B и q_D и отталкивается от положительного заряда q_C (см. рисунок). Величины сил, действующих на него со

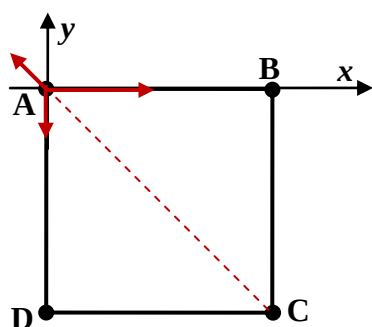
сторон этих зарядов, равны $F_B = \frac{2kq^2}{l^2}$, $F_C = \frac{2kq^2}{(l\sqrt{2})^2} = \frac{kq^2}{l^2}$ и $F_D = \frac{kq^2}{l^2}$. Вычислим

проекции результирующей силы на оси x и y : $F_x = \frac{2kq^2}{l^2} - \frac{kq^2}{l^2} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \frac{kq^2}{l^2}$ и

$$F_y = \frac{kq^2}{l^2} - \frac{kq^2}{l^2} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \frac{kq^2}{l^2}.$$

Следовательно, ее модуль

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{6-\sqrt{2}} \frac{kq^2}{l^2} \approx 193\text{Н}.$$



Ответ: 193.

Задача 4 (2 балла) [потенциал, принцип суперпозиции]

В вершинах квадрата ABCD со стороной $l=50\text{см}$ расположены четыре неподвижных точечных заряда: $q_A = +q$, $q_B = -2q$, $q_C = +2q$ и $q_D = -q$, где $q=50\text{мкКл}$. Найдите потенциал центра квадрата относительно бесконечности. Ответ запишите в вольтах, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: Все четыре заряда находятся на одинаковом расстоянии $\frac{l}{\sqrt{2}}$ от центра квадрата.

Подсказка 2: Сумма всех четырех зарядов равна нулю.

Решение:

Все четыре заряда находятся на одинаковом расстоянии $\frac{l}{\sqrt{2}}$ от центра квадрата, поэтому, в соответствии с принципом суперпозиции, потенциал этой точки относительно бесконечности равен $\varphi = k \frac{q_A + q_B + q_C + q_D}{\frac{l}{\sqrt{2}}}$. Сумма всех четырех зарядов равна нулю, и потенциал центра квадрата относительно бесконечности тоже равен нулю.

Ответ: 0.

Задача 5 (3 балла) [напряженность, принцип суперпозиции]

В вершинах квадрата ABCD со стороной $l = 50$ см расположены четыре неподвижных точечных заряда: $q_A = +q$, $q_B = -2q$, $q_C = +2q$ и $q_D = -q$, где $q = 50$ мкКл. Найдите величину напряженности электрического поля в центре квадрата. Ответ запишите в МВ/м (мегавольтах на метр), с точностью до десятых.

Подсказка 1: Заметим, что на концах диагоналей квадрата находятся одноименные (на концах AC – положительные, BD – отрицательные) заряды, различающиеся в два раза.

Подсказка 2: Величины напряженностей электрического поля, создаваемые этими парами зарядов, равны.

Подсказка 3: $|\vec{E}_{AC}| = |\vec{E}_{BD}| = k \frac{2q}{l^2 \sqrt{2}} - k \frac{q}{l^2 \sqrt{2}} = k \frac{q}{l^2 \sqrt{2}}$.

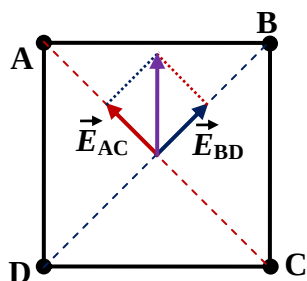
Решение:

Заметим, что на концах диагоналей квадрата находятся одноименные (на концах AC – положительные, BD – отрицательные) заряды, различающиеся в два раза. Ясно, что величины напряженностей электрического поля, создаваемые этими парами зарядов, равны:

$$|\vec{E}_{AC}| = |\vec{E}_{BD}| = k \frac{2q}{l^2 \sqrt{2}} - k \frac{q}{l^2 \sqrt{2}} = k \frac{q}{l^2 \sqrt{2}}.$$

Вектор напряженности электростатического поля точечного заряда всегда направлен от положительных зарядов и к отрицательным. Поэтому направления векторов напряженностей $\vec{E}_{AC}$ и $\vec{E}_{BD}$ таково, как показано на рисунке. Они взаимно перпендикулярны, поэтому величина результирующей напряженности

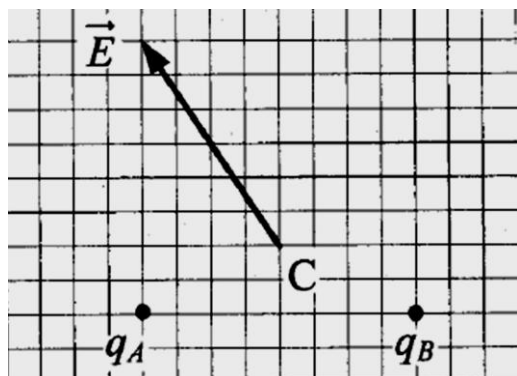
$$|\vec{E}| = \sqrt{2} |\vec{E}_{AC}| = k \frac{q}{l^2} \approx 1,8 \cdot 10^6 \text{ В/м}.$$



Ответ: 1,8.

Задача 6 (4 балла) [напряженность, принцип суперпозиции]

На рисунке показан вектор напряженности $\vec{E}$ электрического поля в точке C, созданного двумя точечными зарядами q_A и q_B . Найдите заряд q_B , если известно, что $q_A = +4$ нКл. Ответ запишите в нКл, с точностью до целого значения, с учетом знака. Клеточки сетки на рисунке квадратные.



Подсказка 1: Удобно, например, ввести оси координат, направленные по линиям «сетки» на рисунке и записать уравнения для компонент вектора напряженности через сумму компонент напряженностей от каждого заряда, выраженные через величины зарядов и одинаковые расстояния от зарядов до точки С.

Подсказка 2: Косинусы и синусы углов между всеми напряженностями и осями координат находятся «по клеточкам» сетки.

Подсказка 3: Например, такое уравнение для проекций на направленную вправо (по рисунку)

«горизонтальную» ось имеет вид $\frac{2}{\sqrt{5}} \left(\frac{kq_A}{r^2} - \frac{kq_B}{r^2} \right) = -\frac{2}{\sqrt{13}} E$, где $r \equiv AC \equiv BC$. Обратите

внимание на знаки – они записаны для положительных зарядов, но «автоматически» будут правильны и для отрицательных!

Решение:

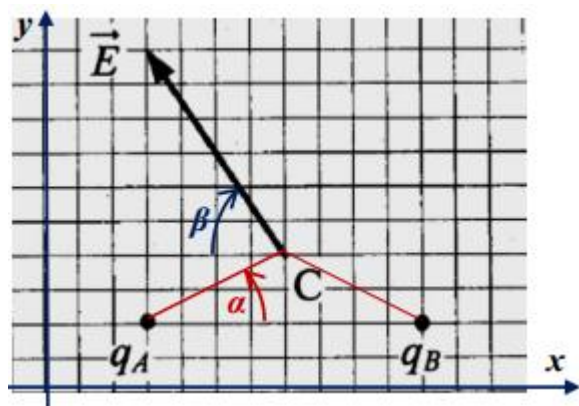
Вектор напряженности электростатического поля точечного заряда всегда направлен от положительных зарядов и к отрицательным. Его величина прямо пропорциональна заряду и обратно пропорциональна квадрату расстояния. Расстояние от А и В до точки С одинаково. Обозначим его r . По клеточкам определяем, что для угла α , введенного на рисунке,

$\cos(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{5}}$ и $\sin(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Для угла β (также по клеточкам) находим: $\cos(\beta) = \frac{2}{\sqrt{13}}$ и

$\sin(\beta) = \frac{3}{\sqrt{13}}$. С учетом этих значений запишем выражения для проекций вектора $\vec{E}$ на оси

x и y , введенные на рисунке:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{\sqrt{5}} \left(\frac{kq_A}{r^2} - \frac{kq_B}{r^2} \right) = -\frac{2}{\sqrt{13}} E \\ \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{kq_A}{r^2} + \frac{kq_B}{r^2} \right) = +\frac{3}{\sqrt{13}} E \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{q_A - q_B}{q_A + q_B} = -\frac{1}{3} \Rightarrow q_B = \frac{1}{2} q_A = +2 \text{ нКл.}$$

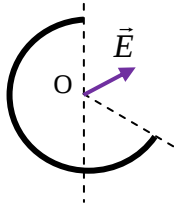


Ответ: 10.

Задача 7 (5 баллов) [напряженность электрического поля, принцип суперпозиции]

На тонкий непроводящий стержень, изогнутый в виде дуги окружности с углом раствора 240° , равномерно нанесен положительный заряд. При этом величина напряженности электрического поля в точке О, совпадающей с центром окружности, равна E . От конца стержня (не изменяя распределения заряда) отрезают участок с угловым размером 60° (см. рисунок) и удаляют его на большое расстояние. Найти новую величину напряженности. В

ответ запишите отношение $\frac{E}{E'}$, с точностью до сотых.



Подсказка 1: Если мысленно разделить стержень на 4 одинаковых участка с углами раствора по 60° , то все эти участки создают в точке О вектора напряженности с одинаковым модулем, причем эти вектора направлены от участков по их биссектрисам.

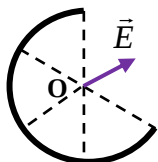
Подсказка 2: Для четырех участков крайние расположены напротив друг друга, и их вклады в наблюдаемую в точке О напряженность сокращаются.

Подсказка 3: Поэтому заданная в условии величина E – это модуль вектора, получаемого сложением двух векторов модулем E_1 (это модуль напряженности, создаваемой одним участком) каждый с углом 60° между ними.

Решение:

Если мысленно разделить стержень на 4 одинаковых участка с углами раствора по 60° , то все эти участки создают в точке О вектора напряженности с одинаковым модулем, который мы обозначим E_1 , причем эти вектора направлены от участков по их биссектрисам. Для четырех участков крайние расположены напротив друг друга, и их вклады в наблюдаемую в точке О напряженность сокращаются. Поэтому E – это модуль вектора, получаемого сложением двух векторов модулем E_1 каждый с углом 60° между ними. Поэтому $E = 2E_1 \cdot \cos(30^\circ) = \sqrt{3} \cdot E_1$. Когда с любого из краев будет отрезан один из участков, то новый вектор суммарной напряженности $\vec{E}'$ будет суммой трех векторов модулем E_1 каждый с углами по 60° между ними. Поэтому $E' = E_1 + 2E_1 \cos(60^\circ) = 2E_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} E$. Значит,

$$\frac{E}{E'} = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87.$$



Ответ: 0,87.