

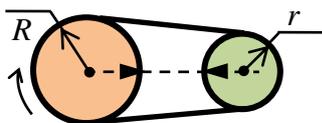
10-11 классы, подготовка к теоретическому туру
олимпиады школьников «Робофест» по физике

Задачи к занятию 9 основного курса.

Тема: «ПОДГОТОВКА К ТЕОРЕТИЧЕСКОМУ ТУРУ ФИНАЛЬНОГО ЭТАПА».

Задание 1.1

Пусть передача вращения от одного вала к другому осуществляется с помощью цепи, проходящей по зубцам двух шестеренок с радиусами $R = 5$ см и $r = 3$ см (зубцы по размеру намного меньше обоих радиусов). Ведущая шестеренка (большого радиуса) вращается с частотой 30 оборотов в минуту. Найдите частоту вращения второй шестеренки. Ответ запишите в об/мин, с точностью до целого значения.



Подсказка 1: Зубцы шестеренок при движении сцеплены со звеньями цепи, поэтому величины их скоростей равны друг другу и равны скорости звеньев цепи: $V = v = V_{ц}$.

Подсказка 2: С учетом связи величин линейной и угловой скорости из этого соотношения следует, что $\Omega R = \omega r \Rightarrow \omega = \frac{R}{r} \Omega$.

Решение:

Зубцы шестеренок при движении сцеплены со звеньями цепи, поэтому величины их скоростей равны друг другу и равны скорости звеньев цепи: $V = v = V_{ц}$. С учетом связи величин линейной и угловой скорости из этого соотношения следует, что

$\Omega R = \omega r \Rightarrow \omega = \frac{R}{r} \Omega$, то есть угловая скорость малой шестеренки в $\frac{5}{3}$ раза больше угловой

скорости большой. Во столько же раз будет отличаться и частота вращения, то есть для малой шестеренки она будет равна 50 об/мин.

ОТВЕТ: 50.

Задание 1.2

В зале, в котором проходят робототехнические соревнования, установлена обзорная видеокамера на вращающейся подставке. Объектив видеокамеры при вращении движется по окружности радиуса $r = 30$ см с периодом $T = 40$ с. В некоторый момент в поле зрения объектива попал робот, находящийся на расстоянии $R = 30$ м от объектива, двигавшийся (согласно видеозаписи) со скоростью $v = 3$ м/с точно от видеокамеры. С какой скоростью двигался робот относительно пола? Ответ запишите в м/с, с точностью до десятых

Подсказка 1: Скорость робота по данным видеозаписи – это его скорость относительно вращающейся системы отсчета.

Подсказка 2: она равна векторной разности искомой скорости робота относительно пола и «переносной» скорости этой системы отсчета в точке нахождения робота.

Подсказка 3: Переносная скорость равна по величине $V_n = \omega R$, и направлена перпендикулярно радиусу.

Подсказка 4: Относительная скорость робота, согласно условию, направлена вдоль радиуса.

Решение:

Скорость робота по данным видеозаписи – это его скорость относительно вращающейся системы отсчета, и она равна векторной разности искомой скорости робота относительно пола и «переносной» скорости этой системы отсчета в точке нахождения робота. Переносная скорость равна по величине $V_n = \omega R$, и направлена перпендикулярно радиусу. Относительная скорость робота, согласно условию, направлена вдоль радиуса. Поэтому его скорость относительно площадки $V = \sqrt{v^2 + \omega^2 R^2} = \sqrt{v^2 + \frac{4\pi^2}{T^2} R^2} \approx 5,6$ м/с.

ОТВЕТ: 5,6.

Задание 2.1

Тепловой насос – установка, перекачивающая теплоту от более холодного тела к более горячему за счет совершения работы. Его эффективность характеризуют величиной коэффициента трансформации – отношения количества тепла, переданного более нагретому телу, к потраченной работе. Допустим, что в качестве теплового насоса, передающего теплоту от тела с температурой $t_X = 12^\circ\text{C}$ к телу с температурой $t_H = 27^\circ\text{C}$, используется установка, работающая по циклу Карно. Чему равен ее коэффициент трансформации? Ответ запишите в процентах

Подсказка 1: В этом случае цикл Карно происходит в «обратном» направлении по сравнению с тепловой машиной, и поэтому работа и количества теплоты изменяют знак.

Подсказка 2: Работа над рабочим телом теплового насоса по величине равна работе рабочего тела тепловой машины, а количество теплоты, отданное тепловым насосом более нагретому телу, равно количеству теплоты, полученному в тепловой машине от нагревателя.

Решение:

В этом случае цикл Карно происходит в «обратном» направлении по сравнению с тепловой машиной, и поэтому работа и количества теплоты изменяют знак. Работа над рабочим телом теплового насоса по величине равна работе рабочего тела тепловой машины, а количество теплоты, отданное тепловым насосом более нагретому телу, равно количеству теплоты, полученному в тепловой машине от нагревателя. Таким образом, коэффициент трансформации насоса равен обратному КПД тепловой машины: $k = \frac{T_H}{T_H - T_X} = 20$, то есть 2000%.

ОТВЕТ: 2000.

Задание 2.2

Допустим, что нам нужно отапливать помещение, сжигая топливо. Используемое топливо имеет удельную теплоту сгорания q , а для поддержания в отапливаемом помещении постоянной температуры $t_0 = 22^\circ\text{C}$ необходимо подводить в него теплоту с заданной мощностью P_0 . Рассмотрим два способа отопления. В первом мы сжигаем топливо, и все выделяющееся количество теплоты поступает в отапливаемое помещение. Во втором мы используем топливо для работы тепловой машины (все количество теплоты, полученное при сжигании топлива в топке при температуре $t_H = +377^\circ\text{C}$, передается рабочему телу этой машины), которая совершает работу над рабочим телом теплового насоса, перекачивающего тепло с улицы (где температура $t_X = -13^\circ\text{C}$ в это время практически постоянна) в

отапливаемое помещение. Кроме того, отапливаемое помещение является холодильником тепловой машины. И тепловая машина, и тепловой насос работают по циклу Карно. Во сколько раз масса топлива Δm_1 , которую нужно сжигать за каждую минуту в первом способе, больше, чем аналогичная масса Δm_2 во втором? Ответ приведите с точностью до целого значения.

Подсказка 1: В первом способе требуемая мощность отопления создается только сгоранием топлива, то есть $P_0 = q \frac{\Delta m_1}{\Delta \tau}$, где интервал времени $\Delta \tau = 1$ мин.

Подсказка 2: Во втором способе поступающее в отапливаемое помещение количество теплоты складывается из количества теплоты холодильника тепловой машины Q_X и количества теплоты Q'_H , закачанного тепловым насосом.

Подсказка 3: Для тепловой машины: $Q_H = q\Delta m$, температурой ее нагревателя является температура топки, а температурой холодильника – температура отапливаемого помещения.

КПД ее цикла Карно $\eta = 1 - \frac{T_0}{T_H}$, поэтому $A = \eta Q_H = \left(1 - \frac{T_0}{T_H}\right) q \Delta m$ и

$$Q_X = (1 - \eta)Q_H = \frac{T_0}{T_H} q \Delta m.$$

Подсказка 4: У цикла Карно теплового насоса температурой горячего тела является температура отапливаемого помещения, а температура холодного тела – это наружная температура.

Решение:

В первом способе требуемая мощность отопления создается только сгоранием топлива, то есть $P_0 = q \frac{\Delta m_1}{\Delta \tau}$, где интервал времени $\Delta \tau = 1$ мин. Во втором способе поступающее в отапливаемое помещение количество теплоты складывается из количества теплоты холодильника тепловой машины Q_X и количества теплоты Q'_H , закачанного тепловым насосом. Для тепловой машины: $Q_H = q\Delta m$, температурой ее нагревателя является температура топки, а температурой холодильника – температура отапливаемого помещения.

КПД ее цикла Карно $\eta = 1 - \frac{T_0}{T_H}$, поэтому $A = \eta Q_H = \left(1 - \frac{T_0}{T_H}\right) q \Delta m$ и

$$Q_X = (1 - \eta)Q_H = \frac{T_0}{T_H} q \Delta m.$$

У цикла Карно теплового насоса температурой горячего тела является температура отапливаемого помещения, а температура холодного тела – это наружная температура. Поэтому, используя результат предыдущего задания, получим:

$$Q'_H = kA = \frac{T_0}{T_0 - T_X} A = \frac{T_0(T_H - T_0)}{(T_0 - T_X)T_H} q \Delta m. \quad \text{Значит, полное количество тепла,}$$

$$Q = Q_X + Q'_H = \frac{T_0(T_H - T_X)}{T_H(T_0 - T_X)} q \Delta m, \quad \text{и поэтому мощность отопления во втором случае}$$

$$P_0 = \frac{T_0(T_H - T_X)}{T_H(T_0 - T_X)} q \frac{\Delta m_2}{\Delta \tau}. \quad \text{Следовательно, } \frac{\Delta m_1}{\Delta m_2} = \frac{T_0(T_H - T_X)}{T_H(T_0 - T_X)} = \frac{177}{35} \approx 5,06. \quad \text{Таким образом,}$$

при втором способе расход топлива более чем в 5 раз меньше! Второй способ называют «динамическим отоплением».

ОТВЕТ: 5.

Задание 3.1

«Слабонеидеальный» диод открывается при напряжении, равном 1 В, и в открытом состоянии может пропустить любой ток без увеличения напряжения. Его подключают к источнику с ЭДС, равным 5 В. Чему будет равно отношение мощности тепловых потерь на диоде к мощности тепловых потерь на внутреннем сопротивлении источника? Сопротивлением соединительных проводов пренебречь. Ответ запишите в виде десятичной дроби, с точностью до сотых.

Подсказка 1: Ток через диод и через источник будет одинаков, поэтому отношение мощности тепловых потерь на диоде к мощности тепловых потерь на внутреннем сопротивлении источника равно отношению напряжений.

Подсказка 2: Напряжение на открытом диоде равно 1 В.

Решение:

Ток через диод и через источник будет одинаков, поэтому отношение мощности тепловых потерь на диоде к мощности тепловых потерь на внутреннем сопротивлении источника равно отношению напряжений. Так как на диоде напряжение равно 1 В, то падение потенциала на внутреннем сопротивлении источника равно 4 В. Поэтому искомое отношение равно 0,25.

ОТВЕТ: 0,25.

Задание 3.2

В схеме, показанной на рисунке 1, диод D не является идеальным – его вольтамперная характеристика показана на рисунке 2. Перед сборкой схемы конденсатор емкости $C = 20 \text{ мкФ}$ был разряжен. После замыкания ключа он заряжается от источника с ЭДС $\mathcal{E} = 36 \text{ В}$. Какое количество тепла выделится в резисторе R в процессе зарядки? Какая часть этого тепла (в процентах) выделится в диоде? Пороговое напряжение диода U_0 в $n = 9$ раз меньше ЭДС источника, внутреннее сопротивление источника пренебрежимо мало. Ответ запишите в мДж, с точностью до целого значения.

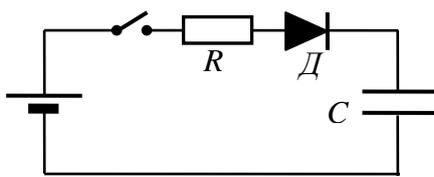


рис. 1

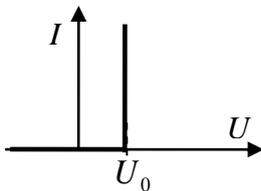


рис. 2

Подсказка 1: Конденсатор будет заряжаться от источника через диод, который будет оставаться открытым, пока напряжение на конденсаторе не достигнет величины $U_C = \mathcal{E} - U_0 = (n-1)U_0$.

Подсказка 2: Значит, источник переместит заряд $q = (n-1)CU_0$.

Подсказка 3: Работа источника пойдет на увеличение энергии конденсатора от нуля до

$$E_C = \frac{C(n-1)^2 U_0^2}{2}, \text{ на компенсацию тепловых потерь в диоде и в резисторе.}$$

Решение:

Поскольку ЭДС источника больше U_0 , то сразу после замыкания ключа диод откроется. Конденсатор будет заряжаться от источника через диод, который будет оставаться открытым, пока напряжение на конденсаторе не достигнет величины $U_C = \mathcal{E} - U_0 = (n-1)U_0$. После этого диод перейдет в «запертое» состояние, и на этом зарядка закончится. Таким образом, источник переместит заряд $q = (n-1)CU_0$, и совершит работу $A = \mathcal{E}(n-1)CU_0 = n(n-1)CU_0^2$. Эта работа пойдет на увеличение энергии

конденсатора от нуля до $E_C = \frac{C(n-1)^2 U_0^2}{2}$, на компенсацию тепловых потерь в диоде

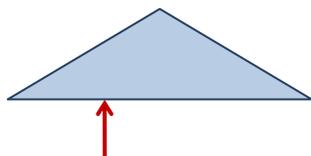
$Q_D = U_0 q = (n-1)CU_0^2$ и в резисторе Q_R . Таким образом,

$$Q_R = A - E_C - Q_D = \frac{(n-1)^2}{2} CU_0^2 = \frac{(n-1)^2}{2n^2} C\mathcal{E}^2 \approx 10,24 \text{ мДж.}$$

ОТВЕТ: 10.

Задание 4.1

Призма изготовлена из прозрачного материала с показателем преломления $n = 2$. Сечение призмы – равнобедренный треугольник с углом при основании 30° . Постройте ход лазерного луча (который можно считать узким пучком параллельных световых лучей), падающего из воздуха нормально на основание этой призмы, как показано на рисунке. Считайте, что при углах падения, меньших или равных углу полного внутреннего отражения, вся энергия падающего луча переходит в энергию отраженного, а при меньших углах – практически вся энергия переходит в энергию преломленного луча. На каком расстоянии от точки входа выйдет луч из призмы, если длина основания этого равнобедренного треугольника равна $D = 12 \text{ см}$? Ответ приведите в мм, с точностью до целого значения.



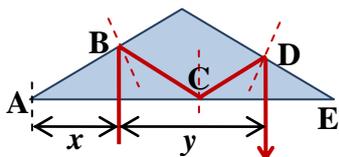
Подсказка 1: Для заданной величины показателя преломления угол полного внутреннего отражения $\alpha_{ПВО} = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) = 30^\circ$.

Подсказка 2: При падении лучей внутри призмы происходят три полных внутренних отражения (углы падения при первых двух падениях равны 30° , а при третьем - 60°), а затем луч падает нормально и выходит из призмы.

Подсказка 3: Необходимо вычислить расстояние между точками входа и выхода для заданного расстояния от ребра призмы до точки входа луча и убедиться, что смещение не зависит от этого расстояния.

Решение:

Для заданной величины показателя преломления угол полного внутреннего отражения $\alpha_{ПВО} = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) = 30^\circ$. С учетом этого построение хода лучей дает результат, показанный на рисунке: происходят три полных внутренних отражения (углы падения в точках В и D равны 30° , а в точке С - 60°), а затем луч падает нормально и выходит из призмы. Смещение луча во втором случае можно найти следующим образом: пусть расстояние от точки А до точки входа луча равно x . Тогда, с учетом того, треугольник ABC равнобедренный (у него одинаковые углы при основании) найдем, что расстояние от точки входа до С тоже равно x . Поэтому $|CE| = D - 2x$, и, поскольку треугольник CDE тоже равнобедренный, то точка выхода находится на расстоянии $\frac{|CE|}{2} = \frac{D}{2} - x$ от точки С. Итак, $y = x + \frac{D}{2} - x = \frac{D}{2} = 5$ см, то есть 50 мм. Отметим, что это расстояние не зависит от x !



ОТВЕТ: 50.

Задание 4.2

В оптической системе робота используется так называемый планарный световод, представляющий собой плоскопараллельную пластинку толщиной $d = 1,2$ мм, изготовленную из прозрачной пластмассы с показателем преломления $n = 1,4$. Изгибая пластинку, ей придают форму, изображенную на рисунке. Перпендикулярно торцу пластинки падает в плоскости рисунка параллельный пучок света. Найдите минимально допустимый радиус кривизны R_{\min} изгиба пластинки, при котором свет не будет выходить из пластинки наружу через ее боковую поверхность. Радиус кривизны определяйте по внешней (по отношению к направлению изгиба) поверхности пластинки. Ответ приведите в мм, с точностью до десятых.

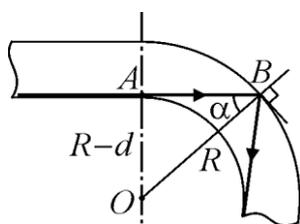
Подсказка 1: Нужно рассмотреть ход светового луча, распространяющегося вплотную к внутренней поверхности плоской части пластинки, так как именно он имеет наименьший угол падения α на искривленную поверхность пластинки.

Подсказка 2: Рассматриваемый луч не выйдет наружу, если он испытает на искривленной поверхности полное отражение.

Подсказка 3: Условие полного внутреннего отражения для этого луча $\sin \alpha \geq \frac{1}{n}$.

Решение:

Рассмотрим ход светового луча, распространяющегося вплотную к внутренней поверхности плоской части пластинки (см. рисунок). Легко видеть, что из всех лучей, попавших внутрь пластинки через ее торец, этот луч имеет наименьший угол падения α на искривленную поверхность пластинки. Рассматриваемый луч не выйдет наружу, если он испытает на искривленной поверхности полное отражение, условие которого имеет вид: $\sin \alpha \geq \frac{1}{n}$. Ясно,



при выполнении этого условия все остальные лучи, образующие пучок, также не выйдут из пластинки через ее искривленную поверхность. На рисунке видно, что $\sin \alpha = \frac{R-d}{R}$. Из записанных

соотношений находим, что $R_{\min} = \frac{nd}{n-1} = 4,2$ мм.

OTBET: 4,2.