10-11 классы, подготовка к теоретическому туру

олимпиады школьников «Робофест» по физике

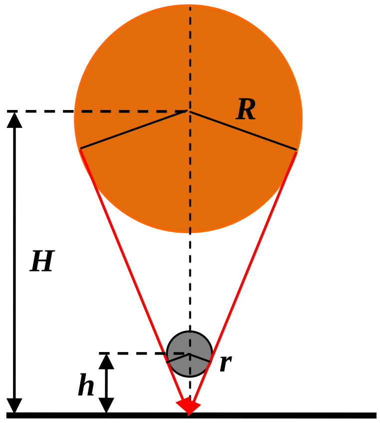
Задачи к вводному занятию 6.

Тема: «ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА».

Задача 1 (2 балла) [прямолинейность распространения света, тень]
Центр светящегося шара радиусом $R = 25$см находится на высоте $H = 3$м над полом. По вертикали, проходящей через его центр, от пола поднимается непрозрачный шарик радиусом $r = 5$см. На какой высоте будет находиться центр шарика в тот момент, когда тень от него на полу исчезнет? Ответ запишите в см, при необходимости округлив до целого значения.

Подсказка 1: Тень исчезает в тот момент, когда крайние лучи, идущие от краев светящегося шара мимо краев шарика, сходятся на полу.
Подсказка 2: Нужно выполнить построение хода крайних лучей в этом положении: крайние лучи идут по касательной к обоим шарам.
Подсказка 3: Искомая величина находится из подобия треугольников, образованных радиусами шаров, высотами и крайними лучами.

Решение: Тень исчезает в тот момент, когда крайние лучи, идущие от краев светящегося шара мимо краев шарика, сходятся на полу (см. рисунок).



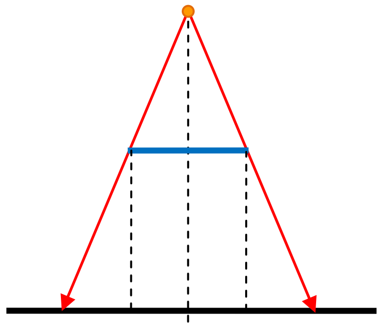
Из подобия треугольников, образованных радиусами шаров, высотами и этими лучами ясно, что в этом положении $\frac{h}{H} = \frac{r}{R}$., откуда $h = \frac{r}{R} H = 75$см.

ОТВЕТ: 75.

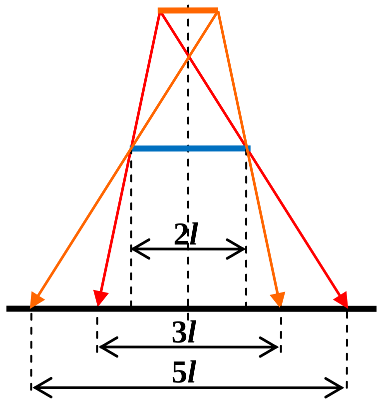
Задача 2 (3 балла) [прямолинейность распространения света, тень, полутень]
Люминесцентная лампа представляет собой тонкую трубку длиной 1,5 м. Она закреплена на потолке, на высоте 3 м над полом. На половине этой высоты, между лампой и полом, установили непрозрачный экран в форме квадрата размером 3м×3м. Центр экрана находится точно под центром лампы, две его стороны параллельны лампе. Найдите отношение площадей области тени и области полутени от экрана на полу. Ответ запишите с точностью до десятых.

Подсказка 1: В направлении, перпендикулярном оси лампы, она выглядит как «точечный» источник, и границы области тени и полутени совпадают, а в направлении, параллельном лампе, возникает различие.
Подсказка 2: Необходимо выполнить построение в вертикальной плоскости, параллельной лампе, хода лучей от концов лампы, проходящих мимо краев экрана.
Подсказка 3: Внешняя граница области полной тени задается лучами, идущими от конца лампы к «ближнему» краю экрана, а для области полутени – лучами, идущими от конца лампы к «дальнему» краю экрана.

Решение: В направлении, перпендикулярном оси лампы, она выглядит как «точечный» источник, и границы области тени и полутени совпадают.



В направлении, параллельном лампе, возникает различие. Выполним построение в вертикальной плоскости, параллельной лампе, хода лучей от концов лампы, проходящих мимо краев экрана.

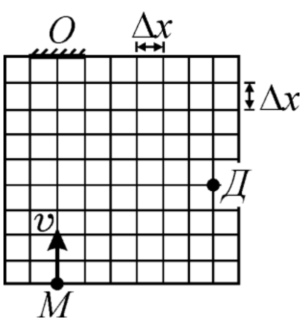


Пусть l – длина лампы. Тогда ширина экрана равна $2l$, и, как видно из построения, ширина области полной тени оказывается равной $3l$ (лампа в два раза короче экрана, и крайние лучи на пути от лампы по экрана отклоняются от вертикали на l /2, и на столько же – на пути от экрана до пола, поскольку экран установлен на половинной высоте). Внешняя граница области полутени задается лучами, идущими от конца лампы к «дальнему» краю экрана, и из аналогичных рассуждений следует, что общая ширина тени и полутени равна $5l$. Итак, в этом направлении есть прямоугольная тень шириной $3l$, и две прямоугольные полосы полутени шириной по l каждая. В другом направлении размеры прямоугольников совпадают, поэтому отношение площадей тени и полутени равно 3:2=1,5.

ОТВЕТ: 1,5.

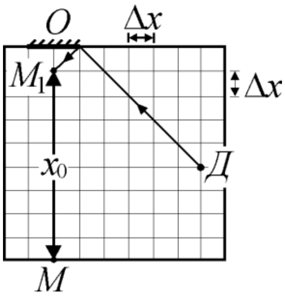
Задача 3 (4 балла) [закон отражения света, зеркало]

Мальчик *М* и девочка *Д* стоят в комнате, вид сверху на которую показан на рисунке. На стене, противоположной первоначальному расположению мальчика, висит плоское зеркало с центром в точке *О* и шириной 2 Δx. В некоторый момент времени мальчик начал бежать к зеркалу по прямой *МО* с постоянным ускорением a_0 = 1 м/с^2. Через какое время τ после начала движения мальчик увидел в зеркале изображение девочки, если шаг сетки с квадратными ячейками, нанесенной на полу комнаты, Δx = 1 м? Ответ запишите в секундах, при необходимости округлив до целого значения.



Подсказка 1: Мальчик начнет видеть в зеркале изображение девочки в тот момент, когда луч света, идущий от девочки и отраженный от правого края зеркала, впервые попадет мальчику в глаза.
Подсказка 2: Нужно построить луч, идущий из точки положения девочки к ближнему краю зеркала после отражения.
Подсказка 3: Путь мальчика до этой точки равен $s = 8\Delta x$.

Решение: Мальчик начнет видеть в зеркале изображение девочки в тот момент, когда луч света, идущий от девочки и отраженный от правого края зеркала, впервые попадет мальчику в глаза. Положение мальчика в этот момент обозначено на рисунке точкой M_1. Из рисунка находим, что расстояние между точками M и M_1 равно $s = 8\Delta x$. Следовательно, время движения мальчика $\tau = 4\sqrt{\dfrac{\Delta x}{a_0}} = 4$с.



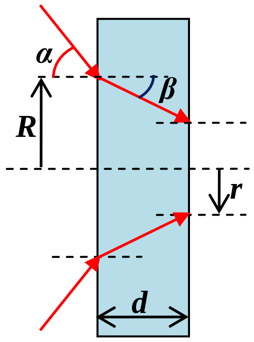
ОТВЕТ: 4.

Задача 4 (4 балла) [закон преломления света, плоскопараллельная пластина]
На переднюю грань находящейся в воздухе плоскопараллельной прозрачной пластинки с показателем преломления $n = 1{,}5$ падает сходящийся конический пучок с углом при вершине, равным 2α = 120º. Ось пучка перпендикулярна плоскости пластины. Радиус освещённого пятна на передней грани пластинки равен R = 5 см. Определите толщину d пластинки, при которой радиус светлого пятна на задней её грани r будет в 2 раза меньше R. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до сотых.

Подсказка 1: Крайний луч пучка должен, пройдя пластинку, приблизится к оси пучка на половину R.
Подсказка 2: Если l – длина луча внутри пластины, то должны выполняться равенства $d = l\cos(\beta)$ и $\dfrac{R}{2} = l\sin(\beta)$ (здесь β – угол преломления крайнего луча).

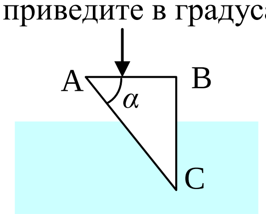
Подсказка 3: По закону преломления $\sin(\beta) = \dfrac{1}{n}\sin(\alpha) = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$, тогда $\cos(\beta) = \sqrt{\dfrac{2}{3}}$.

Решение: Ясно, что ход крайних лучей пучка должен быть таким, как показано на рисунке. Как видно из рисунка, $d = l\cos(\beta)$, а $R - r = \dfrac{R}{2} = l\sin(\beta)$, где l – длина луча внутри пластины. По закону преломления $\sin(\beta) = \dfrac{1}{n}\sin(\alpha) = \dfrac{2}{3}\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$, тогда $\cos(\beta) = \sqrt{\dfrac{2}{3}}$. Значит, $d = l\sqrt{\dfrac{2}{3}}$ и $l = \dfrac{\sqrt{3}}{2}R$. Из этих соотношений находим, что $d = \dfrac{1}{\sqrt{2}}R \approx 3{,}54$см.



ОТВЕТ: 3,54.

Задача 5 (4 балла) [закон преломления света, полное внутреннее отражение]
Прямоугольный клин из оптического стекла с показателем преломления $n_c = 1{,}7$ помещен в глицерин ($n_g = 1{,}47$), как показано на рисунке. При каком максимальном значении угла α луч света, падающий перпендикулярно грани AB, выйдет в глицерин из грани AC? Ответ приведите в градусах, с точностью до целого значения.



Подсказка 1: На первой поверхности преломления не происходит, поскольку падение нормальное, и луч падает на грань AC.
Подсказка 2: Для выхода из грани AC в глицерин луч не должен испытать на этой грани полное внутреннее отражение.
Подсказка 3: Угол падения на грань AC равен α.

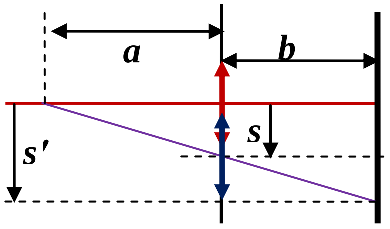
Решение: На первой поверхности преломления не происходит, поскольку падение нормальное, и луч падает на грань AC. Для выхода из грани AC в глицерин луч не должен испытать на этой грани полное внутреннее отражение. Угол падения на грань AC равен α, и поэтому данное требование означает, что $\frac{n_e}{n}\sin(\alpha) < 1 \Rightarrow \alpha < \arcsin\left(\frac{n}{n_e}\right) \approx 59{,}8^\circ$, то есть максимальный угол около 60°.

ОТВЕТ: 60.

Задача 6 (4 балла) [тонкие линзы, фокусное расстояние, построение изображений в линза]
На экране, расположенном на расстоянии $b = 75$см от тонкой линзы с оптической силой $D = 4$дптр, получено четкое изображение источника. Плоскость экрана параллельна плоскости линзы. Линзу перемещают поступательно со скоростью $v = 0{,}2$ м/с, причем вектор скорости перпендикулярен ее главной оптической оси и лежит в плоскости, проходящей через эту ось и точку расположения источника. С какой скоростью движется по экрану изображение источника? Ответ приведите в м/с, с точностью до десятых.

Подсказка 1: Так как изображение получено на экране, то линза собирающая, а изображение действительное.
Подсказка 2: При поперечном смещении линзы на расстояние s изображение смещается на экране на расстояние $s' = \frac{a+b}{a}s$, где a и b – расстояние от источника до линзы и от линзы до изображения соответственно.
Подсказка 3: Величину a можно найти из формулы линзы.

Решение: Так как изображение получено на экране, то линза собирающая, а изображение действительное. При поперечном смещении линзы на расстояние s изображение смещается на экране на расстояние $s' = \frac{a+b}{a}s$, где a и b – расстояние от источника до линзы и от линзы до изображения соответственно. Из формулой линзы находим связь этих расстояний: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=D \Rightarrow 1+\frac{b}{a}=bD$. Таким образом, $s' = bD\cdot s$. Разделив это соотношение на время перемещения, получим, что $v' = bD\cdot v = 0{,}6$ м/с.



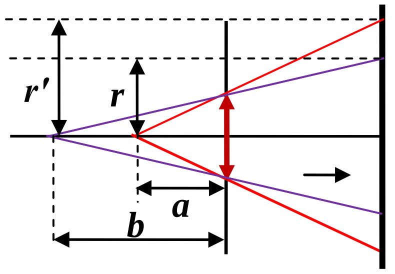
ОТВЕТ: 0,6.

Задача 7 (4 балла) [тонкие линзы, фокусное расстояние, построение изображений в линзах]

В отверстие радиусом $R = 2$ см в тонкой непрозрачной перегородке вставлена собирающая линза. Точечный источник света расположен на главной оптической оси линзы. По другую сторону относительно перегородки находится экран. Экран, соприкасающийся вначале с линзой, отодвигают от линзы. При этом радиус светлого пятна на экране плавно увеличивается и на расстоянии $L = 18$ см от перегородки достигает значения $r = 3$ см. Если линзу убрать, оставив экран на месте, то радиус пятна на экране станет $r' = 4$ см. Определите фокусное расстояние линзы. Ответ приведите в см, с точностью до целого значения

Подсказка 1: В соответствии с условием, преломленные в линзе лучи расходятся, то есть изображение источника мнимое.
Подсказка 2: Радиусы пятен на экране относятся к радиусу отверстия так же, как расстояния от источника или его изображения до экрана к расстоянию от них же до линзы.
Подсказка 3: Определив расстояния от источника и изображения до линзы, можем найти фокусное расстояние с помощью формулы линзы.

Решение: В соответствии с условием, преломленные в линзе лучи расходятся, то есть изображение источника мнимое (см. рис.) Пусть a – расстояние от источника до линзы, b – расстояние от мнимого изображения до линзы (по модулю). Из подобных треугольников имеем: $\frac{r}{R}=\frac{L+b}{b} \Rightarrow b = \frac{LR}{r-R}$, $\frac{r'}{R}=\frac{L+a}{a} \Rightarrow a = \frac{LR}{r'-R}$. Фокусное расстояние найдем из формулы тонкой линзы: $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{F} \Rightarrow F = \frac{LR}{r'-r} = 36$ см.



ОТВЕТ: 36.

Задача 8 (5 баллов) [тонкие линзы, фокусное расстояние, построение изображений в линзах]

Точки А, В и С находятся на главной оптической оси тонкой собирающей линзы (В находится между А и С). Расстояния между точками $|AB| \equiv a = 5$см и $|BC| \equiv b = 10$см. Если источник света поместить в точку А, то его изображение окажется в точке В, если источник поместить в точку В, то изображение будет в точке С. Найдите фокусное расстояние линзы. Ответ дайте в см, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: Если бы в точке В было действительное изображение источника, то при перенесении источника в точку В изображение оказалось бы в точке А, а не точке С.

Подсказка 2: Это значит, что линза находится слева от точки А, а изображения в точках В и С – мнимые.

Подсказка 3: Записывая формулу линзы для обоих случаев, получим: $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+a} = \frac{1}{F}$ и $\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x+a+b} = \frac{1}{F}$, где x – расстояние от линзы до точки А.

Решение: Если бы в точке В было действительное изображение источника, то при перенесении источника в точку В изображение оказалось бы в точке А, а не точке С. Следовательно, в точке В находилось мнимое изображение источника из точки А. Значит, линза находится слева от точки А, а изображения в точках В и С – мнимые. Пусть x – расстояние от линзы до точки А. Тогда, записывая формулу линзы для обоих случаев, получим: $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+a} = \frac{1}{F}$ и $\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x+a+b} = \frac{1}{F}$. Вычтем из первого уравнения второе, приведем полученное выражение к общему знаменателю, и получим $x = \frac{a(a+b)}{b-a}$.

Подставляем это выражение в первое уравнение и находим, что $F = \frac{2ab(a+b)}{(b-a)^2} = 60$см.

ОТВЕТ: 60.