величина его скорости относительно пола

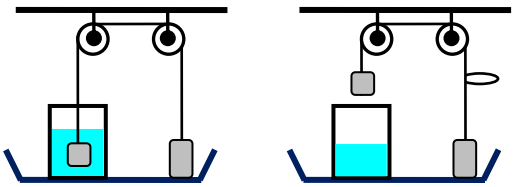
$$V=\sqrt{V_R^2+V_\perp^2}=\sqrt{v^2+\frac{4\pi^2(r+R)^2}{T^2}+\frac{4\pi(R+r)v\sin(\alpha)}{T}}\approx 2{,}89\text{ м/с.}$$

ОТВЕТ: $V=\sqrt{v^2+\frac{4\pi^2(r+R)^2}{T^2}+\frac{4\pi(R+r)v\sin(\alpha)}{T}}\approx 2{,}9\text{ м/с.}$

БИЛЕТ № 07

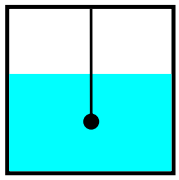
Задание 1:

Вопрос: На чаше весов расположен сосуд с водой и гиря массой 2 кг, к которой с помощью легкой нерастяжимой нити, перекинутой через два идеальных блока, подвешена еще одна гиря – массой 600 г. Меньшая гиря полностью погружена в воду, но не касается дна сосуда. Потянув за нить, эту гирю извлекли из воды и закрепили, завязав на нити петлю (см. рисунки). Как и на сколько изменились показания весов во втором случае по сравнению с первым, когда вся вода с меньшей гири стекла обратно в сосуд? Плотность материала гирь в 6 раз больше плотности воды.

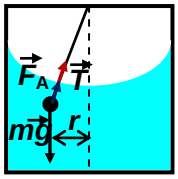


Ответ: Когда меньшая гиря (массой m) оказывается над поверхностью воды, ее вес растягивает нить, и сила натяжения нити равна $T_2=mg$. Тогда сила, с которой большая гиря (массой M) давит на шашку весов, равна $N_2=Mg-T_2=(M-m)g$. Показания весов соответствуют сумме этой силы и веса сосуда с водой. Пока меньшая гиря находилась в воде, на эту гирю действовала сила Архимеда $F_A=\rho_B Vg=\frac{\rho_B}{\rho_Г}mg=\frac{mg}{6}$. Поэтому сила натяжения нити была меньше на эту величину $T_1=\frac{5}{6}mg$, а сила давления большей гири на чашку весов – больше на нее же: $N_1=Mg-T_1=(M-m)g+\frac{mg}{6}$. Кроме того, со стороны гири на воду в сосуде действует сила, равная по величине силе Архимеда и направленная вниз, и вода передает действие этой силы на дно сосуда. Массы воды и сосуда не изменяются, поэтому общая сила, действующая на чашку весов, в первом случае была больше на $2F_A=\frac{mg}{3}$. Таким образом, показания весов уменьшились на 200 г.

Задача: Цилиндрический сосуд радиуса $R=70$см с гладкими стенками на 60% заполнен водой. По оси сосуда к его крышке на легкой нерастяжимой нити подвешен небольшой груз. Сосуд аккуратно раскручивают вокруг его оси, добиваясь установившегося движения, при котором груз и вода вращаются с одинаковой угловой скоростью. При $\omega_0=3\text{с}^{-1}$ сила натяжения нити оказалась равна $T_0=6$Н. Какой станет сила натяжения нити при $\omega_1=3{,}5\text{с}^{-1}$ и $\omega_2=4\text{с}^{-1}$? Длина нити $L=98$см, груз при любой из частот целиком находится под водой, а вода не достигает крышки сосуда. Ускорение свободного падения считать равным $g\approx 9{,}8$м/с^2.



Решение: При установившемся вращении сосуда с водой на груз, вращающийся по окружности радиуса r, действуют сила тяжести, сила Архимеда и сила натяжения нити. По вертикали груз не движется, и \проекции сил на вертикаль уравновешивают друг друга, то есть $mg=T\cos(\alpha)+F_{A\parallel}$ (здесь α – угол наклона нити к вертикали, $F_{A\parallel}$ – вертикальная компонента силы Архимеда). Уравнение для центростремительной компоненты ускорения груза $m\omega^2 r=T\sin(\alpha)+F_{A\perp}$. Для вычисления компонент силы Архимеда заметим, что окружающая груз вода «не знает» что находится в объеме, занятом грузом с плотностью ρ, и, если мысленно поставить на место груза такой же объем воды с плотностью ρ_0 (разумеется, без всякой нити) с массой $\Delta m=\frac{\rho_0}{\rho}m$, то такая же в точности сила Архимеда уравновешивала бы для него силу тяжести и создавала центростремительное ускорение. Значит, $F_{A\parallel}=\Delta mg=\frac{\rho_0}{\rho}mg$ и



$F_{A\perp} = \Delta m\omega^2 r = \frac{\rho_0}{\rho} m\omega^2 r$. Подставляя эти выражения в уравнения для груза, находим: $T\cos(\alpha) = mg\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)$, $T\sin(\alpha) = m\omega^2 r\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)$. Так как $r = L\sin(\alpha)$, то сила натяжения нити определяется формулой $T = m\omega^2 L\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)$, а угол отклонения нити – уравнением $\cos(\alpha) = \frac{g}{\omega^2 L}$. Отметим, что из полученных формул следует, что сила Архимеда направлена так же, как и сила натяжения – вдоль нити. Однако полученная для силы натяжения нити формула справедлива не для любого значения угловой скорости. В самом деле, ненулевые значения угла отклонения получаются только при $\omega > \sqrt{\frac{g}{L}} \approx 3{,}16\text{с}^{-1}$, а при меньших ω угол $\alpha = 0$ и $T = mg\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)$. Как видно, значение $\omega_0 = 3\text{с}^{-1} < 3{,}16\text{с}^{-1}$, так что $mg\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right) = T_0$. С другой стороны, требование отсутствия опоры шарика на стенку $r = L\sin(\alpha) < R$ приводит к ограничению $\cos(\alpha) = \frac{g}{\omega^2 L} > \frac{\sqrt{L^2-R^2}}{L} \Rightarrow \omega < \sqrt{\frac{g}{\sqrt{L^2-R^2}}} \approx 3{,}78\text{с}^{-1}$. Как видно, величина $\omega_1 = 3{,}5\text{с}^{-1}$ удовлетворяет этому ограничению, и поэтому $T_1 = \frac{\omega_1^2 L}{g} T_0 = 7{,}35\,\text{Н}$. Величина $\omega_2 = 4\text{с}^{-1}$ не удовлетворяет этому ограничению, и поэтому при такой угловой скорости вращения шарик упирается в гладкую стенку сосуда. Ясно, что при этом $\sin(\alpha) = \frac{R}{L} = \frac{5}{7} \Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{\sqrt{L^2-R^2}}{L} = \frac{2\sqrt{6}}{7}$, и сила натяжения нити $T_2 = \frac{T_0}{\cos(\alpha)} = \frac{7}{2\sqrt{6}} T_0 \approx 8{,}57\,\text{Н}$.

ОТВЕТ: $T_1 = \frac{\omega_1^2 L}{g} T_0 = 7{,}35\,\text{Н}$, $T_2 = \frac{L}{\sqrt{L^2-R^2}} T_0 \approx 8{,}6\,\text{Н}$.

Задание 2:

Вопрос: Человек, стоящий у горизонтальной ленты транспортера, запускает шайбу массой 200 г скользить по ленте по ее движению. За время, прошедшее до прекращения относительного движения шайбы и ленты, лента сместилась относительно человека на 1,2 м, а шайба – на 1,5 м в ту же сторону, что и лента. Какое количество теплоты выделилось из-за трения шайбы о ленту? Коэффициент трения между ними 0,4, ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2.

Ответ: Выделившееся количество теплоты равно модулю работы силы трения, равной $\mu mg \approx 0{,}8\,\text{Н}$. Путь, пройденный шайбой по ленте $s = 1{,}5\,\text{м} - 1{,}2\,\text{м} = 0{,}3\,\text{м}$, и поэтому $Q = \mu mgs \approx 0{,}24\,\text{Дж}$.

Задача: Длинная стальная плита массой $M = 400\,\text{кг}$ катится с постоянной скоростью $V = 0{,}8\,\text{м/с}$ по горизонтальному участку транспортера, состоящего из множества роликов с радиусом $r = 10\,\text{см}$, расположенных перпендикулярно направлению движения плиты на небольшом расстоянии друг от друга, и вращающихся с угловой скоростью $\omega = 12\text{с}^{-1}$. Движение плиты поддерживается за счет трения между роликами и плитой. Пренебрегая всеми потерями, кроме выделения тепла при трении, найдите КПД транспортера (отношение мощности, идущей на перемещение плиты, к мощности, которая расходуется на поддержание вращения роликов, контактирующих с плитой). Чему равна мощность тепловых потерь, если коэффициент трения между роликами и плитой $\mu = 0{,}7$? Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10\,\text{м/с}^2$.

Решение: Скорость движения точек поверхностей роликов $v = \omega r = 1{,}2\,\text{м/с}$ больше скорости движения катящейся по ним плиты. Это означает, что существует проскальзывание, и сила трения между роликами и плитой – это сила трения скольжения, равная $F_{тр} = \mu Mg$. Мощность работы этой силы над плитой – полезная мощность транспортера $P_п = F_{тр} \cdot V$. Затрачиваемая мощность при постоянной угловой скорости вращения роликов равна мощности, соответствующей работе такой же по величине силы

трения над роликами, соприкасающимися с плитой, то есть $P_3 = F_{тр} \cdot v$. Следовательно, КПД транспортера $\eta = \frac{P_n}{P_3} = \frac{V}{\omega r} = \frac{2}{3} \approx 66{,}7\%$. Мощность тепловых потерь из-за проскальзывания плиты по роликам $P_T = P_3 - P_n = (\omega r - V)\mu Mg = 1120$ Вт.

ОТВЕТ: $\eta = \frac{V}{\omega r} \approx 66{,}7\%$, $P_T = (\omega r - V)\mu Mg = 1120$ Вт.

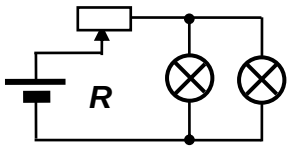
Задание 3:

Вопрос: К аккумулятору с ЭДС 24 В и внутренним сопротивлением 1 Ом подключают прибор, сопротивление которого можно регулировать в пределах от 0,4 Ом до 3 Ом. Какую максимальную мощность может потреблять прибор от аккумулятора?

Ответ: Пусть R – сопротивление прибора. Тогда вместе с изменением этого сопротивления меняется и сила тока в цепи $I = \frac{U_0}{R+r}$ (U_0 – величина ЭДС, r – внутреннее сопротивление аккумулятора). Как видно, сила тока изменяется от очень малой (при большом сопротивлении) до максимальной $I_m = \frac{U_0}{r}$ (когда сопротивление близко к нулю). Мощность потребления равна $P_T = U \cdot I$, а напряжение на приборе тоже можно выразить через силу тока: $U = U_0 - rI$. Следовательно, $P_T = I(U_0 - rI) = r \cdot I(I_m - I)$, и поэтому максимум мощности отвечает $I = \frac{I_m}{2}$, то есть $R = r$, и равен $P_{\max} = \frac{U_0^2}{4r} = 144$ Вт. Заметим, что значение 1 Ом принадлежит диапазону возможных сопротивлений прибора.

Задача: Две одинаковые лампы с номинальной мощностью $P = 9$ Вт рассчитаны на одинаковое напряжение $U = 12$ В. Их подключили к аккумулятору с ЭДС, равным $U_0 = 30$ В и внутренним сопротивлением $r = 2$ Ом, параллельно друг другу, включив последовательно с парой ламп реостат. Каким должно быть сопротивление реостата, чтобы лампы работали в номинальном режиме?

Решение: Так как лампы должны работать в номинальном режиме, то напряжение на них равно U, а



сила тока через каждую лампу $I = \frac{P}{U}$. Сила тока через реостат, согласно закону сохранения заряда (принципа непрерывности тока), должна быть равна $I_R = 2I$, и такой же должна быть сила тока через источник. С другой стороны сила тока через источник может быть записана в виде $I_0 = \frac{U_0 - U}{R+r}$. Поэтому $\frac{U_0 - U}{R+r} = \frac{2P}{U}$, откуда $R = \frac{U(U_0 - U)}{2P} - r = 10$ Ом.

ОТВЕТ: $R = \frac{U(U_0 - U)}{2P} - r = 10$ Ом.

Задание 4:

Вопрос: Маленький шарик вращается по окружности радиусом 3 м в вертикальной плоскости, совершая полный оборот за 5 с. Найдите его среднюю путевую скорость за 7 полных оборотов.

Ответ: Согласно определению средней путевой скорости, $v_{ср} = \frac{7 \cdot 2\pi R}{7 \cdot T} = \frac{2\pi R}{T} \approx 3{,}77$ м/с.

Задача: В зале, в котором проходят робототехнические соревнования, установлена обзорная видеокамера на вращающейся подставке. Объектив видеокамеры ориентирован горизонтально и движется по окружности радиуса $r = 1$ м с периодом $T = 50$ с. В некоторый момент в поле зрения объектива попал робот, находящийся на расстоянии $R = 24$ м от объектива, двигавшийся (согласно видеозаписи) со скоростью $v = 1{,}5$ м/с, направленной под углом $\alpha = 45°$ к плоскости, проходящей через робота и ось вращения камеры, «назад» от направления вращения. С какой скоростью двигался робот относительно пола?

Решение: Скорость робота по данным видеозаписи – это его скорость относительно вращающейся системы отсчета (далее – относительная скорость), и она равна векторной разности искомой скорости робота относительно пола и «переносной» скорости этой системы отсчета в точке нахождения робота.

Переносная скорость равна по величине $V_n = \omega(R+r)$ ($R+r=25$ м – расстояние до робота от оси вращения камеры) и направлена перпендикулярно радиусу. Угловая скорость камеры $\omega = \frac{2\pi}{T}$, поэтому $V_n = \frac{2\pi(R+r)}{T} \approx 3{,}14$ м/с. Радиальная компонента скорости робота относительно пола равна $V_R = \frac{v}{\sqrt{2}} \approx 1{,}06$ м/с, а компонента, перпендикулярная радиусу $V_\perp = V_n - \frac{v}{\sqrt{2}} \approx 2{,}08$ м/с. Поэтому величина его скорости относительно пола $V = \sqrt{V_R^2 + V_\perp^2} = \sqrt{v^2 + \frac{4\pi^2(r+R)^2}{T^2} - \frac{4\pi(R+r)v\sin(\alpha)}{T}} \approx 2{,}33$ м/с.

ОТВЕТ: $V = \sqrt{v^2 + \frac{4\pi^2(r+R)^2}{T^2} - \frac{4\pi(R+r)v\sin(\alpha)}{T}} \approx 2{,}3$ м/с.

МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ СОРЕВНОВАНИЙ (ФИНАЛЬНЫЙ ТУР)

На практическом дистанционном туре осуществляется решение Задачи для виртуального Исполнителя – имитационная модель робота в среде программирования. Задача и ее решение удовлетворяют следующтим требованиям:

- В Исполнителе используется только один контроллер.
- Во время выполнения задания Исполнитель не может покидать пределы поля.
- Допускается использование дополнительных датчиков, в качестве деталей конструкции.
- Ограничения по языкам и средам программирования обусловлены используемой бесплатной средой имитационного моделирования – **TRIK Studio (версия 2020.2)**. Участникам предоставлялась ссылка для скачивания – https://trikset.com/products/trik-studio#download.

В день проведения Соревнований участнику, на его персональный адрес электронной почты, указанный при регистрации, высылалось задание, с указанием ограничения по времени его выполнения.

Задание содержало:

- Вариант поля с требованиями к нему;
- Непосредственно задача выполняемая Исполнителем;
- Требования и ограничения к Исполнителю;
- Критерии оценки.

Участник составлял программу, чтобы Исполнитель мог выполнить поставленную задачу. Каждый участник выполнял задание индивидуально и самостоятельно, и не позднее указанного срока должен был выслать решение задания (в виде трех видеороликов, демонстрирующих выполнение заданий, по направлениям РобоСтроитель, РобоКладовщик, РобоБетонщик) по адресу указанному в задании. На видео должно было быть продемонстрировано:

1. В микрокомпьютер загружена только одна исполняемая программа под названием «RoboK2020».
2. Робот имеет размеры не превышающие на старте размер 250x250x250 мм.
3. Поле имеет требуемый размер и напечатано со всеми требованиями.
4. Реквизит соответствует описанию и его имеется необходимое количество.
5. Если требуется в регламенте, провести необходимую жеребьевку(цветов, реквизита и т.д.).
6. До старта никакая часть робота не выступает из зоны СТАРТ (проекция).
7. Четко выполняются требования регламента, выполнение которого происходит на поле.
8. Демонстрация результатов выполнения задания для объективной оценки.