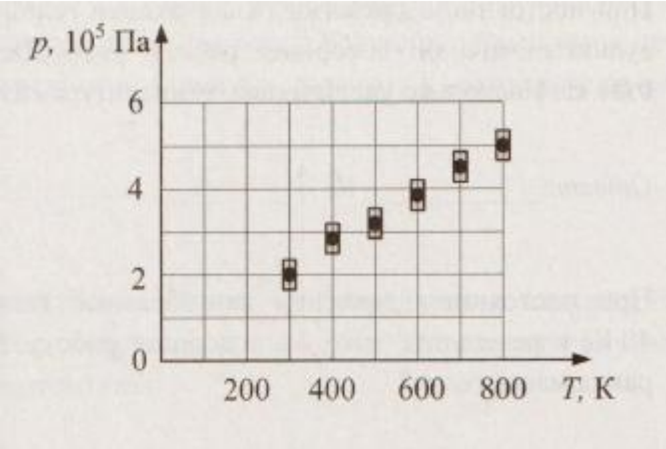
11 класс, Экспресс-подготовка к ЕГЭ по физике

Набор задач для самостоятельного решения по занятию 4.

Темы: молекулярная физика и термодинамика (часть 1).

Задача 1 (2 балла) [идеальный газ, диаграммы состояния, уравнение Менделеева-Клапейрона]

На рисунке показаны результаты измерения давления 0,3 моль разреженного газа при изохорном нагревании. Погрешность измерения температуры $\Delta T = \pm 10$ К, давления $\Delta p = \pm 2 \cdot 10^4$ Па. Чему равен объем газа? Ответ в литрах округлите до целых.

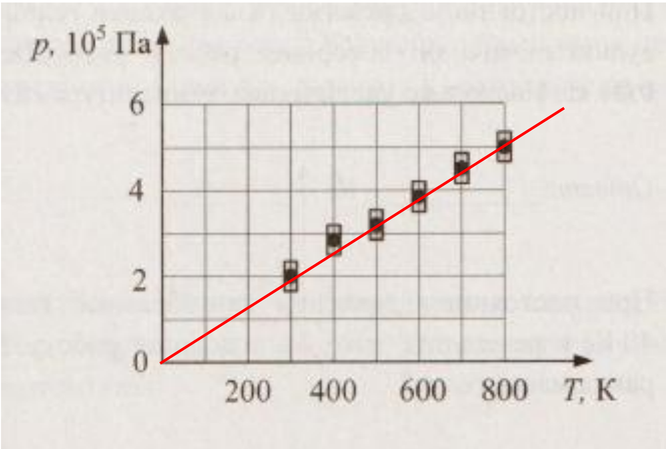


Подсказка 1: Объем газа, согласно уравнению Менделеева-Клапейрона, $V = \dfrac{\nu RT}{p}$.

Подсказка 2: Нужно провести наилучшую из всех возможных прямых, отвечающих этому уравнению.

Решение:

Объем газа, согласно уравнению Менделеева-Клапейрона, $V = \dfrac{\nu RT}{p}$. Как видно, зависимость $p(T)$ должна быть линейной, и нужно выбрать наилучшую из всех возможных (то есть проходящую по возможности через все возможные области положения точек диаграммы процесса изохорного нагревания) прямых, отвечающих уравнению Менделеева-Клапейрона, причем эта прямая должна проходить через начало координат.



Проведем такую прямую на диаграмме. Она проходит вблизи точки на координатной сетке, отвечающей значениям $T \approx 800$К, $p \approx 5 \cdot 10^5$ Па. По этой точке и находим объем $V = \dfrac{\nu RT}{p} \approx 3{,}99$ л. В рамках точности измерений $V \approx 4$ л.

Ответ: 4.

Задача 2 (1 балл) [идеальный газ, уравнение Менделеева-Клапейрона]
Герметичный сосуд постоянного объема заполнен гелием. Гелий нагревают так, что его абсолютная температура увеличилась на 10 %. Начальное давление гелия было равно 120 кПа. Найдите давление гелия после нагревания. Ответ запишите в кПа.

Подсказка 1: В соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона (или с законом Шарля) при нагревании постоянной массы гелия в постоянном объеме его давление растет пропорционально абсолютной температуре: $\frac{p}{p_0} = \frac{T}{T_0} = 1 + \frac{\Delta T}{T_0}$.

Подсказка 2: Согласно условию, $\frac{\Delta T}{T_0} = 0{,}1$.

Решение:

В соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона (или с законом Шарля) при нагревании постоянной массы гелия в постоянном объеме его давление растет пропорционально абсолютной температуре: $\frac{p}{p_0} = \frac{T}{T_0} = 1 + \frac{\Delta T}{T_0}$. Согласно условию, $\frac{\Delta T}{T_0} = 0{,}1$.

Поэтому $p = 1{,}1 \cdot p_0 = 132$кПа.

Ответ: 132.

Задача 3 (2 балла) [идеальный газ, уравнение Менделеева-Клапейрона]
Разреженный воздух охлаждали в сосуде постоянного объема. Абсолютную температуру воздуха понизили в 1,56 раза. Оказалось, что давление воздуха в сосуде уменьшилось только в 1,3 раза. Это означает, что сосуд не герметичен, и в него натекло снаружи некоторое количество воздуха. На сколько процентов возросла масса воздуха в сосуде за время охлаждения? Ответ запишите в виде целого числа.

Подсказка 1: Из уравнения Менделеева-Клапейрона можно выразить массу газа через другие параметры состояния: $pV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow m = \frac{\mu}{R} \frac{pV}{T}$.

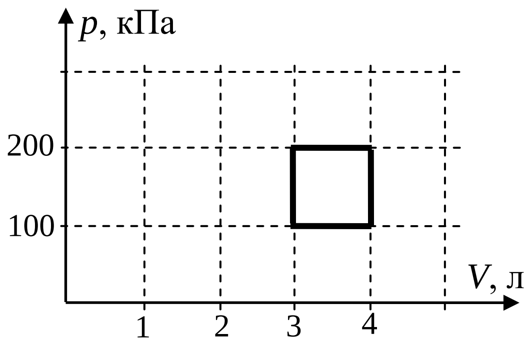
Подсказка 2: С помощью этого уравнения можно вычислить отношение конечной и начальной масс (с учетом того, что объем остается постоянным).

Решение:

Из уравнения Менделеева-Клапейрона можно выразить массу газа через другие параметры состояния: $pV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow m = \frac{\mu}{R} \frac{pV}{T}$, поэтому отношение конечной и начальной масс (с учетом того, что объем остается постоянным) равно $\frac{m}{m_0} = \frac{p}{p_0} \frac{T_0}{T} = 1{,}2$. Значит, масса увеличилась на 20%..

Ответ: 20.

Задача 4 (4 балла) [идеальный газ, уравнение Менделеева-Клапейрона]
С идеальным газом постоянной массы происходит циклический процесс, pV-диаграмма которого представлена на рисунке. Минимальная температура газа в этом процессе равна 300 К. Определите количество вещества этого газа. Ответ дайте в молях, округлив до сотых.



Подсказка 1: Линии постоянной температуры в координатах «давление-объем» – это гиперболы $pV = const$.

Подсказка 2: Минимальная температура в данном процессе достигается в точке, в которой $V = 3$л, $p = 100$кПа.

Решение:

Линии постоянной температуры в координатах «давление-объем» – это гиперболы $pV = const$, и минимальная температура в данном процессе достигается в точке, отвечающей «левому нижнему» углу квадрата, где $V = 3$л, $p = 100$кПа. Из уравнения Менделеева-Клапейрона находим количество вещества: $\nu = \dfrac{pV}{RT} \approx 0{,}12$ моль.

Ответ: 0,12.

Задача 5 (3 балла) [идеальный газ, уравнение Менделеева-Клапейрона]

В прочном сосуде объемом $V = 50$л находится смесь водорода и гелия общей массой $m = 10$ г. При температуре $t = 27{,}7°C$ давление в сосуде $p = 200$кПа. Найдите отношение масс водорода и гелия в сосуде. Ответ округлите до десятых. Молярные массы водорода и гелия $\mu_1 = 2$г/моль и $\mu_2 = 2$г/моль, универсальная газовая постоянная $R \approx 8{,}31$кг/(моль·К).

Подсказка 1: По закону Дальтона давление в сосуде есть сумма парциальных давлений водорода и гелия, каждое из которых можно найти из уравнения Менделеева-Клапейрона.

Подсказка 2: Из уравнения, полученного в предыдущей подсказке, можно выразить $\dfrac{m_1}{\mu_1} + \dfrac{m_2}{\mu_2} = \dfrac{pV}{RT}$.

Подсказка 3: Вместе с уравнением $m_1 + m_2 = m$ получается система для определения масс газов.

Решение:

По закону Дальтона давление в сосуде есть сумма парциальных давлений водорода (1) и гелия (2), каждое из которых можно найти из уравнения Менделеева-Клапейрона: $p = p_1 + p_2 = \left(\dfrac{m_1}{\mu_1} + \dfrac{m_2}{\mu_2}\right)\dfrac{RT}{V} \Rightarrow \dfrac{m_1}{\mu_1} + \dfrac{m_2}{\mu_2} = \dfrac{pV}{RT}$. С другой стороны, $m_1 + m_2 = m$. Решая полученную систему относительно масс водорода и гелия, находим: $m_1 = \dfrac{\mu_1(\mu_2 pV - mRT)}{(\mu_2 - \mu_1)RT} \approx 6$ г и $m_2 = \dfrac{\mu_2(mRT - \mu_1 pV)}{(\mu_2 - \mu_1)RT} \approx 4$г. Таким образом, $\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{\mu_1(\mu_2 pV - mRT)}{\mu_2(mRT - \mu_1 pV)} \approx 1{,}5$.

Ответ: 1,5.

Задача 6 (4 балла) [идеальный газ, уравнение Менделеева-Клапейрона, внутренняя энергия]

Теплоизолированный сосуд разделен теплоизолирующей перегородкой на две равные по объему части. В правой находится некоторое количество гелия, а в левой – такое же количество аргона. Температура гелия равна $T_1 = 300$К, а температура аргона - $T_2 = 450$К. Во сколько раз изменится давление на правую стенку сосуда после удаления перегородки и установления равновесия? Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Подсказка 1: начальное давление на правую стенку – это давление ν молей гелия, который занимает объем $\frac{V}{2}$ при температуре T_1.

Подсказка 2: так как система теплоизолирована и над ней не производится работа, то сумма внутренних энергий газов остается неизменной после удаления перегородки и перемешивания газов $U' = \frac{3}{2}2\nu RT = U = \frac{3}{2}\nu R(T_1 + T_2)$.

Подсказка 3: конечное давление на стенки сосуда определяется суммой равных парциальных давлений газов, распределившихся по всему объему сосуда с общей установившейся температурой.

Решение:

Пусть ν – количество и гелия, и аргона, а V - объем сосуда. Начальное давление на правую стенку – это давление гелия, который занимает объем $\frac{V}{2}$. В соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона $p = \frac{2\nu RT_1}{V}$. Суммарная внутренняя энергия обоих газов до удаления перегородки $U = \frac{3}{2}\nu RT_1 + \frac{3}{2}\nu RT_2 = \frac{3}{2}\nu R(T_1 + T_2)$. После удаления перегородки и установления равновесия оба газа распределятся по всему объему сосуда, а их температуры выровняются. Следовательно, теперь суммарная внутренняя энергия $U' = \frac{3}{2}2\nu RT$, и, поскольку сосуд теплоизолирован и его объем неизменен, то $U' = U \Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2}$. Теперь давление на стенки сосуда определяется суммой равных парциальных давлений газов $p' = 2\frac{\nu RT}{V} = \frac{\nu R(T_1 + T_2)}{V}$. Следовательно, $\frac{p'}{p} = \frac{T_1 + T_2}{2T_1} = 1{,}25$.

Ответ: 1,25.

Задача 7 (4 балла) [идеальный газ, уравнение Менделеева-Клапейрона, первое Начало термодинамики]

В сосуде под поршнем находится $m = 485{,}2$ г разреженного азота. При закрепленном поршне для нагрева азота на $\Delta T = 1$К потребовалось сообщить ему количество теплоты $Q_1 \approx 360$Дж. Какое минимальное количество теплоты Q_2 потребуется сообщить азоту для нагрева его на ту же $\Delta T = 1$К при «освобожденном» поршне? В этом случае поршень может скользить в сосуде без трения и без нарушения герметичности. Молярная масса азота $\mu \approx 28$г/моль. Ответ выразить в Дж, округлив до целого значения.

Подсказка 1: в первом случае процесс нагревания – изохорный, во втором - изобарный.

Подсказка 2: азот можно считать идеальным газом, для которого внутренняя энергия пропорциональна температуре, и поэтому изменение внутренней энергии азота в обоих процессах одинаково, а разность Q_2 и Q_1 обусловлено только работой, совершаемой азотом в изобарном процессе.

Подсказка 3: для изобарного процесса $p \cdot \Delta V = \Delta(pV) = \frac{m}{\mu} R\Delta T$.

Решение:

В соответствии с первым началом термодинамики (и с учетом того, что в изохорном процессе работа не совершается): $Q_1 = \Delta U_1$, $Q_2 = \Delta U_2 + A_2$. Разреженный азот можно считать идеальным газом, для которого внутренняя энергия пропорциональна температуре. Поскольку увеличение температуры в обоих процессах одинаково, то $\Delta U_1 = \Delta U_2$. Значит, $Q_2 = Q_1 + A_2$. Количество теплоты будет минимальным, если работа газа идет только на увеличение объема – поршень движется медленно, и тогда второй процесс следует считать квазиравновесным изобарным процессом, и поэтому $A_2 = p \cdot \Delta V$. В соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона $p \cdot \Delta V = \frac{m}{\mu} R\Delta T$. Таким образом,

$$Q_2 = Q_1 + \frac{m}{\mu} R\Delta T \approx 504 \text{Дж}.$$

Ответ: 504.

Задача 8 (3 балла) [идеальный газ, уравнение Менделеева-Клапейрона, работа газа]

Один моль неона, занимающий объем $V_1 = 10$л, изобарически нагревают так, что его объем увеличился до $V_2 = 20$л, а затем изохорически увеличивают его давление до $p_2 = 0{,}1$МПа. При этом газ совершил работу $A = 0{,}8$ кДж. Определить изменение температуры газа в этом процессе. Ответ выразить в К, округлив до целых.

Подсказка 1: неон совершает работу только в изобарическом процессе.

Подсказка 2: поэтому начальное давление $p_1 = \frac{A}{V_2 - V_1}$.

Подсказка 3: в соответствии с уравнением состояния $T_1 = \frac{p_1 V_1}{R}$, $T_2 = \frac{p_2 V_2}{R}$.

Решение:

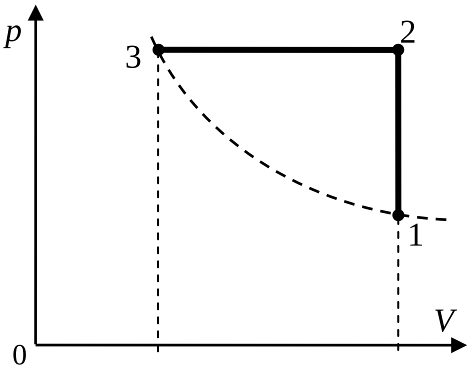
Неон совершает работу только в изобарическом процессе, и $p_1 = \frac{A}{V_2 - V_1}$, и в соответствии с уравнением состояния $T_1 = \frac{p_1 V_1}{R} = \frac{V_1}{V_2 - V_1} \frac{A}{R}$. При этом $T_2 = \frac{p_2 V_2}{R}$, и поэтому

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{1}{R}\left[p_2 V_2 - \frac{V_1}{V_2 - V_1} A \right] \approx 144 K.$$

Ответ: 144.

Задача 9 (4 балла) [идеальный газ, внутренняя энергия, количество теплоты]

Один моль одноатомного идеального газа сначала нагрели, а затем охладили до первоначальной температуры $T_1 = 300$К (см. диаграмму). В процессе охлаждения объем газа уменьшился в 3 раза. Какое количество теплоты было сообщено газу при нагревании? Ответ укажите в кДж, округлив до сотых.



Подсказка 1: неон совершает работу только в изобарическом процессе.

Подсказка 2: поэтому начальное давление $p_1 = \dfrac{A}{V_2 - V_1}$.

Подсказка 3: в соответствии с уравнением состояния $T_1 = \dfrac{p_1 V_1}{R}$, $T_2 = \dfrac{p_2 V_2}{R}$.

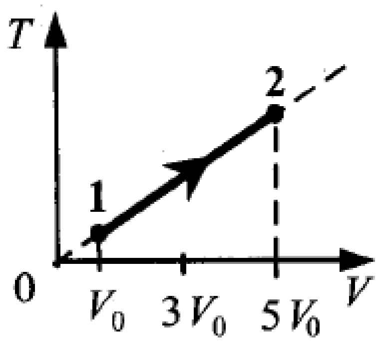
Решение:

Процесс нагревания – изохорный, газ работы не совершает. Поэтому, согласно I Началу термодинамики, сообщенное газу тепло равно изменению его внутренней энергии: $Q_{12} = \Delta U_{12}$. Внутренняя энергия моля одноатомного идеального газа зависит только от его температуры: $U = \dfrac{3}{2}RT$, и поэтому $Q_{12} = \dfrac{3}{2}R(T_2 - T_1)$. Процесс охлаждения – изобарный, и температура в нем уменьшается пропорционально объему. Таким образом, $T_2 = 3T_3 = 3T_1$. Значит, $Q_{12} = 3RT_1 \approx 7480$Дж.

Ответ: 7,48.

Задача 10 (2 балла) [идеальный газ, внутренняя энергия, количество теплоты]

На рисунке изображена диаграмма процесса с 2 молями неона. Начальная температура неона равна 0°C. Какое количество теплоты сообщено неону в этом процессе? Ответ запишите в кДж, округлив до десятых.



Подсказка 1: Изображенный процесс – изобарный (объем растет пропорционально температуре).

Подсказка 2: Согласно I Началу термодинамики, $Q = A + \Delta U$.

Подсказка 3: в соответствии с уравнением состояния $T_1 = \dfrac{p_1 V_1}{R}$, $T_2 = \dfrac{p_2 V_2}{R}$.

Решение:

Прежде всего отметим, что изображенный процесс – изобарный (объем растет пропорционально температуре). Согласно I Началу термодинамики, $Q = A + \Delta U$. В изобарном процессе $A = p\Delta V = 4pV_0$. С учетом уравнения Менделеева-Клапейрона

$pV_0 = \nu RT_0$, то есть $A = 4\nu RT_0$. Поскольку неон можно считать одноатомным идеальным газом, то $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = 6\nu RT_0$. Значит, $Q = 10\nu RT_0 \approx 45{,}4$ кДж.

Ответ: 45,4.

Задача 11 (4 балла) [идеальный газ, внутренняя энергия, количество теплоты]

С $\nu = 6$ молями разреженного газа в сосуде под поршнем провели два опыта с нагреванием, в ходе которых температура газа увеличивалась на одну и ту же величину ΔT. В первом случае нагревание проводилось при закрепленном поршне, и газу подвели количество теплоты $Q_1 \approx 886$Дж, а во втором – при постоянном давлении – подвели количество теплоты $Q_2 \approx 1240$Дж. Найдите ΔT. Ответ запишите в К, округлив до десятых.

Подсказка 1: Первый процесс – изобарный, и в ходе него теплота идет только на увеличение внутренней энергии газа $Q_1 = \Delta U$.

Подсказка 2: Во втором процессе изменение внутренней энергии точно такое же, поэтому увеличение количества теплоты связано с работой газа: $Q_2 - Q_1 = A = p\Delta V$.

Подсказка 3: В соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона при $p = const$ $p\Delta V = \Delta(pV) = \nu R\Delta T$.

Решение:

Первый процесс – изобарный, и в ходе него теплота идет только на увеличение внутренней энергии газа $Q_1 = \Delta U$. Во втором процессе изменение внутренней энергии точно такое же, поэтому увеличение количества теплоты связано с работой газа: $Q_2 - Q_1 = A = p\Delta V$. В соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона при $p = const$ эта величина $Q_2 - Q_1 = p\Delta V = \Delta(pV) = \nu R\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Q_2 - Q_1}{\nu R} \approx 7{,}1$К.

Комментарий: В этой задаче полезно обратить внимание, что мы не можем найти ΔT только по одной из величин количества теплоты, так как в условии не сказано, что газ, например, одноатомный. В самом деле, в общем случае $Q_1 = \Delta U = \frac{i}{2}\nu R\Delta T$ (где $i = 3, 5, 6$ для одноатомного, двухатомного и многоатомного газов соответственно). Тогда $Q_2 = Q_1 + \nu R\Delta T = \frac{i+2}{2}\nu R\Delta T$. Таким образом, $\frac{i+2}{i} = \frac{Q_2}{Q_1} \approx 1{,}4$, и можно установить, что для газа из данной задачи $i = 5$, то есть этот газ на самом деле двухатомный!

Ответ: 7,1.

Задача 12 (4 балла) [идеальный газ, внутренняя энергия, работа]

Один моль гелия нагревают таким образом, что его давление растет пропорционально объему. В ходе нагревания плотность гелия уменьшается в $n = 1{,}5$ раза, и гелий совершает работу $A \approx 830$Дж. Найти начальную температуру гелия в этом процессе. Ответ запишите в К, округлив до целого значения.

Подсказка 1: Если записать уравнение процесса в виде $p = k \cdot V$, то связь температуры с объемом в этом процессе $T = \frac{pV}{R} = \frac{k}{R}V^2$.

Подсказка 2: Уменьшение плотности в n раз при неизменной массе означает увеличение объема во столько же раз: $V_2 = nV_1$.

Подсказка 3: Работа газа равна площади под диаграммой процесса в координатах давление-объем, то есть для данного процесса площади трапеции: $A = \frac{p_2 + p_1}{2}(V_2 - V_1) = \frac{k}{2}(V_2^2 - V_1^2)$.

Решение:

Запишем уравнение процесса в виде $p = k \cdot V$. Тогда, в соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона $T = \frac{pV}{R} = \frac{k}{R}V^2$. Уменьшение плотности в n раз при неизменной массе означает увеличение объема во столько же раз: $V_2 = nV_1$. Значит, $T_2 = n^2 T_1$. Работа газа равна площади под диаграммой процесса в координатах давление-объем, то есть для данного процесса площади трапеции: $A = \frac{p_2 + p_1}{2}(V_2 - V_1) = \frac{k}{2}(V_2^2 - V_1^2) = \frac{R}{2}(T_2 - T_1)$. Таким образом, $A = \frac{R}{2}(n^2 - 1)T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{2A}{(n^2 - 1)R} \approx 160$К. Отметим, что конечная температура около 360К, и в этом диапазоне температур гелий действительно ведет себя практически как идеальный газ.

Ответ: 160.