7-9 классы, подготовка к теоретическому туру

олимпиады школьников «Робофест» по физике

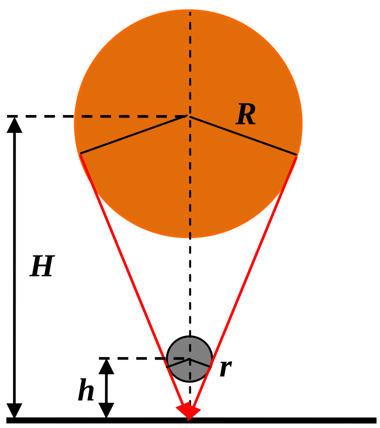
Задачи к вводному занятию 8.

Тема: «ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА».

Задача 1. (2 балла) [прямолинейность распространения света, тень]
Центр светящегося шара радиусом $R = 25$см находится на высоте $H = 3$м над полом. По вертикали, проходящей через его центр, от пола поднимается непрозрачный шарик радиусом $r = 5$см. На какой высоте будет находиться центр шарика в тот момент, когда тень от него на полу исчезнет? Ответ запишите в см, при необходимости округлив до целого значения.

Подсказка 1: Тень исчезает в тот момент, когда крайние лучи, идущие от краев светящегося шара мимо краев шарика, сходятся на полу.
Подсказка 2: Нужно выполнить построение хода крайних лучей в этом положении: крайние лучи идут по касательной к обоим шарам.
Подсказка 3: Искомая величина находится из подобия треугольников, образованных радиусами шаров, высотами и крайними лучами.

Решение: Тень исчезает в тот момент, когда крайние лучи, идущие от краев светящегося шара мимо краев шарика, сходятся на полу (см. рисунок).



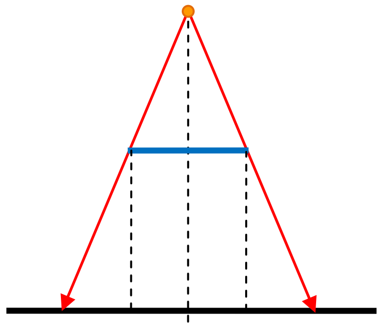
Из подобия треугольников, образованных радиусами шаров, высотами и этими лучами ясно, что в этом положении $\frac{h}{H} = \frac{r}{R}$., откуда $h = \frac{r}{R}H = 75$см.

ОТВЕТ: 75.

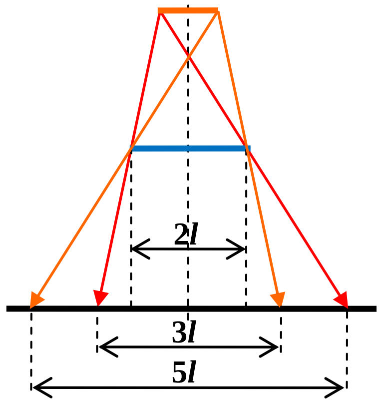
Задача 2. (3 балла) [прямолинейность распространения света, тень, полутень]
Люминесцентная лампа представляет собой тонкую трубку длиной 1,5 м. Она закреплена на потолке, на высоте 3 м над полом. На половине этой высоты, между лампой и полом, установили непрозрачный экран в форме квадрата размером 3м×3м. Центр экрана находится точно под центром лампы, две его стороны параллельны лампе. Найдите отношение площадей области тени и области полутени от экрана на полу. Ответ запишите с точностью до десятых.

Подсказка 1: В направлении, перпендикулярном оси лампы, она выглядит как «точечный» источник, и границы области тени и полутени совпадают, а в направлении, параллельном лампе, возникает различие.
Подсказка 2: Необходимо выполнить построение в вертикальной плоскости, параллельной лампе, хода лучей от концов лампы, проходящих мимо краев экрана.
Подсказка 3: Внешняя граница области полной тени задается лучами, идущими от конца лампы к «ближнему» краю экрана, а для области полутени – лучами, идущими от конца лампы к «дальнему» краю экрана.

Решение: В направлении, перпендикулярном оси лампы, она выглядит как «точечный» источник, и границы области тени и полутени совпадают.



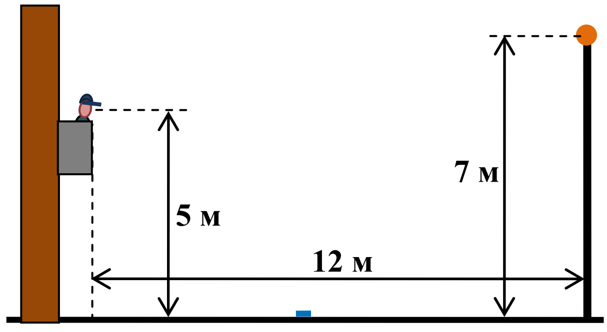
В направлении, параллельном лампе, возникает различие. Выполним построение в вертикальной плоскости, параллельной лампе, хода лучей от концов лампы, проходящих мимо краев экрана.



Пусть l – длина лампы. Тогда ширина экрана равна $2l$, и, как видно из построения, ширина области полной тени оказывается равной $3l$ (лампа в два раза короче экрана, и крайние лучи на пути от лампы по экрана отклоняются от вертикали на $l/2$, и на столько же – на пути от экрана до пола, поскольку экран установлен на половинной высоте). Внешняя граница области полутени задается лучами, идущими от конца лампы к «дальнему» краю экрана, и из аналогичных рассуждений следует, что общая ширина тени и полутени равна $5l$. Итак, в этом направлении есть прямоугольная тень шириной $3l$, и две прямоугольные полосы полутени шириной по l каждая. В другом направлении размеры прямоугольников совпадают, поэтому отношение площадей тени и полутени равно 3:2=1,5.

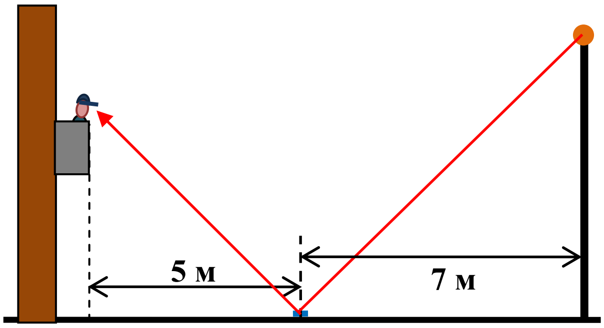
ОТВЕТ: 1,5.

Задача 3. (2 балла) [закон отражения света, зеркало]
Небольшая лампа фонаря висит на высоте 7 м над землей. Мальчик, стоящий на балконе, увидел на земле ярко блестящую в свете фонаря маленькую монетку. Известно, что глаза мальчика в этот момент находились на высоте 5 м над землей, а расстояние между балконом и лампой по горизонтали равнялось 12 м (см. рисунок). На каком расстоянии от глаз мальчика находилась монета в этот момент? Ответ запишите в м с точностью до десятых.



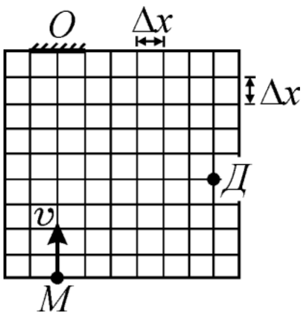
Подсказка 1: То, что монета ярко блестела, означает, что лучи от лампы, отражающиеся от монеты, попадали в глаза мальчика.
Подсказка 2: Угол падения луча на монету равен углу отражения, поэтому прямоугольные треугольники, образованные высотами, лучом, и отрезками горизонталей, подобны.
Подсказка 3: Поэтому отношение расстояний по горизонтали от монеты до лампы L и до глаз мальчика l равны отношениям высот: $\frac{l}{L}=\frac{h}{H}=\frac{5}{7}$.

Решение: То, что монета ярко блестела, означает, что лучи от лампы, отражающиеся от монеты, попадали в глаза мальчика. Угол падения луча на монету равен углу отражения, поэтому прямоугольные треугольники, образованные высотами, лучом, и отрезками горизонталей, подобны. Поэтому отношение расстояний по горизонтали от монеты до лампы L и до глаз мальчика l равны отношениям высот: $\frac{l}{L}=\frac{h}{H}=\frac{5}{7}$. Поскольку $L+l=12$ м, то $L=7$ м и $l=5$ м. Как видно, линия, соединяющая глаза мальчика и монету – гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника с катетами по 5 м. Длина этой линии $r=5\sqrt{2}$ м $\approx 7{,}1$ м.



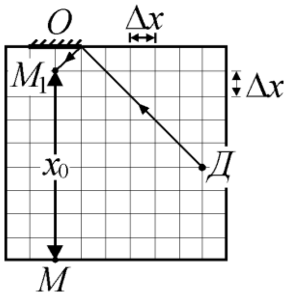
ОТВЕТ: 7,1.

Задача 4. (4 балла) [закон отражения света, зеркало]
Мальчик *М* и девочка *Д* стоят в комнате, вид сверху на которую показан на рисунке. На стене, противоположной первоначальному расположению мальчика, висит плоское зеркало с центром в точке *O* и шириной 2 Δx. В некоторый момент времени мальчик начал идти к зеркалу по прямой *MO* с постоянной скоростью v_0 = 1 м/с. Через какое время τ после начала движения мальчик увидел в зеркале изображение девочки, если шаг сетки с квадратными ячейками, нанесенной на полу комнаты, $\Delta x = 1$ м? Ответ запишите в секундах, при необходимости округлив до целого значения.



Подсказка 1: Мальчик начнет видеть в зеркале изображение девочки в тот момент, когда луч света, идущий от девочки и отраженный от правого края зеркала, впервые попадет мальчику в глаза.
Подсказка 2: Нужно построить луч, идущий из точки положения девочки к ближнему краю зеркала после отражения.
Подсказка 3: Путь мальчика до этой точки равен $s=8\Delta x$.

Решение: Мальчик начнет видеть в зеркале изображение девочки в тот момент, когда луч света, идущий от девочки и отраженный от правого края зеркала, впервые попадет мальчику в глаза. Положение мальчика в этот момент обозначено на рисунке точкой M_1. Из рисунка находим, что расстояние между точками M и M_1 равно $s = 8\Delta x$. Следовательно, время движения мальчика $\tau = \frac{8\Delta x}{v_0} = 8$ с.



ОТВЕТ: 8.

Задача 5. (2 балла) [закон преломления света]
Узкий пучок параллельных лучей от лазерной указки из воздуха на плоскую поверхность прозрачного материала. При этом наблюдаются отраженный и преломленный пучки. Оказалось, что они перпендикулярны друг другу, и при этом угол падения α в три раза больше угла преломления β. Чему равен показатель преломления материала? Ответ запишите с точностью до десятых.

Подсказка 1: Угол падения равен углу отражения, поэтому перпендикулярность отраженного и преломленного пучка означает, что сумма углов падения и преломления равна 90°.
Подсказка 2: По условию $\alpha = 3\beta$.
Подсказка 3: Из закона преломления следует, что $n = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)}$.

Решение: Угол падения равен углу отражения, поэтому перпендикулярность отраженного и преломленного пучка означает, что сумма углов падения и преломления равна 90°: $\alpha + \beta = 90°$. С другой стороны, по условию $\alpha = 3\beta$. Из этих двух уравнений находим, что $\alpha = 67{,}5°$ и $\beta = 22{,}5°$. Из закона преломления следует, что $n = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} \approx 2{,}4$.

Примечание: Получение численного ответа можно упростить, если воспользоваться свойствами тригонометрических функций. Легко заметить, что $\sin(90° - \beta) = \cos(\beta)$. Поэтому $n^2 = \frac{\sin^2(\alpha)}{\sin^2(\beta)} = \frac{\cos^2(\beta)}{\sin^2(\beta)}$. Также можно доказать, что $\sin^2(\beta) = \frac{1-\cos(2\beta)}{2}$ и $\cos^2(\beta) = \frac{1+\cos(2\beta)}{2}$. Итак, $n^2 = \frac{1+\cos(2\beta)}{1-\cos(2\beta)} = \frac{1+\cos(45°)}{1-\cos(45°)} = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = (\sqrt{2}+1)^2$. Значит, $n = \sqrt{2}+1 \approx 2{,}414$, то есть для получения численного ответа не обязательно вычислять значения тригонометрических функций углов $\alpha = 67{,}5°$ и $\beta = 22{,}5°$.

ОТВЕТ: 2,4.

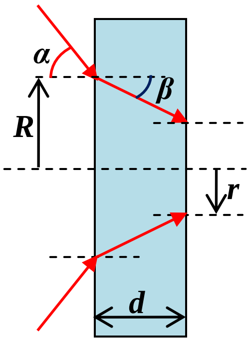
Задача 6. (4 балла) [закон преломления света, плоскопараллельная пластина]
На переднюю грань находящейся в воздухе плоскопараллельной прозрачной пластинки с показателем преломления $n = \sqrt{3} \approx 1{,}732$ падает сходящийся конический пучок с углом при

вершине, равным $2\alpha = 120°$. Ось пучка перпендикулярна плоскости пластины. Радиус освещённого пятна на передней грани пластинки равен $R = 5$ см. Определите толщину d пластинки, при которой радиус светлого пятна на задней её грани r будет в 2 раза меньше R. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до сотых.

Подсказка 1: Крайний луч пучка должен, пройдя пластинку, приблизится к оси пучка на половину R.
Подсказка 2: Если l – длина луча внутри пластины, то должны выполняться равенства $d = l\cos(\beta)$ и $\frac{R}{2} = l\sin(\beta)$ (здесь β – угол преломления крайнего луча).

Подсказка 3: По закону преломления $\sin(\beta) = \frac{1}{n}\sin(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}5$.

Решение: Ясно, что ход крайних лучей пучка должен быть таким, как показано на рисунке. Как видно из рисунка, $d = l\cos(\beta)$, а $R - r = \frac{R}{2} = l\sin(\beta)$, где l – длина луча внутри пластины. По закону преломления $\sin(\beta) = \frac{1}{n}\sin(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}5$, то есть $\beta = 30°$. Значит, $d = \frac{\sqrt{3}}{2}l$ и $l = R$. Из этих соотношений находим, что $d = \frac{\sqrt{3}}{2}R \approx 4{,}33$ см.

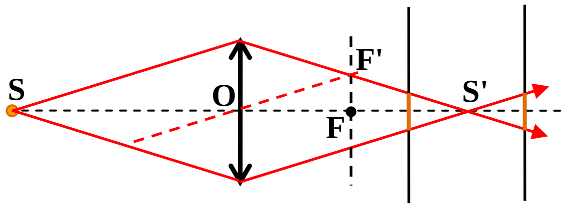


ОТВЕТ: 4,33.

Задача 7. (5 баллов) [тонкие линзы, фокусное расстояние, построение изображений в линзах]
Точечный источник света расположен на главной оптической оси тонкой собирающей линзы на расстоянии $a = 30$ см от линзы. На экране, расположенном перпендикулярно главной оптической оси на расстоянии $L_1 = 20$ см от линзы, наблюдается светлое пятно. Размеры пятна не изменяются, если экран расположить на расстоянии $L_2 = 40$ см от линзы. Определите фокусное расстояние линзы. Ответ приведите в см, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: Если изобразить ход лучей, проходящих через линзу вблизи ее краев (см. рисунок), то становиться понятно, что изложенная в условии задачи ситуация возможна, когда эти лучи после линзы являются сходящимися, а два указанных положения экрана находятся по равные стороны от изображения источника (точки пересечения этих лучей).
Подсказка 2: Это значит, что изображение находится на расстоянии $b = a = 30$ см от линзы.
Подсказка 3: Каждый луч должен встретиться в фокальной плоскости с параллельным себе лучом, проходящим через оптический центр линзы.

Решение: Если изобразить ход лучей, проходящих через линзу вблизи ее краев (см. рисунок), то становиться понятно, что изложенная в условии задачи ситуация возможна, когда эти лучи после линзы являются сходящимися, а два указанных положения экрана находятся по равные стороны от изображения источника (точки пересечения крайних лучей). Это значит, что изображение S' находится на расстоянии $b = a = 30$ см от линзы. С другой стороны, каждый луч должен встретится в фокальной плоскости с параллельным себе лучом, проходящим через оптический центр O линзы (на рисунке – в точке F'). Так как, то в треугольнике OF'S' углы при основании равны, и он является равнобедренным. Значит, фокус линзы F, который совпадает с основанием высоты этого треугольника, находится посередине между O и S'. Таким образом, фокусное расстояние равно 15 см.



ОТВЕТ: 15.