

7-9 классы, подготовка к теоретическому туру
олимпиады школьников «Робофест» по физике

Задачи к вводному занятию 5.

Тема: «Давление. Гидростатика».

Задача 1 (2 балла) [давление]

Автомобиль массой $m = 1500$ кг стоит на горизонтальной площадке. Камеры его шин накачаны так, что давление воздуха в них $p = 1,2 \cdot 10^5$ Па. Чему равняется площадь соприкосновения всех его шин с поверхностью площадки? Упругостью оболочки шин по сравнению с упругостью закачанного в них воздуха пренебречь, ускорение свободного падения принять равным $g \approx 10$ м/с². Ответ запишите в см².

Подсказка 1: Вес автомобиля уравнивается силой реакции поверхности площадки, которая равна силе давления воздуха на площадь опоры.

Подсказка 2: Поэтому $mg = pS$.

Решение:

Вес автомобиля уравнивается силой реакции поверхности площадки, которая равна силе давления воздуха на площадь опоры. Поэтому $mg = pS$. Значит, $S = \frac{mg}{p} \approx 1250$ см².

ОТВЕТ: 1250.

Задача 2 (1 балл) [давление]

Найти силу, с которой океанская вода давит на окно скафандра водолаза, работающего на глубине $h = 40$ м. Площадь окна $S = 100$ см². Плотность воды в океане $\rho = 1030$ кг/м³. Ответ запишите в килоньютонах, с точностью до десятых. Ускорение свободного падения принять равным $g \approx 10$ м/с², давление над поверхностью океана $p_0 \approx 100$ кПа.

Подсказка 1: Давление воды на глубине h равно $p = p_0 + \rho gh$.

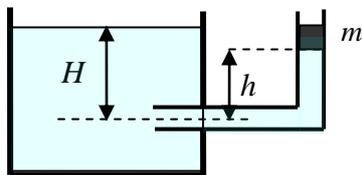
Подсказка 2: Поэтому сила давления извне на окно скафандра $F = (p_0 + \rho gh) \cdot S$.

Решение: Давление воды на глубине h равно $p = p_0 + \rho gh$. Поэтому сила давления извне на окно скафандра $F = (p_0 + \rho gh) \cdot S \approx 51,2$ кН.

ОТВЕТ: 51,2.

Задача 3 (2 балла) [давление, закон Паскаля]

Из резервуара с соленой водой на глубине $H = 2$ м выведена трубка с площадью поперечного сечения $S = 1$ см². Трубка сначала идет горизонтально, затем загибается вертикально вверх. Столб воды в вертикальном колене имеет высоту $h = 1,8$ м и накрыт небольшой пробкой (она не пропускает воду вверх, но сама может скользить в трубке без всякого трения) массой $m = 22$ г. Чему равна плотность воды в резервуаре? Ответ приведите в г/см³, с точностью до десятых.



Подсказка 1: Давление в нижней части трубки, как и в резервуаре на глубине H , равняется $p = p_0 + \rho g H$.

Подсказка 2: С другой стороны, это давление создается давлением атмосферы p_0 , весом столба жидкости в трубке и весом пробки.

Подсказка 3: Значит, $p_0 + \rho g H = p_0 + \rho g h + \frac{mg}{S}$.

Решение:

Давление в нижней части трубки, как и в резервуаре на глубине H , равняется $p = p_0 + \rho g H$. С другой стороны, это давление создается давлением атмосферы p_0 , весом столба жидкости в трубке и весом пробки: $p_0 + \rho g H = p_0 + \rho g h + \frac{mg}{S}$. Из этого равенства находим, что

$$\rho = \frac{m}{S(H-h)} = 1,1 \text{ г/см}^3.$$

ОТВЕТ: 1,1.

Задача 4 (3 балла) [плавание тел, закон Архимеда]

Том Сойер и Гек Финн решили отправиться в плавание на плоту. Их плот связан из десяти бревен, объем каждого из которых равен $V_1 = 0,24 \text{ м}^3$. Плотность дерева, из которого изготовлены бревна $\rho_d \approx 700 \text{ кг/м}^3$. Во время плавания они обнаружили, что плот погружается в воду на 75% своего объема. Какова масса всего, что нагружено на плот? Плотность воды в Миссисипи $\rho_e \approx 1000 \text{ кг/м}^3$. Ответ запишите в кг, округлив до целого значения.

Подсказка 1: Вес груза, погруженного на плот, равен разности силы Архимеда и веса самого плота.

Подсказка 2: Сила Архимеда равна $F_A = \rho_e \cdot 7,5V_1 g$.

Подсказка 3: Вес плота $Mg = \rho_d \cdot 10V_1 g$.

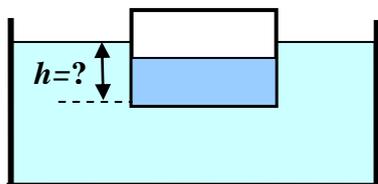
Решение:

Вес груза, погруженного на плот, равен разности силы Архимеда и веса самого плота. Поэтому его масса $m = \rho_e \cdot 7,5V_1 - \rho_d \cdot 10V_1 = 120 \text{ кг}$.

ОТВЕТ: 120.

Задача 5 (3 балла) [плавание тел, закон Архимеда]

В широком резервуаре с соленой водой плавает цилиндрическая кастрюля. Дно кастрюли горизонтально, и она погружена в воду на глубину $h_0 = 6 \text{ см}$. В кастрюлю налили пресную воду до уровня $h_1 = 5,5 \text{ см}$ над дном кастрюли (кастрюля осталась на плаву, и дно ее по-прежнему располагалось горизонтально). На какую глубину теперь погружена кастрюля в соленую воду? Плотность соленой воды в резервуаре в 1,1 раза больше, чем у пресной. Ответ запишите в сантиметрах, округлив до целого значения.



Подсказка 1: Для пустой кастрюли сила Архимеда уравнивает ее вес $Mg = \rho S h_0 g$.

Подсказка 2: Значит, $h_0 = \frac{M}{\rho S}$.

Подсказка 3: После наливания пресной воды с плотностью ρ_0 сила Архимеда уравнивает суммарный вес кастрюли и воды: $(M + \rho_0 S h_1)g = \rho S h g$.

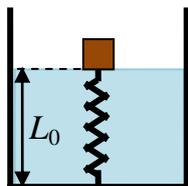
Решение:

Для пустой кастрюли сила Архимеда уравнивает ее вес $Mg = \rho S h_0 g \Rightarrow h_0 = \frac{M}{\rho S}$ (здесь ρ – плотность соленой воды, а S – площадь горизонтального сечения кастрюли). После наливания пресной воды с плотностью ρ_0 сила Архимеда уравнивает суммарный вес кастрюли и воды: $(M + \rho_0 S h_1)g = \rho S h g \Rightarrow h = \frac{M}{\rho S} + \frac{\rho_0}{\rho} h_1 = h_0 + \frac{\rho_0}{\rho} h_1 = 11 \text{ см}$.

ОТВЕТ: 11.

Задача 6 (3 балла) [закон Архимеда, условия равновесия]

Деревянный куб с ребром $a = 50$ см помещен в широкий бассейн и прикреплен к дну бассейна легкой пружиной жесткостью $k = 1500$ Н/м. Сначала куб удерживают таким образом, что его нижняя грань находится на поверхности воды. При этом пружина не деформирована. Затем куб отпускают. Какая часть объема куба (в процентах) будет погружена в воду в состоянии равновесия? Плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см³, плотность дерева $\rho = 0,8$ г/см³, ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с². Ответ запишите в виде целого числа.



Подсказка 1: На неподвижный куб действуют сила тяжести, сила Архимеда и сила упругости пружины.

Подсказка 2: . В состоянии равновесия их действие скомпенсировано: $F_A + k\Delta L = mg$.

Подсказка 3: Масса куба $m = \rho a^3$, а величина сжатия пружины при погружении куба в воду равна глубине погружения $\Delta L = h$.

Решение:

На неподвижный куб действуют сила тяжести, сила Архимеда и сила упругости пружины. В состоянии равновесия их действие скомпенсировано: $F_A + k\Delta L = mg$. Масса куба $m = \rho a^3$, а величина сжатия пружины при погружении куба в воду равна глубине погружения $\Delta L = h$.

Согласно закону Архимеда, $F_A = \rho_0 a^2 h g$, и поэтому

$$\rho_0 a^2 h g + k h = \rho a^3 g \Rightarrow \frac{h}{a} = \frac{\rho a^2 g}{k + \rho_0 a^2 g} = 0,5. \text{ Ясно, что и } \frac{V_{\text{погр}}}{V} = \frac{h}{a} = 0,5.$$

ОТВЕТ: 50.

Задача 7 (4 балла) [давление, условие равновесия]

Три сестры (Маша, Даша и Оля) занимаются в цирковом кружке и репетируют номер, где они попарно удерживают равновесие на сильно накачанном легком резиновом шаре. Как-то они помыли шар и по его отпечаткам установили, что, когда на шаре стоят Маша и Даша, то площадь соприкосновения его с полом равна $S_1 \approx 900$ см², когда Маша и Оля – $S_2 \approx 1050$ см², а

когда Даша и Оля – $S_3 \approx 1150 \text{ см}^2$. Известно, что масса Маши $m_M = 16 \text{ кг}$. Найти массы Даши и Оли. Считать, что давление в шаре во всех случаях примерно одинаково, а упругость его оболочки намного меньше, чем упругость закачанного в шар воздуха. В ответе укажите сумму масс Даши и Оли в кг, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: Пренебрегая (в соответствии с условием) весом шара и изменением давления при изменении нагрузки на шар, заключаем, в каждом случае суммарный вес двух девочек уравновешивается давлением на шар со стороны пола, которое примерно равно (не учитываем упругости оболочки) давлению воздуха в шаре на площадь опоры.

Подсказка 2: Это значит, что $(m_M + m_D)g = pS_1$, $(m_M + m_O)g = pS_2$ и $(m_D + m_O)g = pS_3$.

Подсказка 3: Исключая давление воздуха в шаре p , можно получить $S_2(m_M + m_D) = S_1(m_M + m_O)$ и $S_3(m_M + m_D) = S_1(m_D + m_O)$.

Решение:

Пусть p – давление в шаре, а $m_{M,D,O}$ – массы Маши, Даши и Оли. Пренебрегая (в соответствии с условием) весом шара и изменением давления при изменении нагрузки на шар, заключаем, в каждом случае суммарный вес двух девочек уравновешивается давлением на шар со стороны пола, которое примерно равно (не учитываем упругости оболочки) давлению воздуха в шаре на площадь опоры. Значит:

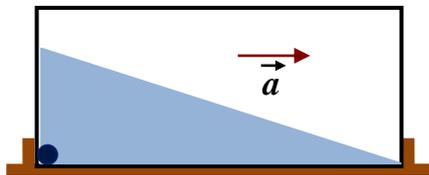
$$\left\{ \begin{array}{l} (m_M + m_D)g = pS_1 \\ (m_M + m_O)g = pS_2 \\ (m_D + m_O)g = pS_3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S_2(m_M + m_D) = S_1(m_M + m_O) \\ S_3(m_M + m_D) = S_1(m_D + m_O) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m_D = \frac{S_1 + S_3 - S_2}{S_1 + S_2 - S_3} m_M \\ m_O = \frac{S_1 + S_3 - S_2}{S_1 + S_2 - S_3} m_M \end{array} \right.$$

Подставляя числовые значения, находим: $m_D = 20 \text{ кг}$, $m_O = 26 \text{ кг}$.

ОТВЕТ: 46.

Задача 8 (5 баллов) [сила Архимеда, уравнения движения]

Бак с водой движется с постоянным ускорением $|\vec{a}| = 5 \text{ м/с}^2$ в горизонтальном направлении («слева направо» по отношению к рисунку). Колебания поверхности воды отсутствуют. В угол, образованный «левой» гранью и дном бака закатился небольшой шарик массой $m = 50 \text{ г}$ из сплава с плотностью $\rho = 4 \text{ г/см}^3$. Шарик покоится относительно бака и не касается других стенок бака. Найдите силу, с которой стенка и дно бака (вместе) действуют на шарик. Плотность воды $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$, ускорение свободного падения $g \approx 10 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в ньютонах, с точностью до сотых.



Подсказка 1: Если мы рассмотрим «шарик» жидкости, равный по объему нашему шару (обозначим объем шарика V), то для него ускорение \vec{a} создается равнодействующей сил давления окружающей жидкости (силы Архимеда) и веса элемента жидкости:

$$\rho_0 V \cdot \vec{a} = \vec{F}_A + \rho_0 V \cdot \vec{g}.$$

Подсказка 2: На шарик действует точно такая же сила Архимеда

$$\vec{F}_A = \rho_0 V \cdot (\vec{a} - \vec{g}) = \frac{\rho_0}{\rho} m(\vec{a} - \vec{g}).$$

Подсказка 3: Уравнение движения имеет вид $m\vec{a} = \frac{\rho_0}{\rho} m(\vec{a} - \vec{g}) + m\vec{g} + \vec{F}$, где \vec{F} – искомая сила.

Решение:

Если мы рассмотрим «шарик» жидкости, равный по объему нашему шарiku (обозначим объем шарика V), то для него ускорение \vec{a} создается равнодействующей сил давления окружающей жидкости (силы Архимеда) и веса элемента жидкости: $\rho_0 V \cdot \vec{a} = \vec{F}_A + \rho_0 V \cdot \vec{g}$.

Учитывая, что $\rho V = m$, находим $\vec{F}_A = \rho_0 V \cdot (\vec{a} - \vec{g}) = \frac{\rho_0}{\rho} m(\vec{a} - \vec{g})$. Шарик движется вместе с баком и жидкостью с ускорением, и поэтому его уравнение движения имеет вид $m\vec{a} = \frac{\rho_0}{\rho} m(\vec{a} - \vec{g}) + m\vec{g} + \vec{F}$, где \vec{F} – искомая сила. Таким образом, $\vec{F} = \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) m(\vec{a} - \vec{g})$. С

учетом перпендикулярности \vec{a} и \vec{g} получаем ответ: $F = \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) m\sqrt{g^2 + a^2} \approx 0,42\text{Н}$.

ОТВЕТ: 0,42.