7-9 классы, подготовка к теоретическому туру

олимпиады школьников «Робофест» по физике

Задачи к итоговому занятию основного курса.

Тема: «ПОДГОТОВКА К ТЕОРЕТИЧЕСКОМУ ТУРУ ФИНАЛЬНОГО ЭТАПА».

Задание 1.1.

Наблюдатель на Женевском озере слышит звук выстрела, произведенного над поверхностью воды, дважды: первый раз – через слуховую трубку, опущенную в воду, второй раз – звук, пришедший по воздуху. Промежуток между моментами прихода звука равен $\Delta t = 13$с. Чему равна скорость звука в воде, если скорость звука в воздухе равна $V_1 \approx 330$м/с, а выстрел был произведен на расстоянии $L = 5{,}6$км от наблюдателя? Ответ запишите в м/с, с точностью до десятков.

Подсказка 1: Время пути звука по воздуху $t_1 = \dfrac{L}{V_1}$, а по воде $t_2 = \dfrac{L}{V_2}$.

Подсказка 2: Следовательно, $\Delta t = t_1 - t_2 = L\left(\dfrac{1}{V_1} - \dfrac{1}{V_2}\right)$.

Решение:

Время пути звука по воздуху $t_1 = \dfrac{L}{V_1}$, а по воде $t_2 = \dfrac{L}{V_2}$. Следовательно, $\Delta t = t_1 - t_2 = L\left(\dfrac{1}{V_1} - \dfrac{1}{V_2}\right)$. Из этого соотношения выражаем скорость звука в воде $V_2 = \dfrac{V_1 L}{L - V_1 \Delta t} \approx 1410$м/с.

ОТВЕТ: 1410.

Задание 1.2

Наземный ультразвуковой локатор излучает импульсы определенной длительности вслед самолету, улетающему от него по лучу зрения. Детектор, расположенный рядом с локатором и принимающий импульсы, отраженные от самолета, фиксирует длительность импульсов в $n = 4$ раза больше, чем у испускаемых локатором. Какова скорость самолета? Скорость звука в воздухе равна $V_s \approx 330$м/с. Ответ запишите в м/с, с точностью до десятков.

Подсказка 1: Начало импульса догонит самолет, находящийся в момент его ухода на расстоянии r от локатора, и вернется назад за время $t_1 \approx 2 \cdot \dfrac{r}{V_s - v}$.

Подсказка 2: К моменту ухода конца импульса расстояние до самолета увеличилось на $v \cdot \Delta t_0$, где Δt_0 – исходная длительность импульса.

Подсказка 3: длительность принимаемых импульсов $\Delta t = \Delta t_0 + t_2 - t_1$.

Решение:

Пусть в момент испускания начала импульса самолет находился на расстоянии r от локатора. Тогда он должен догнать самолет и вернуться обратно к детектору за время $t_1 \approx 2 \cdot \dfrac{r}{V_s - v}$. К моменту ухода конца импульса расстояние до самолета увеличилось на

$v \cdot \Delta t_0$, где Δt_0 – исходная длительность импульса. Следовательно, теперь время возвращения $t_2 \approx 2 \cdot \dfrac{r + v\Delta t_0}{V_s - v}$, и поэтому длительность принимаемых импульсов $\Delta t = \Delta t_0 + t_2 - t_1 \approx \Delta t_0 \left(1 + \dfrac{2v}{V_s - v}\right) = \Delta t_0 \dfrac{V_s + v}{V_s - v}$. Согласно условию, $\dfrac{\Delta t}{\Delta t_0} = n$, и поэтому $v = \dfrac{n-1}{n+1} V_s \approx 198$ м/с. С нужным округлением получаем примерно 200 м/с.

ОТВЕТ: 200.

Задание 2.1
В тазике плавал, не касаясь стенок тазика, небольшой деревянный кораблик, на палубе которого лежал свинцовый кубик. Кубик столкнули с кораблика в воду. После установления равновесия кораблик снова плавает в воде, не касаясь стенок. Что произошло с уровнем воды в тазике (поднялся, опустился, остался неизменным)? В ответе напишите 1, если считаете, что уровень воды повысится, 2 – если считаете, что останется неизменным, 3 – если считаете, что он понизится.

Подсказка 1: Когда кубик лежал на палубе кораблика, то, согласно закону Архимеда, вытесненный им из-под «ватерлинии» корабля (то есть из-под поверхности окружающей воды) объем воды был равен отношению массы кубика к плотности воды.
Подсказка 2: Упав в воду, кубик теперь вытесняет объем воды, равный своему объему, то есть отношению массы кубика к плотности свинца.

Решение:

Когда кубик лежал на палубе кораблика, то, согласно закону Архимеда, вытесненный им из-под «ватерлинии» корабля (то есть из-под поверхности окружающей воды) объем воды был равен отношению массы кубика к плотности воды. Упав в воду, он теперь вытесняет объем воды, равный своему объему, то есть отношению массы кубика к плотности свинца.
Так как плотность свинца заметно больше плотности воды, то вытесняемый объем уменьшится. Значит, уровень воды в тазике опустится.

ОТВЕТ: 3.

Задание 2.2
На весах стоит канистра с водой, температура которой близка к 0°С. Через открытую крышку в канистру опускают на легкой тонкой нити сильно охлажденный груз массой 945 г, изготовленный из алюминия с плотностью 2,7 г/см^3. Груз целиком погружается в воду, но не касается дна канистры. Сразу после опускания груза показания весов стали равны 5 кг 490 г, но далее на грузе стал намораживаться лед. Какими стали показания весов после установления теплового равновесия, когда на лед, намороженный на грузе, по объему сравнялся с самим грузом (груз вместе со льдом находился под водой, но не касался дна)? Плотность воды 1,0 г/см^3, плотность льда 0,9 г/см^3. Ответ записать в граммах, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: На груз действует сила Архимеда, и точно такая же сила действует со стороны груза на воду, которая передает это действие на дно канистры, и показания весов увеличиваются.

Подсказка 2: При образовании льда уменьшается вес жидкой воды (на величину $\rho_Л V_Л g$, где $V_Л$ – объем образовавшегося льда), но увеличивается сила Архимеда (на $\rho_В V_Л g$).

Подсказка 3: Так как объем льда равен объему груза, то $\rho_В V_Л g - \rho_Л V_Л g = \dfrac{\rho_В - \rho_Л}{\rho_Г} mg$.

Решение:

Давление на чашку весов определяется весом пустой канистры и давлением воды на ее дно (до опускания груза сила этого давления, конечно же, равна весу воды). Сразу после опускания груза в воду, пока льда на грузе еще нет, на груз со стороны воды действует сила Архимеда, равная $F_A = \rho_В V_{ГР} g = \dfrac{\rho_В}{\rho_Г} mg$ (m – масса груза). Точно такая же сила действует со стороны груза на воду, которая передает это действие на дно канистры, и показания весов увеличиваются. Образование льда не меняет общую массу содержимого канистры, но увеличивает силу, разгружающую нить: она равна разности силы Архимеда, действующей на лед и веса этого льда (плотность льда меньше плотности воды). Поэтому показания весов в процессе образования льда еще увеличиваются. Увеличение силы к моменту установления равновесия равно $\rho_В V_Л g - \rho_Л V_Л g = \dfrac{\rho_В - \rho_Л}{\rho_Г} mg$ (объем льда равен объему груза). Значит, $\Delta m' = \dfrac{\rho_В - \rho_Л}{\rho_Г} m = 35$ г. Поэтому теперь показания весов равны 5 кг 525 г.

ОТВЕТ: 5525.

Задание 3.1

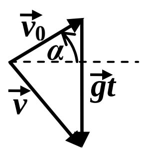
Робот на соревнованиях отправляет в полет небольшой массивный шарик с помощью катапульты. Известно, что катапульта отправляет шарик в полет со скоростью $v_0 = 2{,}8$ м/с под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Спустя время $t = 1{,}2$ с после броска шарик еще находится в полете. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите скорость шарика в этот момент. Ускорение свободного падения считать равным $g = 9{,}8$ м/с^2. Ответ запишите в м/с, с точностью до сотых, без указания единиц измерения.

Подсказка 1: Закон изменения скорости в векторной форме при движении с постоянным ускорением $\vec{g}$ имеет вид $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t$.

Подсказка 2: Угол между векторами $\vec{v}_0$ и $\vec{g}$ равен $90° - \alpha$.

Решение:

Закон изменения скорости в векторной форме при движении с постоянным ускорением $\vec{g}$ имеет вид $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t$. Заметим, что угол между векторами $\vec{v}_0$ и $\vec{g}$ равен $90° - \alpha$ (см. рисунок). После возведения этого равенства в квадрат получаем: $v^2 = v_0^2 + g^2t^2 + 2v_0 g\cos(90° + \alpha) = v_0^2 + g^2t^2 - 2v_0 g\sin(\alpha)$. Таким образом, $v = \sqrt{v_0^2 + g^2t^2 - v_0 gt} = 10{,}64$ м/с.



ОТВЕТ: 10,64.

Задание 3.2

Вода подается по трубке со скоростью $v_0 = 3{,}5$ м/с. Конец трубки находится на высоте $h = 10$ см над горизонтальной поверхностью земли, а угол наклона вылета струи к горизонту α выбран так, чтобы струя попадала в небольшой камешек, лежащий на земле на расстоянии $l = 1{,}25$ м <u>по горизонтали</u> от конца трубки, проходя по самой высокой из возможных траекторий. Пренебрегая силой сопротивления воздуха и вязким трением в жидкости, найдите α. Ускорение свободного падения при выполнении данного задания считать равным $g = 9{,}8$ м/с^2. Ответ дайте в градусах, с точностью до целого значения, без указания единиц измерения.

Подсказка 1: В системе координат, в которой ось x направлена горизонтально, ось y – вертикально, а начало координат совмещено с концом трубки, закон движения порции воды $x(t) = v_0\cos(\alpha)t$ и $y(t) = v_0\sin(\alpha)t - \dfrac{gt^2}{2}$.

Подсказка 2: Уравнение траектории $y(x) = \mathrm{tg}(\alpha)x - \dfrac{g\,x^2}{2v_0^2}[1+\mathrm{tg}^2(\alpha)]$.

Подсказка 3: Уравнение для величины $z = \mathrm{tg}(\alpha)$: $z^2 - 2\dfrac{v_0^2}{gl}z + 1 - \dfrac{2hv_0^2}{gl^2} = 0$.

Решение:

Введем систему координат, в которой ось x направлена горизонтально, ось y – вертикально, а начало координат совмещено с концом трубки. Закон движения порции воды в этой системе координат позволяет найти уравнение ее траектории:

$$\left\{\begin{aligned} x(t) &= v_0\cos(\alpha)t \\ y(t) &= v_0\sin(\alpha)t - \frac{gt^2}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow y(x) = \mathrm{tg}(\alpha)\cdot x - \frac{g\,x^2}{2v_0^2\cos^2(\alpha)} = \mathrm{tg}(\alpha)x - \frac{g\,x^2}{2v_0^2}[1+\mathrm{tg}^2(\alpha)].$$

Для точки падения $-h = l\cdot\mathrm{tg}(\alpha) - \dfrac{g\,l^2}{2v_0^2}[1+\mathrm{tg}^2(\alpha)]$, и мы получаем уравнение для величины $z = \mathrm{tg}(\alpha)$: $z^2 - 2\dfrac{v_0^2}{gl}z + 1 - \dfrac{2hv_0^2}{gl^2} = 0$. Возможны две траектории, но нам нужна более высокая.

Поэтому $\mathrm{tg}(\alpha) = \dfrac{v_0^2}{gl} + \sqrt{\dfrac{v_0^4}{g^2l^2} + \dfrac{2hv_0^2}{gl^2} - 1} = \dfrac{7}{5}$. Значит, $\alpha = arctg\left(\dfrac{4}{3}\right) \approx 54°$.

ОТВЕТ: 54.

Задание 4.1

Пренебрегая всеми потерями, кроме выделения тепла в обмотке ротора с сопротивлением $R = 2$ Ом, найдите полезную мощность, развиваемую электродвигателем, который работает от источника постоянного тока с ЭДС $\mathcal{E} = 24$ В, если ток потребления двигателя $I = 5$ А. Ответ запишите в Вт, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: Полезная мощность равна разности мощности работы источника и мощности тепловых потерь.

Подсказка 2: $P = \mathcal{E}I - I^2R$.

Решение:

Полезная мощность равна разности мощности работы источника и мощности тепловых потерь: $P = \mathcal{E}I - I^2R = 70$ Вт.
ОТВЕТ: 70.

Задание 4.2
Груз массой $m = 40$ кг тянут вверх легким прочным тросом по наклонной поверхности с постоянной скоростью $V = 0{,}5$ м/с. Трос закреплен на валу неподвижного электродвигателя. Двигатель подключен к аккумулятору с ЭДС $\mathcal{E} = 112$ В, внутреннее сопротивление которого намного меньше сопротивления обмотки двигателя $R = 5$ Ом. Угол наклона поверхности по отношению к горизонту $\alpha = 30°$, а коэффициент трения между грузом и поверхностью равен $\mu = \frac{1}{2\sqrt{3}} \approx 0{,}29$. Ускорение свободного падения равно $g = 9{,}8$ м/с^2. Найдите КПД **двигателя** (полезной мощностью считайте полную развиваемую механическую мощность, а потерями – тепловые потери в обмотке). Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения, без указания единиц.

Подсказка 1: Так как груз движется с постоянной скоростью, то сила, с которой двигатель тянет трос, постоянна и равна сумме силы трения и проекции силы тяжести на плоскость: $F = mg \cdot [\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)]$.

Подсказка 2: Уравнение энергетического баланса $\mathcal{E} \cdot I \approx RI^2 + P_n$, где I – ток в обмотке ротора.

Подсказка 3: Значит, сила тока определяется из уравнения $I^2 - \frac{\mathcal{E}}{R}I + \frac{FV}{R} = 0$.

Решение:

Сила трения груза о плоскость, которая в данном случае является силой трения скольжения, равна $F_{mp} = \mu N = \mu mg \cdot \cos(\alpha)$. Так как груз движется с постоянной скоростью, то сила, с которой двигатель тянет трос, постоянна и равна сумме силы трения и проекции силы тяжести на плоскость: $F = mg \cdot [\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)]$. Таким образом, полезная мощность должна быть $P_n = F \cdot V = 147$ Вт. Мощность затрат аккумулятора $\mathcal{E} \cdot I$ идет на компенсацию джоулевых потерь в цепи обмотки двигателя и полезную мощность. Мощность тепловых потерь $P_Q \approx RI^2$. Поэтому $\mathcal{E} \cdot I \approx RI^2 + P_n$. Значит, сила тока определяется из уравнения $I^2 - \frac{\mathcal{E}}{R}I + \frac{FV}{R} = 0$. При нулевой полезной мощности ток должен равняться $I_0 = \frac{\mathrm{E}}{R}$, и поэтому нужный корень этого уравнения – со знаком «+»: $I = \frac{\mathcal{E}}{2R} + \sqrt{\frac{\mathcal{E}^2}{4R^2} - \frac{FV}{R}} = 21$ А.

Поэтому мощность затрат $\mathcal{E} \cdot I = 2352$ Вт. Значит, КПД двигателя $\eta = \frac{P_n}{\mathcal{E} \cdot I} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$. То есть примерно 6%.

ОТВЕТ: 6.