

**7-9 классы, подготовка к теоретическому туру
олимпиады школьников «Робофест» по физике**

Задачи к занятию 6 основного курса.

Тема: «ПОДГОТОВКА К ТЕОРЕТИЧЕСКОМУ ТУРУ ФИНАЛЬНОГО ЭТАПА».

Задание 1.1

На весах стоит канистра с водой, температура которой близка к 0°C . Через открытую крышку в канистру опускают на легкой тонкой нити сильно охлажденный груз массой 945 г, изготовленный из алюминия с плотностью $2,7 \text{ г/см}^3$. Груз целиком погружается в воду, но не касается дна канистры. Сразу после опускания груза показания весов стали равны 5 кг 490 г, но далее на грузе стал намораживаться лед. Какими стали показания весов после установления теплового равновесия, когда на лед, замороженный на грузе, по объему сравнялся с самим грузом (груз вместе со льдом находился под водой, но не касался дна)? Плотность воды $1,0 \text{ г/см}^3$, плотность льда $0,9 \text{ г/см}^3$. Ответ записать в граммах, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: На груз действует сила Архимеда, и точно такая же сила действует со стороны груза на воду, которая передает это действие на дно канистры, и показания весов увеличиваются.

Подсказка 2: При образовании льда уменьшается вес жидкой воды (на величину $\rho_{\text{л}} V_{\text{л}} g$, где $V_{\text{л}}$ – объем образовавшегося льда), но увеличивается сила Архимеда (на $\rho_{\text{в}} V_{\text{л}} g$).

Подсказка 3: Так как объем льда равен объему груза, то $\rho_{\text{в}} V_{\text{л}} g - \rho_{\text{л}} V_{\text{л}} g = \frac{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{г}}} mg$.

Решение:

Давление на чашку весов определяется весом пустой канистры и давлением воды на ее дно (до опускания груза сила этого давления, конечно же, равна весу воды). Сразу после опускания груза в воду, пока льда на грузе еще нет, на груз со стороны воды действует сила

Архимеда, равная $F_A = \rho_{\text{в}} V_{\text{г}} g = \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{г}}} mg$ (m – масса груза). Точно такая же сила действует

со стороны груза на воду, которая передает это действие на дно канистры, и показания весов увеличиваются. Образование льда не меняет общую массу содержимого канистры, но увеличивает силу, разгружающую нить: она равна разности силы Архимеда, действующей на лед и веса этого льда (плотность льда меньше плотности воды). Поэтому показания весов в процессе образования льда еще увеличиваются. Увеличение силы к моменту установления

равновесия равно $\rho_{\text{в}} V_{\text{л}} g - \rho_{\text{л}} V_{\text{л}} g = \frac{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{г}}} mg$ (объем льда равен объему груза). Значит,

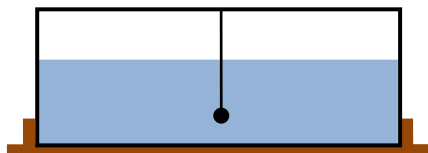
$$\Delta m' = \frac{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{г}}} m = 35 \text{ г.}$$

Поэтому теперь показания весов равны 5 кг 525 г.

ОТВЕТ: 5525.

Задание 1.2

В аквариуме с водой к крышке на легкой тонкой нерастяжимой нити подвешен груз (см. рисунок). Груз целиком погружен в воду, и не касается дна канистры. При этом сила натяжения нити равна $T_0 = 2\text{ Н}$. Аквариум закрепили в кузове грузовика (длинной стороной по ходу движения, на горизонтальной поверхности). Грузовик плавно разогнался, увеличивая свое ускорение. Колебания поверхности жидкости были малы, и в момент, когда грузовик достиг максимального ускорения, сила натяжения нити возросла до $T = 2,1\text{ Н}$. Чему равнялась величина максимального ускорения грузовика? Груз при этом по-прежнему целиком находился в воде, не касаясь ни дна, ни стенок аквариума. Ответ запишите в м/с^2 , с точностью до десятых. Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10\text{ м/с}^2$.



Подсказка 1: Пока ускорения не было, на сила натяжения нити вместе с силой Архимеда уравнивали вес груза: $mg = T_0 + \frac{\rho_0}{\rho} mg \Rightarrow T_0 = \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) mg$.

Подсказка 2: Для выделенного небольшого объема жидкости ускорение создается горизонтальной составляющей равнодействующей сил давления. Вертикальная составляющая силы Архимеда уравнивает вес жидкости в этом объеме, то есть

$$F_{\text{зоп}} = \Delta m \cdot a \text{ и } F_{\text{верт}} = \Delta m \cdot g, \text{ где } \Delta m = \frac{\rho_0}{\rho} m.$$

Подсказка 3: Поэтому при движении аквариума с ускорением вертикальная составляющая силы натяжения $T_{\text{верт}} = \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) mg$, а горизонтальная $T_{\text{зоп}} = \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) ma$.

Решение:

Пусть ρ_0 – плотность воды, а ρ – плотность вещества груза массой m . Пока ускорения не было, на сила натяжения нити вместе с силой Архимеда уравнивали вес груза:

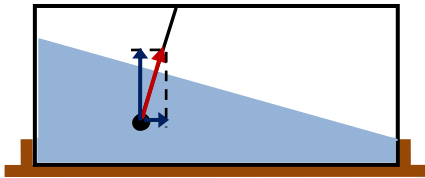
$$mg = T_0 + \frac{\rho_0}{\rho} mg \Rightarrow T_0 = \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) mg. \text{ Пусть теперь } a \text{ – максимальное ускорение грузовика.}$$

Так как оно изменяется медленно, и колебания не возникают, можно считать, что груз и жидкость тоже движутся с этим ускорением. Для выделенного небольшого объема жидкости оно создается горизонтальной составляющей равнодействующей сил давления. Поверхность жидкости – это поверхность постоянного давления, так что эта сила (сила Архимеда) направлена вверх перпендикулярно поверхности жидкости. Вертикальная составляющая силы Архимеда уравнивает вес жидкости в этом объеме, то есть $F_{\text{зоп}} = \Delta m \cdot a$ и $F_{\text{верт}} = \Delta m \cdot g$. На груз действует такая же сила Архимеда, а масса воды в объеме груза

$$\Delta m = \frac{\rho_0}{\rho} m. \text{ Поэтому теперь вертикальная составляющая силы натяжения}$$

$$T_{\text{верт}} = \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) mg, \text{ а горизонтальная } T_{\text{зоп}} = \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) ma. \text{ Значит, величина силы натяжения}$$

$$T = \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) m \sqrt{g^2 + a^2} = T_0 \frac{\sqrt{g^2 + a^2}}{g}. \text{ Следовательно, } a = g \sqrt{\frac{T^2}{T_0^2} - 1} \approx 3,2 \text{ м/с}^2.$$



ОТВЕТ: 3,2.

Задание 2.1

Ровный лист картона лежал на горизонтальном очень гладком льду. По картону запустили шайбу массой 100 г. К моменту выравнивания скоростей шайба прошла по картону путь 50 см, и при этом из-за трения шайбы о картон выделилось количество теплоты, равное 0,3 Дж. Чему равен коэффициент трения шайбы о картон? Ответ запишите с точностью до десятых. Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.

Подсказка 1: Количество теплоты равно работе силы трения со знаком «минус».

Подсказка 2: Пока было проскальзывание шайбы по картону, величина силы трения на горизонтальной поверхности $F_{тр} = \mu mg$.

Решение:

Выделившееся количество теплоты равно работе силы трения со знаком «минус». Пока было проскальзывание шайбы по картону, величина силы трения на горизонтальной поверхности

$$F_{тр} = \mu mg. \text{ Поэтому } Q = \mu mgs \Rightarrow \mu = \frac{Q}{mgs} = 0,6.$$

ОТВЕТ: 0,6.

Задание 2.2

Фрикционная передача может быть реализована с помощью двух валиков, прижатых друг к другу (передача движения осуществляется за счет трения). Пусть в некотором механизме два цилиндрических валика одинаковой высоты с радиусами $R = 6 \text{ см}$ (ведущий валик) и $r = 2 \text{ см}$ прижаты друг к другу равномерно по линии соприкосновения с силой $N = 200 \text{ Н}$. Коэффициент трения между валиками $\mu = 0,75$. Период вращения (время, за которое совершается один оборот) ведущего валика $T = 2,4 \text{ с}$, а период вращения ведомого валика $\tau = 1,0 \text{ с}$. Найдите КПД (коэффициент полезного действия) передачи – отношение мощности, идущей на вращение ведомого валика к мощности, затрачиваемой на поддержание вращения ведущего валика. Считайте, что единственной причиной энергетических потерь в передаче являются тепловые потери при трении между валиками. Ответ запишите в процентах, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: Если бы валики не проскальзывали друг по другу (величины скоростей точек их поверхностей в этом случае были бы одинаковы), то отношение периодов равнялось бы отношению радиусов, то есть тогда бы имело место соотношение $T = 3\tau$. У нас $T < 3\tau$, что свидетельствует о наличии проскальзывания – ведомый валик «отстает» от ведущего.

Подсказка 2: Величина скорости поверхности ведущего валика $V = \frac{2\pi R}{T} \approx 0,157 \text{ м/с}$, а

$$\text{ведомого} - v = \frac{2\pi r}{\tau} = 0,8 \cdot V \approx 0,126 \text{ м/с}.$$

Подсказка 3: Мощность, затрачиваемая на вращение ведущего валика $P = F_{тр} \cdot V$, а мощность, идущая на поддержание вращения ведомого валика $P_{пол} = F_{тр} \cdot v$.

Решение:

Если бы валики не проскальзывали друг по другу (величины скоростей точек их поверхностей в этом случае были бы одинаковы), то отношение периодов равнялось бы отношению радиусов, то есть тогда бы имело место соотношение $T = 3\tau$. У нас $T < 3\tau$, что свидетельствует о наличии проскальзывания – ведомый валик «отстает» от ведущего.

Величина скорости поверхности ведущего валика $V = \frac{2\pi R}{T} \approx 0,157 \text{ м/с}$, а ведомого –

$v = \frac{2\pi r}{\tau} = 0,8 \cdot V \approx 0,126 \text{ м/с}$. Значит, скорость проскальзывания (относительная скорость

поверхностей валиков) $V_{отн} = V - v = 0,2 \cdot V \approx 0,031 \text{ м/с}$. Величина силы трения, действующей

между валиками, $F_{тр} = \mu N = 150 \text{ Н}$. Мощность, затрачиваемая на вращение ведущего валика

$P = F_{тр} \cdot V$, а мощность, идущая на поддержание вращения ведомого валика $P_{пол} = F_{тр} \cdot v$.

Поэтому КПД передачи $\eta = \frac{P_{пол}}{P} = \frac{v}{V} = 80\%$.

ОТВЕТ: 80.

Задание 3.1

Четыре одинаковых резистора соединены последовательно и подключены к источнику напряжения с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением. Потом эти же резисторы подключили к тому же источнику, соединив параллельно. Во сколько раз изменилась мощность тепловых потерь на резисторах? Ответ запишите в виде целого числа.

Подсказка 1: При подключении нагрузки с сопротивлением R_H к источнику напряжения U с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением мощность тепловых потерь $P = \frac{U^2}{R_H}$.

Подсказка 2: Когда нагрузкой являются последовательно соединенные резисторы, их общее сопротивление в 4 раза больше сопротивления одного резистора ($R_H = 4R$).

Решение:

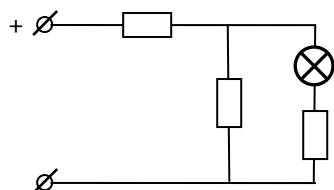
При подключении нагрузки с сопротивлением R_H к источнику напряжения U с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением мощность тепловых потерь $P = \frac{U^2}{R_H}$.

Когда нагрузкой являлись последовательно соединенные резисторы, их общее сопротивление было в 4 раза больше сопротивления одного резистора ($R_H = 4R$). При параллельном соединении общее сопротивление стало в 4 раза меньше сопротивления одного резистора ($R_H = \frac{R}{4}$). Следовательно, во втором случае мощность тепловых потерь выросла в 16 раз.

ОТВЕТ: 16.

Задание 3.2

В схеме, показанной на рисунке, лампа мощностью $P = 2,7$ Вт рассчитана на напряжение $U_{\text{Л}} = 4,5$ В. Сопротивление всех резисторов одинаково и равно $R = 5$ Ом. Каким должно быть напряжение, создаваемое источником, чтобы лампа работала в номинальном режиме? Ответ запишите в вольтах, с точностью до целого значения.



Подсказка 1: При работе в номинальном режиме напряжение на лампе равно $U_{\text{Л}} = 4,5$ В, а ток через нее $I_{\text{Л}} = \frac{P}{U_{\text{Л}}} = 0,6$ А.

Подсказка 2: Такой же ток течет через резистор 1 в ветви с лампой, и напряжение на нем $U_1 = I_{\text{Л}} R = \frac{PR}{U_{\text{Л}}} = 3$ В.

Подсказка 3: Поэтому сила тока через резистор 2, подключенный параллельно лампе и резистору 1, течет ток $I_2 = \frac{R + R_{\text{Л}}}{R} I_{\text{Л}} = \frac{P}{U_{\text{Л}}} + \frac{U_{\text{Л}}}{R} = 1,5$ А (напряжение на нем равно $U_2 = U_{\text{Л}} + U_1 = U_{\text{Л}} + \frac{PR}{U_{\text{Л}}} = 7,5$ В).

Решение:

При работе в номинальном режиме напряжение на лампе равно $U_{\text{Л}} = 4,5$ В, а сила текущего через нее тока $I_{\text{Л}} = \frac{P}{U_{\text{Л}}} = 0,6$ А. Такой же ток течет через резистор 1 в ветви с лампой, и

напряжение на нем $U_1 = I_{\text{Л}} R = \frac{PR}{U_{\text{Л}}} = 3$ В. Сопротивление лампы в номинальном режиме

$R_{\text{Л}} = \frac{U_{\text{Л}}^2}{P} = 7,5$ Ом. Поэтому сила тока через резистор 2, подключенный параллельно лампе и

резистору 1, течет ток $I_2 = \frac{R + R_{\text{Л}}}{R} I_{\text{Л}} = \frac{P}{U_{\text{Л}}} + \frac{U_{\text{Л}}}{R} = 1,5$ А (напряжение на нем равно

$U_2 = U_{\text{Л}} + U_1 = U_{\text{Л}} + \frac{PR}{U_{\text{Л}}} = 7,5$ В). Ток через резистор 3, подключенный к «плюсу»

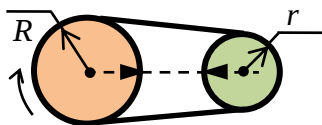
источника $I_{\text{Л}} + I_2 = 2 \frac{P}{U_{\text{Л}}} + \frac{U_{\text{Л}}}{R} = 2,1$ А, а напряжение на нем $U_3 = U_{\text{Л}} + 2 \frac{PR}{U_{\text{Л}}} = 10,5$ В. В

итоге находим, что необходимое для работы лампы в номинальном режиме напряжение источника $U = U_2 + U_3 = 2U_{\text{Л}} + 3 \frac{PR}{U_{\text{Л}}} = 18$ В.

ОТВЕТ: 18.

Задание 4.1

Пусть передача вращения от одной вала к другому осуществляется с помощью цепи, проходящей по зубцам двух шестеренок с радиусами $R = 5\text{ см}$ и $r = 3\text{ см}$ (зубцы по размеру намного меньше обоих радиусов). Ведущая шестеренка (большого радиуса) вращается с частотой 30 оборотов в минуту. Найдите частоту вращения второй шестеренки. Ответ запишите в об/мин, с точностью до целого значения.



Подсказка 1: Зубцы шестеренок при движении сцеплены со звеньями цепи, поэтому величины их скоростей равны друг другу и равны скорости звеньев цепи: $V = v = V_{\text{ц}}$.

Подсказка 2: С учетом связи величин линейной и угловой скорости из этого соотношения следует, что $\Omega R = \omega r \Rightarrow \omega = \frac{R}{r} \Omega$.

Решение:

Зубцы шестеренок при движении сцеплены со звеньями цепи, поэтому величины их скоростей равны друг другу и равны скорости звеньев цепи: $V = v = V_{\text{ц}}$. С учетом связи величин линейной и угловой скорости из этого соотношения следует, что $\Omega R = \omega r \Rightarrow \omega = \frac{R}{r} \Omega$, то есть угловая скорость малой шестеренки в $\frac{5}{3}$ раза больше угловой скорости большой. Во столько же раз будет отличаться и частота вращения, то есть для малой шестеренки она будет равна 50 об/мин.

ОТВЕТ: 50.

Задание 4.2

В зале, в котором проходят робототехнические соревнования, установлена обзорная видеокамера на вращающейся подставке. Объектив видеокамеры при вращении движется по окружности радиуса $r = 30\text{ см}$ с периодом $T = 40\text{ с}$. В некоторый момент в поле зрения объектива попал робот, находящийся на расстоянии $R = 30\text{ м}$ от объектива, двигавшийся (согласно видеозаписи) со скоростью $v = 3\text{ м/с}$ точно от видеокамеры. С какой скоростью двигался робот относительно пола? Ответ запишите в м/с, с точностью до десятых

Подсказка 1: Скорость робота по данным видеозаписи – это его скорость относительно вращающейся системы отсчета.

Подсказка 2: она равна векторной разности искомой скорости робота относительно пола и «переносной» скорости этой системы отсчета в точке нахождения робота.

Подсказка 3: Переносная скорость равна по величине $V_n = \omega R$, и направлена перпендикулярно радиусу.

Подсказка 4: Относительная скорость робота, согласно условию, направлена вдоль радиуса.

Решение:

Скорость робота по данным видеозаписи – это его скорость относительно вращающейся системы отсчета, и она равна векторной разности искомой скорости робота относительно пола и «переносной» скорости этой системы отсчета в точке нахождения робота. Переносная скорость равна по величине $V_n = \omega R$, и направлена перпендикулярно радиусу.

Относительная скорость робота, согласно условию, направлена вдоль радиуса. Поэтому его скорость относительно площадки $V = \sqrt{v^2 + \omega^2 R^2} = \sqrt{v^2 + \frac{4\pi^2}{T^2} R^2} \approx 5,6 \text{ м/с}$.

ОТВЕТ: 5,6.