

Подготовка к олимпиаде школьников «РОБОФЕСТ» по физике

Набор задач для самостоятельного решения для участников 7-9 классов.

Задание 1.

1.1. Жесткий стержень скользит по ровной плоской поверхности. В некоторый момент времени скорость одного из его концов направлена перпендикулярно стержню. Под каким углом друг к другу направлены в этот момент скорости центра стержня и другого конца? Известно, что этот угол не равен нулю и что величина этих скоростей также отлична от нуля. Ответ запишите в градусах.

Подсказка 1: расстояние между любыми двумя точками жесткого стержня не изменяется при его движении.

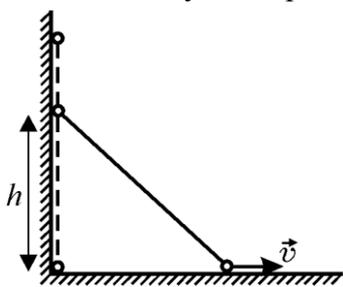
Подсказка 2: из утверждения подсказки 1 следует, что проекции скоростей всех точек стержня на прямую, идущую вдоль стержня, равны.

Решение:

Расстояние между любыми двумя точками жесткого стержня не изменяется при его движении. Поэтому проекции скоростей всех точек стержня на прямую, идущую вдоль стержня, равны. Так как скорость одного из концов стержня имеет нулевую проекцию на эту прямую, то скорости всех точек также имеют нулевую проекцию. Значит, скорости другого конца и центра стержня направлены вдоль одной прямой. Так как угол между ними не равен нулю, то он равен 180° .

ОТВЕТ: 180.

1.2. Один из узлов промышленного робота представляет собой два одинаковых маленьких



шарика, соединенных легким жестким стержнем длиной $l = 80$ см. Один из шариков может свободно перемещаться по вертикальной направляющей, а другой – по горизонтальной. Первоначально стержень располагался вертикально. Из-за неосторожности, допущенной при сборке узла, нижний шарик сместился вправо на малое расстояние и система пришла в движение в плоскости рисунка. Найдите модуль скорости нижнего шарика V в

момент времени, когда верхний шарик опустился до высоты $h = 60$ см над горизонтальной направляющей. Считайте, что при движении шарики не отрываются от направляющих, трением пренебрегите. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с². Ответ запишите в виде десятичной дроби с одним знаком после запятой.

Подсказка 1: поскольку длина стержня постоянна, проекции скоростей шариков на направление стержня в каждый момент времени совпадают.

Подсказка 2: кинетическая энергия системы – сумма кинетических энергий шариков, потенциальная – энергия верхнего шарика в поле тяжести Земли.

Подсказка 3: из закона сохранения механической энергии шариков следует равенство

$$mgl = mgh + \frac{mV^2}{2}(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha), \text{ где } \alpha \text{ – угол между стержнем и вертикальной направляющей.}$$

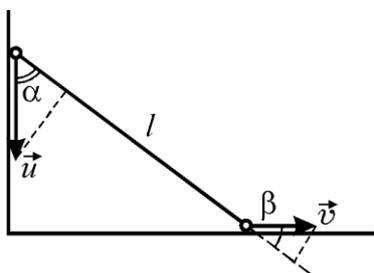
Решение:

Поскольку длина стержня постоянна, проекции скоростей шариков на направление стержня в каждый момент времени совпадают. Обозначив через \vec{u} скорость верхнего шарика, имеем (см. рисунок):

$$u \cos \alpha = V \cos \beta = v \sin \alpha, \quad \text{откуда} \quad u = V \operatorname{tg} \alpha, \quad \text{где}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{h}. \text{ Из закона сохранения механической энергии}$$

шариков следует равенство:



$$mgl = mgh + \frac{m(u^2 + v^2)}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2}(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha). \text{ Из записанных выражений получаем, что}$$

$$v = \frac{h}{l} \sqrt{2g(l-h)} = 1,5 \text{ м/с.}$$

ОТВЕТ: 1,5.

Задание 2.

2.1. Найти расход воды (т.е. массу воды, вытекающую в единицу времени) для трубы сечением 20 см^2 , в которой вода движется со скоростью 4 м/с . Плотность воды считать равной 1 г/см^3 . Ответ дать в кг/с .

Подсказка 1: объем воды, протекающий за время Δt через трубу сечением S , равен $\Delta V = Sv\Delta t$ (где v – скорость течения воды).

Подсказка 2: расход воды $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho \frac{\Delta V}{\Delta t}$, где ρ – плотность воды.

Решение:

Объем воды, протекающий за время Δt через трубу сечением S , равен $\Delta V = Sv\Delta t$ (где v – скорость течения воды). Поэтому расход воды с плотностью ρ равен

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho \frac{\Delta V}{\Delta t} = \rho Sv = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,002 \text{ м}^2 \cdot 4 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 8 \text{ кг/с.}$$

ОТВЕТ: 8.

2.2. Бензиновый двигатель модели потребляет 2 г бензина на 10 м пути при скорости движения 2 м/с . Его КПД равен 30% . Температура двигателя поддерживается постоянной за счет водяного охлаждения. Вода поступает в систему охлаждения двигателя из радиатора с температурой 25°C , а возвращается в радиатор с температурой 45°C . С какой скоростью циркулирует вода в системе охлаждения, если площадь сечения трубок в ней постоянна и равна $0,5 \text{ см}^2$. Удельная теплота сгорания используемого бензина 45 МДж/кг , удельная теплоемкость воды $4,2 \text{ кДж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$. Плотность воды считать равной 1 г/см^3 . Ответ дать в м/с .

Подсказка 1: расход воды в системе охлаждения $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho Sv$.

Подсказка 2: отводимое водой тепло равно разности количества тепла, выделившегося при сгорании топлива, и полезной работы двигателя.

Подсказка 3: следовательно, умножение расхода воды на ее удельную теплоемкость c и разность температур ΔT на выходе и входе в систему охлаждения дает величину, равную 70% от теплоты сгорания бензина в единицу времени.

Решение:

Отводимое водой тепло равно разности количества тепла, выделившегося при сгорании топлива, и полезной работы двигателя. Полезная работа двигателя за время Δt равна 30% от теплоты сгорания топлива $A = 0,3 \cdot q \Delta m_{\text{б}}$ ($q = 45 \text{ МДж/кг}$, а $\Delta m_{\text{б}}$ – масса сгоревшего бензина). Ясно, что $\Delta m_{\text{б}} = 2 \text{ г}$ соответствует $\Delta t = \frac{S}{v} = 5 \text{ с}$. Расход воды в системе

охлаждения $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho Sv$. Умножение расхода воды на ее удельную теплоемкость c и разность температур ΔT на выходе и входе в систему охлаждения дает величину, равную 70% от теплоты сгорания бензина в единицу времени. Таким образом,

$$c \Delta T \rho Sv = 0,7q \frac{\Delta m_{\text{б}}}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{0,7q}{c \Delta T \rho S} \frac{\Delta m_{\text{б}}}{\Delta t} = 3 \text{ м/с.}$$

ОТВЕТ: 3.

Задание 3.

3.1. При работе светодиода напряжение на нем примерно постоянно и равно 7,5 В. Чему равно его сопротивление в рабочем режиме, в котором мощность излучаемого света составляет 9 Вт? КПД светодиода равно 80%. Ответ запишите в Омах.

Подсказка 1: Потребляемая светодиодом мощность равна $1,25 \times 9$ Вт.

Подсказка 2: Эта мощность равна $\frac{U^2}{R}$, где U – напряжение на светодиоде, а R – его сопротивление.

Решение:

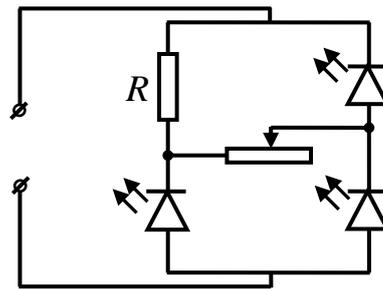
Потребляемая светодиодом мощность равна $P = 1,25 \times 9$ Вт. Эта мощность равна $\frac{U^2}{R}$, где

U – напряжение на светодиоде, а R – его сопротивление. Поэтому $R = \frac{U^2}{P} = 5$ Ом.

ОТВЕТ: 5.

3.2. Для световой панели с тремя светодиодами собрана схема, показанная на рисунке.

Резистор в схеме имеет сопротивлением $R = 24$ Ом. Для питания схемы используется источник постоянного напряжения. Оказалось, что при изменении положения движка реостата яркость свечения всех светодиодов совершенно не изменяется. При работе каждого светодиода напряжение на нем примерно постоянно и равно и двух светодиодам $U_1 = 12$ В, а у третьего оно отличается от этого значения. КПД всех светодиодов равен 75%, а мощность излучаемого света у третьего в два раза больше, чем у двух других. у двух из них номинальная мощность была равна $P_1 = 12$ Вт, а у третьей – $P_2 = 8$ Вт. меняется. Найдите суммарную мощность излучения панели. Ответ запишите в Ваттах.



Подсказка 1: яркость свечения светодиодов не изменяется, если ток через реостат отсутствует при любом положении движка.

Подсказка 2: это возможно только в том случае, если напряжения на диодах в нижней части схемы равны друг другу, а напряжение на диоде в верхней части схемы равно напряжению на резисторе.

Подсказка 3: поскольку при одинаковом токе и одинаковом КПД мощность свечения светодиодов отличается в два раза, то и рабочие напряжения у них отличаются в два раза.

Решение:

Яркость свечения светодиодов не изменяется, если ток через реостат отсутствует при любом положении движка. Это возможно только в том случае, если напряжения на диодах в нижней части схемы равны друг другу, а напряжение на диоде в верхней части схемы равно напряжению на резисторе. Значит, два «нижних» светодиода одинаковы и напряжение на них равно $U_1 = 12$ В. Поскольку при одинаковом токе и одинаковом КПД мощность свечения светодиодов отличается в два раза, то и рабочие напряжения у них отличаются в два раза. Следовательно, рабочее напряжение «верхнего» светодиода и напряжение на резисторе равны $U_2 = 24$ В. По закону Ома ток через резистор равен

$I = \frac{U_2}{R} = 1$ А, и такой же ток течет через все светодиоды. Значит, суммарная мощность,

потребляемая тремя светодиодами, равна $P = I(2U_1 + U_2) = 48$ Вт, а мощность излучения $P_{св} = 0,75 \cdot P = 36$ Вт.

ОТВЕТ: 36.

Задание 4.

4.1. Фотодатчик направлен на лампочку, и при расстоянии между ним и лампочкой в 1 м ток фотодатчика равен 0,16 А. При каком расстоянии между фотодатчиком и лампочкой ток фотодатчика будет равен 0,04 А? Лампочка светит одинаково во всех направлениях. Ток фотодатчика пропорционален мощности света, попадающего на фотодатчик. Ответ выразить в метрах.

Подсказка 1: площадь сферы пропорциональна квадрату радиуса.

Подсказка 2: энергия излучения лампочки равномерно распределяется по окружающей ее сфере, поэтому мощность света, попадающего на фотодатчик, обратно пропорциональна квадрату расстояния до нее до фотодатчика.

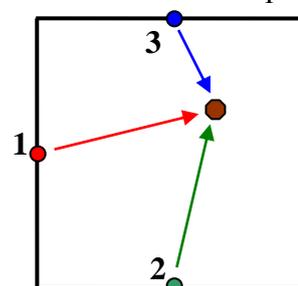
Решение:

Площадь сферы пропорциональна квадрату радиуса. Энергия излучения лампочки равномерно распределяется по окружающей ее сфере, поэтому мощность света, попадающего на фотодатчик, обратно пропорциональна квадрату расстояния до нее до фотодатчика. Следовательно, $r' = \sqrt{\frac{0,16}{0,04}} \cdot 1 \text{ м} = 2 \text{ м}$.

ОТВЕТ: 2.

4.2. Робот находится на площадке в форме квадрата со стороной $a = 8 \text{ м}$. центре трех

сторон квадрата расположены лампы разных цветов, а робот снабжен тремя фотодатчиками, настроенными на эти же цвета (см. рисунок). Датчики настроены так, что при нахождении робота в центре квадрата ток всех трех датчиков одинаков и равен $I_0 = 18 \text{ мА}$. По току трех датчиков в текущем положении программа робота определяет его положение на поле и направляет робота по кратчайшему пути в центр поля со скоростью $v = 0,5 \text{ м/с}$. За какое время робот попадет в центр поля из положения, в котором токи датчиков равны $I_1 = 8 \text{ мА}$, $I_2 = 9 \text{ мА}$ и $I_3 = 36 \text{ мА}$? Ответ запишите в секундах.



Подсказка 1: квадрат расстояния от каждой из ламп до робота обратно пропорционален току соответствующего датчика.

Подсказка 2: квадрат расстояния от каждой из ламп до робота можно с помощью теоремы Пифагора выразить через декартовы координаты робота относительно центра площадки.

Подсказка 3: если ось x направить от первой лампочки к центру площадки, ось y – от второй лампы к третьей, а начало координат совместить с центром площадки, то квадрат

расстояния от первой лампы до робота $r_1^2 = \left(\frac{a}{2} + x\right)^2 + y^2 = x^2 + y^2 + \frac{a^2}{4} + ax$.

Решение:

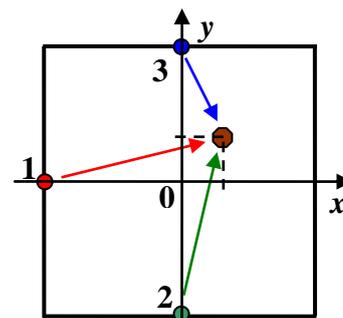
Квадрат расстояния от каждой из ламп до робота обратно пропорционален току соответствующего датчика, то есть $r_1^2 = \frac{a^2 I_0}{4 I_1}$, $r_2^2 = \frac{a^2 I_0}{4 I_2}$ и $r_3^2 = \frac{a^2 I_0}{4 I_3}$. С другой

стороны, эти квадраты расстояний можно с помощью теоремы Пифагора выразить через декартовы координаты робота относительно центра площадки. Если ось x направить от первой лампочки к центру площадки, ось y – от второй лампы к третьей, а начало координат совместить с центром площадки, то квадрат расстояния от первой лампы до робота

$$r_1^2 = \left(\frac{a}{2} + x\right)^2 + y^2 = x^2 + y^2 + \frac{a^2}{4} + ax.$$

Аналогично

$$r_2^2 = x^2 + \left(\frac{a}{2} + y\right)^2 = x^2 + y^2 + \frac{a^2}{4} + ay \quad \text{и} \quad \text{также}$$



$r_3^2 = x^2 + \left(\frac{a}{2} - y\right)^2 = x^2 + y^2 + \frac{a^2}{4} - ay$. Из этих уравнений выражаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - y = \frac{r_1^2 - r_2^2}{a} = \frac{a}{4} \left(\frac{I_0}{I_1} - \frac{I_0}{I_2} \right) \\ 2y = \frac{r_2^2 - r_3^2}{a} = \frac{a}{4} \left(\frac{I_0}{I_2} - \frac{I_0}{I_3} \right) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{a}{8} \left(2 \frac{I_0}{I_1} - \frac{I_0}{I_2} - \frac{I_0}{I_3} \right) = 2 \text{ м} \\ y = \frac{a}{8} \left(\frac{I_0}{I_2} - \frac{I_0}{I_3} \right) = 1,5 \text{ м} \end{array} \right.$$

Значит, робот находится от центра площадки на расстоянии $s = \sqrt{x^2 + y^2} = 2,5$ м. Время достижения центра площадки $t = \frac{s}{v} = 5$ с.

ОТВЕТ: 5.