

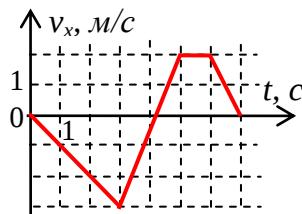
11 класс, Экспресс-подготовка к ЕГЭ по физике

Набор задач для самостоятельного решения по занятию 1.

Темы: кинематика в заданиях ЕГЭ .

Задача 1 (2 балла) [ускорение, равноускоренное движение]

На рисунке показан график зависимости проекции v_x скорости тела от времени. Найдите проекцию ускорения тела a_x на интервале времени от $t_1 = 3$ с до $t_2 = 5$ с. Ответ приведите в м/с^2 , с точностью до десятых.



Подсказка 1: В момент времени $t_1 = 3$ с проекция скорости тела равна $v_1 = -3$ м/с, а в момент времени $t_2 = 5$ с она равна $v_2 = +2$ м/с.

Подсказка 2: На этом участке скорость, как видно из графика, изменяется равномерно, и поэтому ускорение остается постоянным.

Решение:

В момент времени $t_1 = 3$ с проекция скорости тела равна $v_1 = -3$ м/с, а в момент времени $t_2 = 5$ с она равна $v_2 = +2$ м/с. На этом участке скорость, как видно из графика, изменяется равномерно, и поэтому ускорение остается постоянным. Оно равно $a_x = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = +2,5 \text{ м/с}^2$.

Ответ: 2,5.

Задача 2 (3 балла) [поступательное и вращательное движение твердого тела]

Вертикальное колесо катится равномерно без проскальзывания по неподвижной горизонтальной поверхности. В некоторый момент времени величина скорости его оси относительно поверхности 2 м/с. Найдите скорость «самой верхней» точки колеса в этот момент времени. Ответ запишите в м/с, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: Движение колеса есть комбинация поступательного движения (равномерного, вместе с его осью) и вращательного движения вокруг оси.

Подсказка 2: Отсутствие проскальзывания означает, что «самая нижняя» точка колеса покоится относительно поверхности, а ее скорость равна разности скорости оси относительно поверхности, направленной вперед по ходу колеса, и скорости вращательного движения обода колеса, направленной «назад».

Подсказка 3: Таким образом, скорость вращательного движения обода колеса равна по величине скорости оси относительно поверхности, а у «самой верхней» точки обе они направлены «вперед».

Решение:

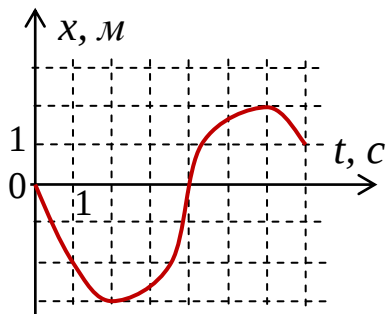
Движение колеса есть комбинация поступательного движения (равномерного, вместе с его осью) и вращательного движения вокруг оси. Отсутствие проскальзывания означает, что «самая нижняя» точка колеса покоится относительно поверхности, а ее скорость равна разности скорости оси относительно поверхности, направленной вперед по ходу колеса, и скорости вращательного движения обода колеса, направленной «назад»: $v_n = v_0 - v_{ep} = 0$.

Таким образом, скорость вращательного движения обода колеса равна по величине скорости оси относительно поверхности $v_{ep} = v_0$, а у «самой верхней» точки обе они направлены «вперед». Значит, $v_s = v_0 + v_{ep} = 2v_0 = 4$ м/с.

Ответ: 4.

Задача 3 (3 балла) [перемещение, мгновенная скорость, путь]

На рисунке показана зависимость координаты x тела, движущегося вдоль оси Ox , от времени t . Выберите **два** правильных утверждения из приведенных ниже. В качестве ответа запишите номера выбранных утверждений в порядке возрастания без пробела.



- 1) Проекция перемещения тела от момента $t = 2$ с до момента $t = 6$ с на ось Ox равна $+2$ м.
- 2) Скорость тела в момент времени $t = 6$ с равна нулю.
- 3) Проекция ускорения тела на ось Ox на участке от начала движения до момента времени $t = 2$ с отрицательна.
- 4) В момент времени $t = 4,5$ с вектора скорости и ускорения тела направлены в разные стороны.
- 5) Путь тела от начала движения до момента времени $t = 7$ с равен 1 м.

Подсказка 1: Можно сразу отсеять два очевидно неверных утверждения: это 1 и 5.

Подсказка 2: Легко заметить, что утверждение 2 – верное: касательная к графику $x(t)$ в соответствующей точке горизонтальна.

Подсказка 3: Если угол между касательной к графику $x(t)$ и осью времени убывает, то это означает, что убывает модуль скорости тела.

Решение:

Можно сразу отсеять два очевидно неверных утверждения: это 1 и 5. В самом деле, проекция указанного в утверждении 1 перемещения равна разности значений координаты, то есть $+5$ м, а 1 м – это перемещение за 7 с движения, а путь очевидно больше (тело прошло 3 м против оси Ox , затем 2 м вдоль нее, и еще 1 м против). Также легко заметить, что утверждение 2 – верное: касательная к графику $x(t)$ в соответствующей точке горизонтальна – тело в этой точке разворачивается. Наиболее внимательного анализа требуют утверждения 3 и 4. На участке от начала движения до момента времени $t = 2$ с координата убывает, то есть проекция скорости на ось Ox отрицательна. При этом угол наклона графика к оси времени убывает, то есть убывает модуль скорости (можно также заметить, что в начале движения скорость явно отрицательна, а к моменту $t = 2$ с она обращается в ноль). Значит, проекция ускорения тела на этом участке **положительна**, то есть утверждение 3 – неверное. С другой стороны, из аналогичных соображений можно заметить, что в момент времени $t = 4,5$ с проекция скорости положительна ($x(t)$ растет), а проекция ускорения отрицательна (угол наклона графика к оси времени убывает). Тело движется вдоль оси Ox , и поэтому вектора скорости и ускорения противоположны по направлению.

Ответ: 24.

Задача 4 (3 балла) [ускорение, равноускоренное движение, путь]

Материальная точка в ходе прямолинейного равноускоренного движения без начальной скорости прошла путь $s = 50$ м за время $t = 10$ с. Найдите ее путь за последнюю секунду этого движения. Ответ запишите в метрах.

Подсказка 1: Ускорение точки $a = \frac{2s}{t^2} = 1 \text{ м/с}^2$.

Подсказка 2: В начале последней (десятой) секунды тело имеет скорость $v_9 = a(t - \tau) = 9 \text{ м/с}$.

Решение:

В задачах с кратким ответом лучше действовать максимально простым способом, то есть не стремиться вывести «общее» соотношение, а сразу проводить вычисления. В данном случае, из соотношения $s = \frac{at^2}{2}$ сразу находим: $a = \frac{2s}{t^2} = 1 \text{ м/с}^2$. Следовательно, для первой секунды

($\tau \equiv 1 \text{ с}$) $s_1 = \frac{a\tau^2}{2} = 0,5 \text{ м}$. В начале последней (десятой) секунды тело имеет скорость

$v_9 = a(t - \tau) = 9 \text{ м/с}$, и поэтому $s_{10} = v_9\tau + \frac{a\tau^2}{2} = 9,5 \text{ м}$.

Ответ: 9,5.

Задача 5 (4 балла) [ускорение, равноускоренное движение, перемещение, путь]

Два груза с массами $m_1 = 2 \text{ кг}$ и $m_2 = 3 \text{ кг}$ подвешены на легкой нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный легкий блок, который может вращаться без трения. Грузы удерживают на одной высоте (участки нити, не лежащие на блоке, при этом горизонтальны), а затем отпускают, сообщив более легкому грузу скорость, направленную вниз. Перемещение этого груза за время $t = 1 \text{ с}$ оказалось равным нулю. Найти путь этого груза за это время. Ускорение свободного падения принять равным $g \approx 10 \text{ м/с}^2$. Ответ выразить в сантиметрах.

Подсказка 1: оба груза благодаря нерастяжимости нити имеют одинаковое по величине ускорение, создаваемое разностью сил тяжести.

Подсказка 2: величина ускорения грузов $a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$, причем ускорение легкого груза

направлено вверх, а тяжелого – вниз.

Подсказка 3: перемещение легкого груза равно нулю, если за данное время он успел опуститься до самого нижнего положения, остановиться и вернуться назад в исходное положение.

Решение:

После отпускания грузы движутся под действием сил тяжести, причем оба груза благодаря нерастяжимости нити имеют одинаковое по величине ускорение, создаваемое разностью этих сил. Поэтому величина ускорения грузов $a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$, причем ускорение легкого

груза направлено вверх, а тяжелого – вниз. Поэтому легкий груз будет тормозиться, и его закон движения будет иметь вид: $x(t) = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (v_0 - величина сообщенной ему скорости, а

ось x направлена вниз). Перемещение равно нулю, если $x(t) = 0 \Rightarrow v_0 = \frac{at}{2}$. При этом груз за

половину этого времени дойдет до нижней точки своей траектории, а затем вернется обратно. Поэтому его путь за время t равен удвоенному пути за первую половину этого

времени, то есть $s = 2 \frac{a(t/2)^2}{2} = \frac{at^2}{4} = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \frac{gt^2}{4} = 0,5 \text{ м}$.

Ответ: 50.

Задача 6 (2 балла) [равномерное движение, равноускоренное движение]

Мальчик, стоящий на краю широкого вспаханного поля, бросил камень в поле со скоростью $v_0 = 10 \text{ м/с}$ под углом 30° к горизонту. Чему примерно будет равна кинетическая энергия камня через время $t = 2 \text{ с}$ после броска? Ответ приведите в Джоулях. Масса камня $0,2 \text{ кг}$. Ускорение свободного падения принять равным $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.

Подсказка 1: Этот пример демонстрирует, что в ЕГЭ есть задания на внимательность.

Подсказка 2: Время полета камня $T = \frac{2v_0 \sin(30^\circ)}{g} \approx 1\text{с}$.

Решение:

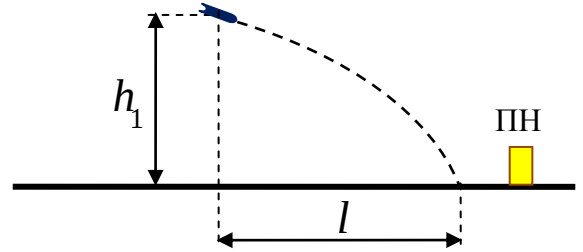
Время полета камня $T = \frac{2v_0 \sin(30^\circ)}{g} \approx 1\text{с}$. Поэтому через время $t = 2\text{с}$ после броска камень

уже упадет в поле, и на вспаханном участке его удар о землю будет неупругим. Поэтому его скорость, а вместе с ней и кинетическая энергия будут равны нулю.

Ответ: 0.

Задача 7 (5 баллов) [равноускоренное движение, равномерное движение]

Прибор наблюдения ПН обнаружил летящий снаряд и зафиксировал его горизонтальную координату x_1 и высоту $h_1 = 1655\text{ м}$ над Землей. Через $t_1 = 3\text{ с}$ снаряд упал на Землю и взорвался на расстоянии $l = 1700\text{ м}$ по горизонтали от места обнаружения. Найти расстояние от места взрыва до пушки, считая сопротивление воздуха пренебрежимо малым. Ускорение свободного падения принять равным $g \approx 10\text{ м/с}^2$. Пушка и место взрыва находятся на одной горизонтали. Ответ выразить в километрах, округлив до целого значения.



Подсказка 1: Если рассмотреть движение снаряда, выпущенного из точки взрыва в сторону пушки со скоростью v_0 под тем же углом к горизонту α , что и при выстреле, то он полетит по той же параболе, что и рассматриваемый, но в обратную сторону.

Подсказка 2: Используя закон движения «летящего обратно снаряда», получим:

$$l = v_0 \cos(\alpha) t_1 \text{ и } h_1 = v_0 \sin(\alpha) t_1 - \frac{g t_1^2}{2}.$$

Подсказка 3: Из первого уравнения можно выразить v_0 , и после подстановки во второе определить α .

Решение:

Если рассмотреть движение снаряда, выпущенного из точки взрыва в сторону пушки с той же скоростью v_0 под тем же углом к горизонту α , что и при выстреле, то он полетит по той же параболе, что и рассматриваемый, но в обратную сторону. Тогда искомое расстояние соответствует дальности полета. Через время t_1 после выстрела «летящий обратно снаряд» окажется в той же точке, в которой был обнаружен падающий. Если выбрать систему координат с горизонтальной осью x , направленной в сторону пушки и вертикальной осью y , направленной вверх, с началом отсчета координат в точке взрыва, то, используя закон движения «летящего обратно снаряда», получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} l = v_0 \cos(\alpha) t_1 \\ h_1 = v_0 \sin(\alpha) t_1 - \frac{g t_1^2}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v_0 = \frac{l}{t_1 \cos(\alpha)} \\ h_1 = l \cdot \operatorname{tg}(\alpha) - \frac{g t_1^2}{2} \end{array} \right.$$

Из последнего уравнения находим, что $\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{2h_1 + g t_1^2}{2l} = 1$. Это значит, что $\alpha = 45^\circ$, и

тогда $v_0 = \frac{\sqrt{2} l}{t_1} \approx 801\text{ м/с}$. Время полета находится по изменению вертикальной компоненты

скорости: $T = \frac{2v_0 \sin(\alpha)}{g}$, а дальность – из того соображения, что по горизонтали снаряд

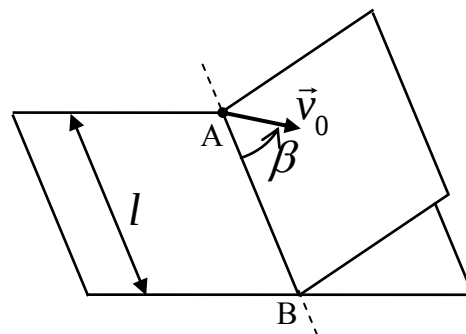
движется с постоянной скоростью: $L = v_0 \cos(\alpha)T = \frac{2v_0^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)}{g} = \frac{2l^2}{gt_1^2} \operatorname{tg}(\alpha) \approx 64222 \text{ м}$.

Отметим, что можно (используя выражение для $\operatorname{tg}(\alpha)$) получить и общую формулу для ответа: $L = \frac{l(2h_1 + gt_1^2)}{gt_1^2}$.

Ответ: 64.

Задача 8 (4 балла) [равноускоренное движение, равномерное движение]

Наклонная плоскость пересекается с горизонтальной плоскостью по прямой АВ. Маленькая шайба скользит вверх по наклонной плоскости из точки А с начальной скоростью, направленной под углом $\beta = 45^\circ$ к прямой АВ. В ходе движения шайба съезжает на прямую АВ в точке В. Расстояние $|AB| = l = 2 \text{ м}$. На каком расстоянии от точки А шайба съедет на прямую АВ, если ее запустить из точки А с той же по величине начальной скоростью, но направленной под углом $\gamma = 60^\circ$ к прямой АВ? Трением между шайбой и наклонной плоскостью пренебречь. Ответ записать в сантиметрах, округлив до целого значения.



Подсказка 1: Движение шайбы полностью аналогично движению тела, брошенного под углом к горизонту, но только роль ускорения свободного падения будет играть его проекция на наклонную плоскость $g' = g \sin(\alpha)$, где α – угол наклона плоскости к горизонту..

Подсказка 2: Можно записать выражение для «дальности полета» $l = \frac{v_0^2}{g'} \sin(2\beta)$.

Подсказка 3: Так же можно действовать и для другого угла.

Решение:

Движение шайбы полностью аналогично движению тела, брошенного под углом к горизонту, но только роль ускорения свободного падения будет играть его проекция на наклонную плоскость $g' = g \sin(\alpha)$, где α – угол наклона плоскости к горизонту. Значит, если направить ось x по прямой АВ, а ось y – вверх в наклонной плоскости (перпендикулярно АВ), то закон движения позволяет найти время движения от А до В и расстояние между А и В:

$$\left\{ \begin{array}{l} x(t) = v_0 \cos(\beta) t \\ y(t) = v_0 \sin(\beta) t - \frac{g' t^2}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} T = \frac{2v_0 \sin(\beta)}{g'} \\ l = v_0 \cos(\beta) T = \frac{v_0^2}{g'} \sin(2\beta) \end{array} \right.$$

Аналогично при изменении угла $l' = \frac{v_0^2}{g'} \sin(2\gamma) = \frac{\sin(2\gamma)}{\sin(2\beta)} l = \frac{\sqrt{3}}{2} l \approx 1,73 \text{ м}$.

Ответ: 173.

Задача 9 (3 балла) [поступательное и вращательное движение твердого тела, равномерное вращение, центростремительное ускорение]

Вертикальное колесо катится равномерно без проскальзывания по неподвижной горизонтальной поверхности. В некоторый момент времени величина скорости его «самой передней» точки равна 2 м/с, а величина ускорения этой точки равна 4 м/с². Найдите угловую скорость вращения колеса. Ответ запишите в рад/с, с точностью до сотых.

Подсказка 1: Скорость вращательного движения обода колеса равна по величине скорости оси относительно поверхности $v_{\text{вр}} = v_0$, а у «самой передней» точки Р эти скорости направлены взаимно перпендикулярно, то есть $v_P = \sqrt{2} \cdot v_0$.

Подсказка 2: Ускорение этой точки состоит только из центростремительного ускорения вращательного движения.

Подсказка 3: Это ускорение можно выразить через линейную скорость и угловую скорость

«самой передней» точки: $a_P = \frac{v_{\text{вр}}^2}{R} = \omega \cdot v_0$.

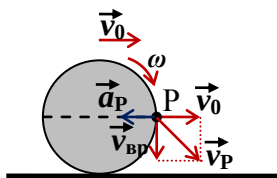
Решение:

Движение колеса есть комбинация поступательного движения (равномерного, вместе с его осью) и вращательного движения вокруг оси. Отсутствие проскальзывания означает, что «самая нижняя» точка колеса покоится относительно поверхности, а ее скорость равна разности скорости оси относительно поверхности, направленной вперед по ходу колеса, и скорости вращательного движения обода колеса, направленной «назад»: $v_{\text{н}} = v_0 - v_{\text{вр}} = 0$.

Таким образом, скорость вращательного движения обода колеса равна по величине скорости оси относительно поверхности $v_{\text{вр}} = v_0$, а у «самой передней» точки Р эти скорости направлены взаимно перпендикулярно (см. рисунок), то есть $v_P = \sqrt{2} \cdot v_0$. Ускорение этой точки состоит только из центростремительного ускорения вращательного движения, которое

можно выразить через линейную и угловую скорость точки Р: $a_P = \frac{v_{\text{вр}}^2}{R} = \omega \cdot v_0$. Таким

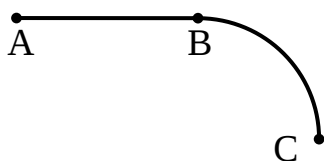
образом, $\omega = \frac{a_P}{v_0} = \sqrt{2} \frac{a_P}{v_P} \approx 2,83 \cdot \text{рад/с}$.



Ответ: 2,83.

Задача 10 (4 балла) [прямолинейное движение, равномерное вращение, центростремительное ускорение]

Стартуя из точки А (см. рисунок) без начальной скорости, спортсмен до точки В движется равноускоренно, а затем модуль скорости спортсмена остается неизменным вплоть до точки С. Оказалось, что время, затраченное спортсменом на прохождение участка АВ равно времени, затраченному на прохождение участка ВС. Во сколько раз модуль ускорения спортсмена на участке ВС больше его ускорения на участке АВ? Участок ВС – четверть окружности. Ответ запишите в виде десятичной дроби, с округлением до сотых.



Подсказка 1: За время t_{AB} движения по участку АВ спортсмен набрал скорость $v = at_{AB}$, где a – модуль ускорения на этом участке.

Подсказка 2: Ускорение спортсмена на участке ВС – это центростремительное ускорение

$$k \cdot a = \frac{v^2}{R}, \text{ где } R - \text{ радиус дуги ВС.}$$

Подсказка 3: По условию, время прохождения ВС $t_{BC} = \frac{\pi R}{2v} = t_{AB}$.

Решение:

Пусть a – модуль ускорения на участке АВ. Тогда $k \cdot a$ – модуль ускорения на участке ВС, где k – искомая величина. За время t_{AB} движения по участку АВ спортсмен набрал скорость

$$v = at_{AB}, \text{ а его ускорение на участке ВС – это центростремительное ускорение } k \cdot a = \frac{v^2}{R}, \text{ где}$$

R – радиус дуги ВС. Значит, $R = \frac{v^2}{ka}$. По условию, время прохождения ВС $t_{BC} = t_{AB}$, то есть

$$t_{AB} = \frac{\pi R}{2v} = \frac{\pi}{2} \frac{v}{ka} = \frac{\pi}{2} \frac{t_{AB}}{k} \Rightarrow k = \frac{\pi}{2} \approx 1,57.$$

Ответ: 1,57.

Задача 11 (4 балла) [равномерное движение, равноускоренное движение, упругий удар]

Маленький шарик падает сверху на наклонную плоскость и упруго отражается от нее. Угол наклона плоскости к горизонту равен 60° . На какое расстояние по вертикали сместится шарик между первым и вторым ударами о плоскость? Скорость шарика перед первым ударом о плоскость равна $v = 0,5 \text{ м/с}$. Ответ записать в сантиметрах, с точностью до десятых. Ускорение свободного падения принять равным $g \approx 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Подсказка 1: При упругом ударе угол падения равен углу отражения, а модуль скорости не изменяется.

Подсказка 2: За время падения до второго удара t шарик сместится по вертикали на

$$\text{расстояние } y = v \cdot \sin(30^\circ)t + \frac{gt^2}{2} = \frac{v}{2}t + \frac{gt^2}{2}.$$

Подсказка 3: Его смещение по горизонтали $x = v \cdot \cos(30^\circ)t = \frac{\sqrt{3}}{2}vt = y \cdot \tan(30^\circ)$.

Решение:

При упругом ударе угол падения равен углу отражения, а модуль скорости не изменяется. Поэтому шарик после первого удара начнет двигаться вниз под углом 30° к горизонту. За время падения до второго удара t шарик сместится по вертикали на расстояние

$$y = v \cdot \sin(30^\circ)t + \frac{gt^2}{2} = \frac{v}{2}t + \frac{gt^2}{2}. \text{ Его смещение по горизонтали } x = v \cdot \cos(30^\circ)t = \frac{\sqrt{3}}{2}vt$$

можно связать с y : $x = y \cdot \tan(30^\circ) = \frac{y}{\sqrt{3}}$, и поэтому $t = \frac{2y}{3v}$. Таким образом,

$$y = \frac{v}{2} \frac{2y}{3v} + \frac{g}{2} \left(\frac{2y}{3v} \right)^2, \text{ откуда находим, что } y = \frac{3v^2}{g} = 7,5 \text{ см.}$$

Ответ: 7,5.