внутреннего отражения, то есть должно выполняться требование $\frac{r}{R} < \frac{1}{n} \Rightarrow n > \frac{R}{r} = 2$. Как видно из построения, при заданном соотношении радиусов этот луч после первого отражения идет по касательной к внутреннему радиусу и падает в точку сопряжения изгиба и плоской части пластины с тем же углом падения в 30°. Значит, и в этой точке луч испытает полное внутреннее отражение. Ясно, что при следующих падениях на боковые поверхности плоской части пластины угол падения останется таким же, и этот луч дойдет до поглотителя. Лучи, идущие выше этого, будут иметь еще большие углы падения на внешнюю цилиндрическую и плоские поверхности пластины, поэтому они тоже дойдут до поглотителя. Значит, условие $n > 2$ будет не только необходимым, но и достаточным.
ОТВЕТ: при $n > 2$.

БИЛЕТ № 02

Задание 1:
Вопрос: Две сцепленные шестеренки с мелкими зубцами имеют радиусы, различающиеся в 2,5 раза. Частота вращения большей шестеренки равна 4 оборота в минуту. По одному зубцу на каждой шестеренке промаркированы. Найдите минимальный интервал времени между касаниями этих зубцов.
Ответ: Так как зубцы сцеплены, то линейные скорости зубцов одинаковы: $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$, и поэтому частота вращения меньшей шестеренки равна 10 оборотов в минуту. Искомое время – наименьшее общее кратное периодов вращения шестеренок, то есть 30 с: за это время пройдет 2 периода вращения большей и 5 периодов вращения меньшей шестеренки.
Задача: На потолке зала, в котором проходят робототехнические соревнования, установлена обзорная видеокамера на вращающемся кронштейне. В некоторый момент времени, когда объектив видеокамеры двигался по окружности радиуса $r = 50$ см периодом $T = 40$ с на расстоянии $h = 30$ см от потолка, в самый центр поля зрения объектива попал небольшой робот, двигавшийся по полу (относительно камеры) со скоростью $v = 1$ м/с, направленной под углом $\alpha = 30°$ к плоскости, проходящей через робота и ось вращения камеры, «назад» от направления вращения. С какой скоростью двигался робот относительно пола? Высота потолка $H = 4{,}5$ м.
Решение: Скорость робота по данным видеозаписи – это его скорость относительно вращающейся системы отсчета (далее – относительная скорость), и она равна векторной разности искомой скорости робота относительно пола и «переносной» скорости этой системы отсчета в точке нахождения робота. Переносная скорость равна по величине $V_n = \omega R$ (где R – расстояние до робота от оси вращения камеры) и направлена перпендикулярно радиусу. Угловая скорость камеры $\omega = \frac{2\pi}{T}$, а $R = \frac{H}{h} r = 7{,}5$ м, поэтому $V_n = \frac{2\pi H r}{Th} \approx 1{,}178$ м/с. Радиальная компонента скорости робота относительно пола равна $V_R = v\cos(\alpha) \approx 0{,}866$ м/с, а компонента, перпендикулярная радиусу $V_\perp = V_n - v\sin(\alpha) \approx 0{,}678$ м/с. Поэтому величина его скорости относительно пола $V = \sqrt{V_R^2 + V_\perp^2} = \sqrt{v^2 + \frac{4\pi^2 H^2 r^2}{T^2 h^2} - \frac{4\pi H r v \sin(\alpha)}{Th}} \approx 1{,}1$ м/с.
ОТВЕТ: $V = \sqrt{v^2 + \frac{4\pi^2 H^2 r^2}{T^2 h^2} - \frac{4\pi H r v \sin(\alpha)}{Th}} \approx 1{,}1$ м/с.

Задание 2:
Вопрос: Тепловой насос – установка, перекачивающая теплоту от более холодного тела к более горячему за счет совершения работы. Его эффективность характеризуют величиной коэффициента трансформации – отношения количества тепла, переданного более нагретому телу, к потраченной работе. Допустим, что в качестве теплового насоса используется тепловая машина с КПД 20% с обращенным циклом. Чему равен коэффициент трансформации такого теплового насоса?
Ответ: При обращении цикла энергетический баланс сохраняется, только изменяется направление теплообмена. Поэтому количество теплоты, передаваемое насосом нагретому телу, равно количеству теплоты, получаемому за цикл тепловой машиной, и поэтому коэффициент трансформации и КПД связаны обратным соотношением: $k = \frac{Q_H}{A} = \frac{1}{\eta} = 5 = 500\%$.
Задача: Допустим, что нам нужно отапливать помещение, поддерживая в нем постоянную температуру $t_0 = 21°C$ за счет использования электроэнергии. Рассмотрим два способа отопления. В первом мы подключаем к сети электронагреватель, который превращает в тепло, поступающее в помещение,

практически всю потребляемую энергию. Во втором мы используем электродвигатель, который совершает работу над рабочим телом теплового насоса, перекачивающего тепло с улицы (где температура $t_X = 0°\text{C}$ в это время практически постоянна) в отапливаемое помещение. КПД электродвигателя $\eta_{ЭД} = 60\%$, тепловой насос работает по циклу Карно. Во сколько раз мощность, потребляемая от сети в первом способе, отличается от аналогичной мощности во втором?

Решение: Для поддержания постоянной температуры в помещении при неизменной температуре на улице необходимо обеспечить подвод в помещение некоторой постоянной тепловой мощности P_Q. В первом способе это обеспечивается нагревателем, то есть $P_1 = P_Q$. Во втором способе за один цикл, проходящий за время τ, тепловой насос должен закачивать количество теплоты $Q_H = P_Q\tau$. Используя ответ на вопрос и формулу для КПД цикла Карно, вычислим коэффициент трансформации теплового насоса: $k = \dfrac{T_H}{T_H - T_X}$. Отметим, что в качестве нагреваемого тела выступает помещение ($T_H = 294$К), а в качестве «холодильника» - улица ($T_X = 273$К). Работа двигателя насоса над рабочим телом за цикл связана с потребляемой мощностью соотношением $A = \eta_{ЭД}P_2\tau$, и поэтому $P_Q\tau = \dfrac{T_H}{T_H - T_X}\eta_{ЭД}P_2\tau$, то есть $P_2 = \dfrac{T_H - T_X}{\eta_{ЭД}T_H}P_Q$. Следовательно, $\dfrac{P_1}{P_2} = \eta_{ЭД}\dfrac{T_H}{T_H - T_X} = 8{,}4$.

ОТВЕТ: расходуемая мощность в первом способе в 8,4 раза больше, чем во втором.

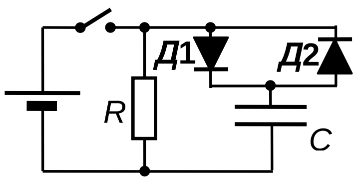
Примечание: Некоторые участники считали, что двигатель стоит в отапливаемом помещении и все его потери – тепловые, то есть теряемая им энергия тоже в виде тепла поступает в отапливаемое помещение. Это, естественно, увеличивало $\dfrac{P_1}{P_2}$ (фактически в этом случае можно пренебречь отличием КПД электродвигателя от 1). Это не следует из условия, однако, если участник аргументировал использование такого приближения, такой вариант признавался правильным. Однако «потеря» КПД двигателя без подобной аргументации считалось ошибкой!

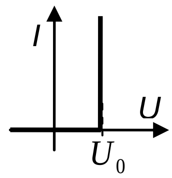
Задание 3:

Вопрос: Напряжение на светодиоде постоянно и равно 3 В. Через светодиод в течение 5 с пропускают ток с силой 0,8 А. КПД светодиода 60%. Найдите энергию света, испущенного светодиодом за это время.

Ответ: Мощность, потребляемая светодиодом 3 В × 0,8 А = 2,4 Вт, и с учетом КПД мощность свечения равна 1,44 Вт. Поэтому энергия испущенного за 5 с света равна 7,2 Дж.

Задача: В схеме, показанной на рисунке слева, одинаковые диоды не являются идеальными – их вольтамперная характеристика показана на рисунке справа.





Перед сборкой схемы конденсатор емкости $C = 30$ мкФ был разряжен. Ключ замыкают, а после того, как напряжение на конденсаторе практически перестанет изменяться, снова размыкают. Пороговое напряжение диода $U_0 = 2$ В. ЭДС источника в 5 раз больше U_0, внутреннее сопротивление источника в 4 раза меньше сопротивления резистора R. Какое количество теплоты выделится в каждом из диодов и в резисторе после размыкания ключа?

Решение: После замыкания ключа конденсатор заряжается от источника через диод Д1. Зарядка закончится, когда напряжение на диодах уменьшится до U_0 (после этого Д1 запирается). Так как в этом режиме (когда напряжение на конденсаторе неизменно) весь ток течет через резистор, то напряжение на резисторе $U_R = \dfrac{\varepsilon}{R + r}R = \dfrac{5U_0}{5/4} = 4U_0$. Значит, максимальное напряжение на конденсаторе равно $3U_0$. После размыкания ключа конденсатор разряжается через диод Д2 и резистор. Значит, ток через Д1 не течет, и после размыкания ключа тепло в нем не выделяется. Конденсатор разряжается до напряжения U_0, после чего Д2 запирается. Напряжение на Д2 постоянно и равно U_0, а протекший через него в процессе разрядки конденсатора заряд равен $C(3U_0 - U_0) = 2CU_0$. Следовательно, выделившееся в Д2 количество теплоты $Q_{Д2} = 2CU_0^2 = 240$ мкДж. Сумма количеств теплоты, выделившихся в Д2 и резисторе, равна потере энергии конденсатором: $Q_{Д2}+Q_R=\frac{C(3U_0)^2}{2}-\frac{CU_0^2}{2}=4CU_0^2$. Значит, $Q_R=2CU_0^2=240$ мкДж.

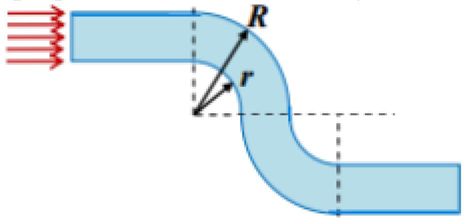
ОТВЕТ: $Q_{Д1}=0$, $Q_{Д2}=Q_R=2CU_0^2=240$ мкДж.

Задание 4:

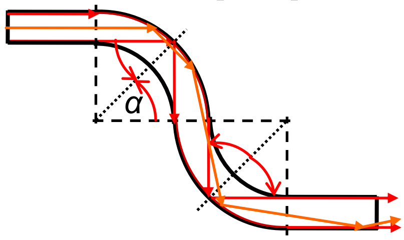
Вопрос: Опишите явление полного внутреннего отражения.

Ответ: Явление полного внутреннего отражения возникает при падении света на границу раздела прозрачных сред из оптически более плотной среды (с большим абсолютным показателем преломления $n_1>n_2$). В этом случае угол преломления β, который определяется из закона Снелла $\sin(\beta)=\frac{n_1}{n_2}\sin(\alpha)$, больше угла падения α, и при углах падения $\alpha>\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ такого значения не существует. Физически это означает отсутствие преломленных лучей, и если также отсутствует и поглощение света на границе раздела сред, то вся энергия падающего света будет отражаться. Это явление и называют полным внутренним отражением, а угол $\alpha_{ПВО}\equiv\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ – углом полного внутреннего отражения. Если ввести относительный показатель преломления двух сред $n\equiv\frac{n_1}{n_2}$, то $\alpha_{ПВО}=\arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$.

Задача: Планарный световод изготовлен из однородной плоской прозрачной пластины, изогнутой так, как показано на рисунке. Зона изгиба состоит из двух симметричных частей, поверхности которых являются четвертями поверхностей цилиндров, радиусы которых удовлетворяют соотношению $\frac{R}{r}=\sqrt{2}$. Каким должен быть показатель преломления n вещества пластины, чтобы пучок параллельных лучей, попавший в световод после нормального падения на торец пластины, целиком вышел из другого торца?



Решение: Для реализации «полного прохождения» пучком световода необходимо, чтобы при первом падении всех лучей пучка изнутри на поверхность световода выполнялось условие полного внутреннего отражения. Ясно, что минимальный угол падения будет у луча, идущего ближе всех к оси внешней цилиндрической поверхности («самый нижний» на рисунке), и этот минимальный угол равен $\alpha=\arcsin\left(\frac{r}{R}\right)=45°$. Этот угол должен быть больше угла полного внутреннего отражения, то есть должно выполняться требование $\frac{r}{R}<\frac{1}{n}\Rightarrow n>\frac{R}{r}=\sqrt{2}$. Как видно из построения, при заданном соотношении радиусов этот луч после отражения падает на вторую внешнюю цилиндрическую поверхность практически под прямым углом (для которого тем более выполняется условие полного внутреннего отражения), проходит почти по дуге радиуса внешней поверхности и доходит до торца пластины. Остальные лучи пучка при первом падении испытывают полное внутреннее отражение. Минимальный угол падения на вторую внешнюю цилиндрическую поверхность изгиба имеет луч, идущий ближе всего к е оси («самый верхний» на рисунке), и минимальный угол опять равен 45°. Поэтому условие $n>\sqrt{2}$ и для второго падения обеспечит для всех лучей полное внутреннее отражение, а для всех промежуточных лучей углы падения как на цилиндрические, так и плоские поверхности световода (кроме торца) будут больше 45°. Значит, это условие будет не только необходимым, но и достаточным.



ОТВЕТ: при $n>\sqrt{2}$.

10 классы