Подготовка к олимпиаде школьников «РОБОФЕСТ» по физике

Набор задач для самостоятельного решения для участников 10-11 классов.

Задание 1.

1.1. На гладкой горизонтальной поверхности лежит доска, на которой покоится небольшой брусок. Коэффициент трения между линейкой и бруском равен $\mu = 0{,}2$. Доску двигают поступательно с ускорением 3 м/с^2. С каким ускорением движется относительно поверхности брусок (его движение также поступательно, и он находится на линейке)? Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с^2. Ответ запишите в м/с^2.

Подсказка 1: ускорение бруску сообщает сила трения.

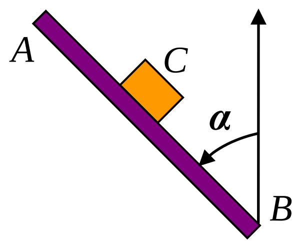
Подсказка 2: максимальная величина ускорения бруска, при которой он уже проскальзывает по доске, $a_{\max} = \mu g \approx 2$ м/с^2.

Решение:

Ускорение бруску сообщает сила трения, которая не может превышать $F_{\max} = \mu mg$. Следовательно, максимальная величина ускорения бруска, при которой он уже проскальзывает по доске, $a_{\max} = \mu g \approx 2$ м/с^2. Значит, при заданном ускорении доски брусок не может двигаться вместе с доской, и он проскальзывает по доске. Его ускорение как раз и равно максимальному.

ОТВЕТ: 2.

1.2. На горизонтальном столе лежат длинная линейка AB и прямоугольный ластик С. Ластик касается линейки одной из своих боковых граней (см. рисунок). Линейку переместили на расстояние $S = 20$ см, двигая ее равномерно и поступательно, так что ластик двигался перед линейкой, не отрываясь от нее. Угол между линейкой и направлением ее перемещения составляет $\alpha = 45°$. Найдите величину перемещения ластика относительно стола за то же время. Коэффициент трения ластика о линейку равен $\mu = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$. Ответ запишите в сантиметрах.



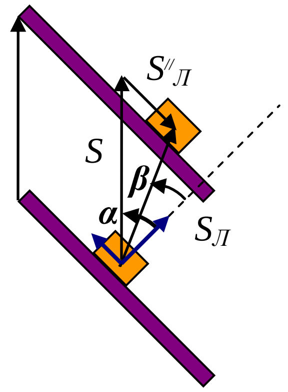
Подсказка 1: поскольку $\mu = \dfrac{1}{2\sqrt{2}} < 1 = tg\alpha$, то ластик не может перемещаться без проскальзывания по линейке.

Подсказка 2: сила трения будет иметь величину $|\vec{F}_{тр}| = \mu N$, и результирующая сила реакции линейки $\vec{F} = \vec{N} + \vec{F}_{тр}$ будет составлять с нормалью к линейке угол $\beta = arctg(\mu)$.

Подсказка 3: для треугольника, образованного вектором перемещения линейки, вектором перемещения ластика относительно стола и вектором смещения ластика относительно линейки, можно использовать теорему синусов.

Решение:

Поскольку $\mu = \dfrac{1}{2\sqrt{2}} < 1 = tg\alpha$, то ластик не может перемещаться без проскальзывания по линейке (результирующая сила реакции линейки $\vec{F} = \vec{N} + \vec{F}_{тр}$ должна быть направлена по перемещению, то есть – в отсутствие проскальзывания – под углом α к нормали к линейке). Значит, сила трения будет иметь величину $|\vec{F}_{тр}| = \mu N$, и $\vec{F}$ будет составлять с нормалью угол $\beta = arctg(\mu)$. Значит, ластик будет перемещаться в направлении, составляющем угол $\alpha - \beta$ с направлением перемещения линейки. Таким образом, в треугольнике, образованном вектором перемещения линейки $\vec{S}$, вектором перемещения ластика относительно стола $\vec{S}_Л$ и вектором смещения ластика относительно линейки $\vec{S}'_Л$, угол напротив стороны $S_Л$ равен $\frac{\pi}{2} - \alpha$, а напротив S: $\pi - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - (\alpha - \beta) = \frac{\pi}{2} + \beta$, и по теореме синусов



$$S_Л = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)} S = \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\beta)} S = S\cos(\alpha)\sqrt{1+\mu^2} = 15\,\text{см}.$$

ОТВЕТ: 15.

Задание 2 (4 очка).

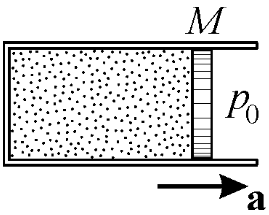
2.1. Во сколько раз нужно изотермически увеличить давление газа, чтобы его объем уменьшился на 20% от первоначального? Ответ запишите в виде правильной десятичной дроби.

Подсказка: воспользуйтесь законом Бойля-Мариотта.

Решение:

Согласно закону Бойля-Мариотта, в изотермическом процессе $pV = const$. Поэтому $\frac{p'}{p} = \frac{V}{V'} = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25$.

2.2. Важной составной частью специализированного робота является датчик ускорения (акселерометр). Разработчики робота предложили следующий прототип акселерометра. В горизонтальный цилиндрический сосуд, заполненный газом, они поместили поршень массой $M = 20$ кг и площадью $S = 100$ см^2, причем в положении равновесия расстояние от поршня до дна сосуда составило $l = 55$ см. При испытаниях прототипа акселерометра ему сообщили некоторое ускорение, направленное вправо (см. рисунок). В результате установившееся смещение поршня от исходного положения составило $\Delta l = 5$ см. Какое ускорение a сообщили цилиндру, если атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па? Температуру газа считайте неизменной. Трением поршня о стенки сосуда пренебрегите. Ответ выразить в м/с.



Подсказка 1: уравнение движения поршня с ускорением a имеет вид: $Ma = pS - p_0S$.

Подсказка 2: по закону Бойля-Мариотта: $p_0lS = p(l - \Delta l)S$.

Подсказка 3: объединяя эти равенства, получаем ответ.

Решение:

Уравнение движения поршня с ускорением a имеет вид: $Ma = pS - p_0S$. Отсюда давление газа в ускоренно движущемся цилиндре $p = p_0 + \frac{Ma}{S}$. По закону Бойля-

Мариотта: $p_0 lS = p(l - \Delta l)S$. Объединяя записанные равенства, получаем ответ: $a = \dfrac{p_0 S \cdot \Delta l}{M(l - \Delta l)} = 5$ м/с^2.
ОТВЕТ: 5.

Задание 3.
3.1. Аккумулятор с ЭДС $\mathrm{E} = 24$ В подключен к устройству, потребляющему от него ток $I = 2{,}5$ А. Полезная мощность, используемая устройством, составляет $P_n = 36$ Вт. Чему равен КПД устройства? Ответ запишите в процентах.
Подсказка 1: мощность затрат аккумулятора равна $P_A = \mathrm{E} \cdot I = 60$ Вт.

Подсказка 2: КПД $\eta = \dfrac{P_n}{P_A}$.

Решение:
Мощность затрат аккумулятора равна произведению ЭДС на ток потребления, то есть $P_A = \mathrm{E} \cdot I = 60$ Вт. Поэтому КПД устройства $\eta = \dfrac{P_n}{P_A} = 0{,}6$.

ОТВЕТ: 60.

3.2. Двигатель работа работает от аккумулятора с ЭДС $\mathrm{E} = 18$ В. Сопротивление обмотки двигателя $R = 8$ Ом много больше внутреннего сопротивления аккумулятора. Робот закреплен на горизонтальной поверхности и с помощью двигателя подтягивает к себе легким прочным горизонтальным тросом груз массой $m = 1{,}5$ кг с постоянной скоростью. Коэффициент трения между грузом и поверхностью равен $\mu = 0{,}5$. Ток, потребляемый двигателем, равен $I = 0{,}3$ А. Ответ выразить в м/с, записав виде десятичной дроби с точностью до десятых. Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10$ м/с^2.
Подсказка 1: Мощность затрат аккумулятора идет на компенсацию джоулевых потерь в цепи обмотки двигателя и полезную мощность.
Подсказка 2: Так как груз движется с постоянной скоростью, то сила, с которой двигатель тянет канат, постоянна и равна силе трения.
Подсказка 3: Мощность тепловых потерь $P_Q \approx RI^2$.

Решение:
Мощность затрат аккумулятора идет на компенсацию джоулевых потерь в цепи обмотки двигателя и полезную мощность, которая соответствует работе по перемещению груза. Мощность тепловых потерь $P_Q \approx RI^2$. Поэтому $\mathrm{E} \cdot I \approx RI^2 + P_n$. Так как груз движется с постоянной скоростью, то сила, с которой двигатель тянет канат, постоянна и равна силе трения. Таким образом, $P_n = \mu mg \cdot v$. Значит, скорость установившегося движения груза определяется из уравнения $\mathrm{E}I - RI^2 = \mu mgv$. Поэтому $v = \dfrac{I(\mathrm{E} - RI)}{\mu mg} = 0{,}6$ м/с.

ОТВЕТ: 0,6.

Задание 4.
4.1. При какой минимальной величине угла падения луча света, идущего из воды (показатель преломления $n_1 \approx 1{,}41$) в воздух ($n_2 \approx 1$) луч преломленного луча не будет? Ответ дайте в градусах, округлив до ближайшего целого.
Подсказка 1: явление полного внутреннего отражения наблюдается при выходе в оптически менее плотную среду, если угол падения $\alpha \geq \arcsin\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)$.

Подсказка 2: $\arcsin\left(\frac{1}{1{,}41}\right) \approx 45°$.

Решение:

Явление полного внутреннего отражения наблюдается при выходе в оптически менее плотную среду, если угол падения $\alpha \geq \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$. Поскольку $\arcsin\left(\frac{1}{1{,}41}\right) \approx 45°$, то $\alpha_{\min} \approx 45°$.

ОТВЕТ: 45.

4.2. В оптической системе используется световод в виде прямого цилиндрического стержня. Вплотную к его торцу расположен «глазок» светодиода, испускающего свет в область, ограниченную конической поверхностью с углом раствора, близким к 90°. При какой минимальной величине показателя преломления стержня n все лучи, попавшие в стержень через торец вблизи светодиода, достигнут его другого торца? Ответ записать в виде правильной десятичной дроби, округлив до десятых. Вне стержня находится воздух.

Подсказка 1: так как максимальный угол падения лучей от светодиода на торец $\alpha \approx \frac{\pi}{2}$, то преломленные лучи составляют с осью стержня углы, не превышающие $\beta = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$.

Подсказка 2: минимальный угол падения лучей на боковую поверхность стержня равен $\frac{\pi}{2} - \beta$.

Подсказка 3: чтобы все лучи, попавшие в стержень через торец вблизи светодиода, достигли его другого торца, на боковой поверхности должно происходить полное внутреннее отражение.

Решение:

Так как максимальный угол падения лучей от светодиода на торец $\alpha \approx \frac{\pi}{2}$, то преломленные лучи составляют с осью стержня углы, не превышающие $\beta = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$. Поэтому минимальный угол падения лучей на боковую поверхность стержня равен $\frac{\pi}{2} - \beta$. Для того, чтобы все лучи, попавшие в стержень через торец вблизи светодиода, достигли его другого торца, на боковой поверхности должно происходить полное внутреннее отражение. Таким образом, должно выполняться требование $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) \geq \frac{1}{n} \Rightarrow \cos(\beta) = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} \geq \frac{1}{n} \Rightarrow n \geq \sqrt{2} \approx 1{,}41$.

ОТВЕТ: 1,4.