

10-11 классы, подготовка к теоретическому туру

олимпиады школьников «Робофест» по физике

Теоретический обзор к занятию 9 основного курса.

Тема: «ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ 10-11 КЛАССОВ И РАБОТА С НИМИ».

Заключительное (и самое важное с точки зрения определения победителей и призеров) из испытаний олимпиады «Робофест» - теоретический тур финального этапа. Задание теоретического тура состоит из 4 заданий по четырем темам (каждая тема – по одному разделу: механика, молекулярная физика и теплота, электричество и геометрическая оптика). Каждое задание состоит из «простого» вопроса и задачи. Важная информация для участников состоит в том, что «простые» вопросы выбраны таким образом, чтобы подвести их к решению более сложной задачи. Всегда следует начинать работу над заданием с ответа на вопрос, а потом уже приступать к решению задачи.

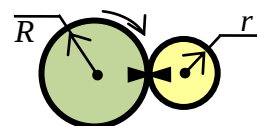
Второе важное обстоятельство - то, что многие задания теоретического тура **финального этапа** связаны логически с заданиями по физике **отборочного этапа**, с которыми участники олимпиады уже сталкивались в ходе региональных отборов. Поэтому в ходе подготовки к финалу обязательно нужно проработать задания отборочного этапа. Это, помимо самой подготовки, также позволит понять, какие именно темы могут быть затронуты в каждом из заданий. Обсудим возможные темы финального задания.

Тема 1: раздел – кинематика, тема – описание движения относительно вращающейся системы отсчета.

Начинать нужно с разбора занятия № 2 вводного курса.

В качестве примера вопрос из задания отборочного этапа.

Вопрос: Пусть передача вращения от одной вала к другому осуществляется с помощью пары шестеренок с радиусами $R = 3$ см и $r = 2$ см (зубцы шестеренок по размеру намного меньше этих радиусов). Ведущая шестеренка (большого радиуса) вращается с частотой 80 оборотов в минуту. На этих шестеренках сделаны две метки. В некоторый момент времени эти метки оказались совмещены (см. рисунок). Какой минимальный интервал времени пройдет до следующего совмещения меток в процессе вращения шестеренок?



Ответ: Так как зубцы шестеренок движутся в постоянном соприкосновении, то величины их скоростей равны: $V = v$. С учетом связи величин линейной и угловой скорости из этого

соотношения следует, что $\Omega R = \omega r \Rightarrow \omega = \frac{R}{r} \Omega$, то есть угловая скорость малой шестеренки в

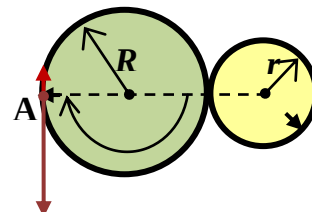
1,5 раза больше, чем у большой. Во столько же раз будет больше и частота вращения, то есть для малой шестеренки она будет равна 120 об/мин. Значит, период вращения малой шестеренки равен $\tau = 0,5$ с, а большой – $T = 0,75$ с. Период их относительного движения (а это и есть минимальное время между совмещениями меток) есть наименьшее общее кратное τ и T , и поэтому он равен 1,5 с.

Задача: Для шестеренок из вопроса найдите скорость метки на большей шестеренке относительно метки на меньшей шестеренке в момент времени, когда после совмещения

меток большая шестеренка повернулась на половину полного оборота. При ответе на этот вопрос учтите, что метка на меньшей шестеренке совершает вращательное движение. Поэтому любая точка, *неподвижная* относительно метки, тоже совершает относительно неподвижного корпуса механизма *такое же* вращательное движение: если эта точка находится на расстоянии l от оси вращения меньшей шестеренки, то она движется со скоростью $v = \omega l$, перпендикулярной линии, соединяющей ее с осью вращения.

Решение:

Пусть точка А в рассматриваемый момент времени совпадает по положению с меткой на большей шестеренке, но при этом неподвижна относительно метки на меньшей шестеренке. Значит, она вращается вместе с меткой на малой шестеренке вокруг оси этой шестеренки с угловой скоростью ω . Значит, скорость точки А относительно неподвижного корпуса механизма равна по величине $V_A = 4v$ (расстояние до оси вращения у нее в 4 раза больше, чем у метки на малой шестеренке) и направлена перпендикулярно отрезку, соединяющему ее с осью малой шестеренки (на рисунке – «вниз»). Скорость же метки на большой шестеренке $V = v$, и она направлена «вверх» по отношению к рисунку. Ясно, что скорость метки на большой шестеренке относительно метки на малой равна скорости метки на большой шестеренке относительно точки А, а она, очевидно, равна $V_{отн} = 5v \approx 1,26$ м/с. Отметим, что скорость точки вращающейся системы отсчета, совпадающей по положению в данный момент времени с изучаемой материальной точкой, часто называют *переносной скоростью* (в нашем случае это V_A).



ОТВЕТ: примерно 1,26 м/с.

Тема 2: раздел – молекулярная физика, тема – тепловые насосы.

Здесь нужно повторить материалы занятия №6 основного курса.

Приведем пример «качественного вопроса» по этой теме.

Вопрос: Двигатель холодильной установки за один цикл работы совершает над рабочим телом работу A , а в окружающую среду за то же время рабочее тело отдает количество теплоты $Q_H = 5A$. Найдите холодильный коэффициент установки. Ответ запишите в процентах с точностью до целого значения.

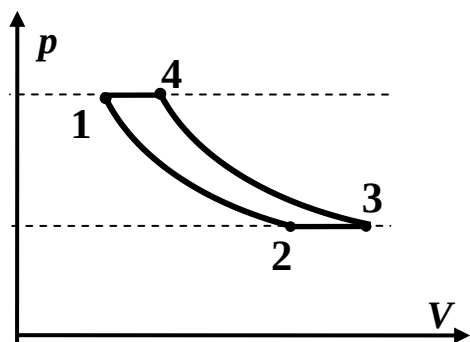
Ответ: По определению холодильный коэффициент есть отношение $k \equiv \frac{Q_X}{A}$, где Q_X – количество теплоты, отнятое за цикл рабочим телом у содержимого холодильника. Условие энергетического баланса $Q_H = Q_X + A \Rightarrow k = \frac{5A - A}{A} = 400\%$.

Здесь очень важно знать, что такое холодильная установка («тепловой насос»), и понимать как устроен энергетический баланс такой установки.

Теперь рассмотрим задачу, связанную с этим вопросом тематически.

Задача: Для охлаждения процессора робота используется холодильная установка, рабочее тело которой – постоянное количество гелия. Цикл рабочего тела состоит из двух адиабат и двух изобар. Известно, что в ходе изобарического расширения температура гелия увеличивается на $\Delta t_1 = 20^\circ\text{C}$, а в ходе изобарического сжатия – уменьшается на $\Delta t_2 = 24^\circ\text{C}$. Найти холодильный коэффициент этой установки.

Решение:



Изобразим диаграмму процесса (см. рисунок). Поскольку в адиабатических процессах теплообмена нет, то теплота, забранная за цикл рабочим телом у содержимого холодильника Q_X , как и теплота, отданная рабочим телом в окружающую среду Q_H , выражаются через теплоемкость гелия в изобарном процессе $c_p = \frac{5}{2}R$: $Q_X = c_p \nu (T_3 - T_2) = c_p \nu \Delta t_1$ и $Q_H = c_p \nu (T_4 - T_1) = c_p \nu \Delta t_2$. Из условия энергетического баланса $Q_H = Q_X + A \Rightarrow A = c_p \nu (\Delta t_2 - \Delta t_1)$. Значит, $k \equiv \frac{Q_X}{A} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2 - \Delta t_1} = 500\%$.

ОТВЕТ: 500.

Тема 3: раздел – электричество, тема – перезарядка конденсаторов.

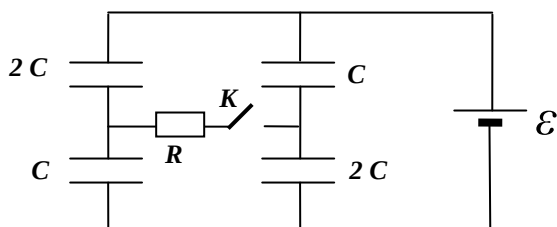
При подготовке необходимо ориентироваться на материалы вводного занятия №8.

Приведем пример качественного вопроса по этой теме.

Вопрос: Конденсатор емкостью C заряжен до напряжения U_0 . Его подключают к источнику напряжения с ЭДС, равным $3U_0$. Каким будет КПД дозарядки конденсатора?

Ответ: В процессе дозарядки заряд конденсатора возрастет с CU_0 до $3CU_0$. Значит, источник совершит работу $A = 3U_0 \cdot (3CU_0 - CU_0) = 6CU_0^2$. Увеличение энергии конденсатора равно $\Delta E_C = (9/2)CU_0^2 - (1/2)CU_0^2 = 4CU_0^2$. Следовательно, КПД дозарядки равна $2/3$, или примерно 67 %.

Задача: В схеме, изображенной на рисунке, найти количество тепла, которое выделится в сопротивлении R после замыкания ключа. До этого ключ длительное время был разомкнут. Перед сборкой схемы все конденсаторы были разряжены.

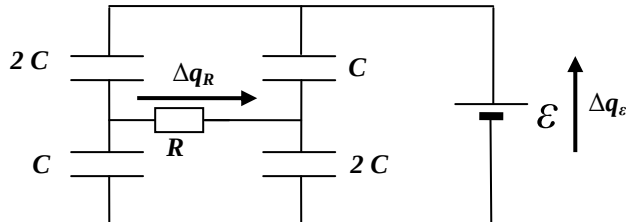


Решение:

Пока ключ был разомкнут, источник зарядил батарею конденсаторов, состоящую из двух параллельно соединенных «парных цепочек» конденсаторов. Емкость каждой цепочки

$$C_1 = C_2 = \frac{1}{1/C + 1/2C} = \frac{2}{3}C, \text{ поэтому общая емкость батареи } C_{\text{общ}} = C_1 + C_2 = \frac{4}{3}C.$$

Источник зарядит эту батарею до заряда $q = \frac{4}{3}C\mathcal{E}$. После замыкания ключа в «новом» установившемся режиме ток через резистор отсутствует, и поэтому в этом режиме можно считать, что батарея состоит из двух последовательно соединенных параллельных пар, и ее общая емкость $C'_{\text{общ}} = \frac{1}{1/3C + 1/3C} = \frac{3}{2}C$. В соответствии с этим источник «дозаряжает» батарею до нового заряда $q' = \frac{3}{2}C\mathcal{E}$. Соответствующее перемещение зарядов легко устанавливается.



Как видно, через сопротивление протечет заряд $\Delta q_R = \frac{1}{2}C\mathcal{E}$ (а $\Delta q_\varepsilon = \frac{1}{6}C\mathcal{E}$). При этом начальное напряжение на резисторе $U_0 = \frac{2}{3}\mathcal{E} - \frac{1}{3}\mathcal{E} = \frac{1}{3}\mathcal{E}$, а конечное равно нулю. Выделившееся в резисторе тепло можно посчитать через работу электростатических сил, которая равна полусумме начального и конечного напряжения, умноженной на протекший заряд. Значит,

$$Q_R = \frac{1}{2}(U_0 + 0)\Delta q_K = \frac{C\mathcal{E}^2}{12}.$$

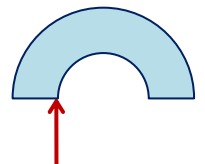
Полезно в качестве самостоятельного упражнения получить такой же ответ из уравнения энергетического баланса.

ОТВЕТ: $Q_R = \frac{1}{2}(U_0 + 0)\Delta q_K = \frac{C\mathcal{E}^2}{12}.$

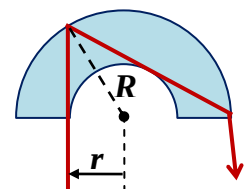
Тема 4: раздел – оптика, тема – явление полного внутреннего отражения.

Начинать нужно с разбора занятия № 6 вводного курса и занятия № 8 основного курса. Снова возьмем в качестве примера вопрос из задания отборочного этапа.

Вопрос: Узкий пучок параллельных световых лучей падает на прозрачное тело, ограниченное двумя полусферическими поверхностями с общим центром и общим основанием, радиусы которых отличаются в два раза. Свет падает из воздуха нормально (перпендикулярно основанию), у самого края полусферической выемки, как показано на рисунке. При какой величине показателя материала тела, лучи пучка, прошедшие внутрь тела, выйдут из него только через основание?



Ответ: Для того, чтобы лучи, прошедшие внутрь тела, вышли из него только через основание, луч должен при первом падении на сферическую поверхность изнутри испытать полное внутреннее отражение (см. рисунок). По условию $r \approx R/2$. Значит, угол падения луча удовлетворяет условию $\sin(\alpha) = \frac{r}{R} \approx \frac{1}{2}$. С другой стороны, из условия полного внутреннего отражения $\sin(\alpha) > 1/n$ находим, что



$\frac{1}{2} > \frac{1}{n}$. Следовательно, должно выполняться условие $n > 2$.

Задача: Вплотную к торцу прямого цилиндрического прозрачного стержня расположен маленький источник света, испускающего свет во всех направлениях. При какой минимальной величине показателя преломления материала стержня n все лучи, попавшие в стержень через торец вблизи источника света, достигнут его другого торца?

Решение:

Так как максимальный угол падения лучей от источника на торец стержня $\alpha \approx \frac{\pi}{2}$, то преломленные лучи составляют с осью стержня углы, не превышающие $\beta = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$.

Поэтому минимальный угол падения лучей на боковую поверхность стержня равен $\frac{\pi}{2} - \beta$.

Для того, чтобы все лучи, попавшие в стержень через торец от источника, достигли его другого торца, на боковой поверхности для всех лучей должно происходить полное внутреннее отражение. Таким образом, должно выполняться требование

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) \geq \frac{1}{n} \Rightarrow \cos(\beta) = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} \geq \frac{1}{n} \Rightarrow n \geq \sqrt{2} \approx 1,41.$$

ОТВЕТ: при $n \geq \sqrt{2} \approx 1,41$.