

**7-9 классы, подготовка к теоретическому туру
олимпиады школьников «Робофест» по физике**

Набор задач для самостоятельного решения по вводному занятию 3.

Тема: «КОМБИНАЦИИ ДВИЖЕНИЙ».

Задача 1 (1 балл) [сложение скоростей]

Скорость квадрокоптера относительно воздуха равна 12 м/с и направлена на восток. Во время его полета дует северный ветер со скоростью 5 м/с. Найдите величину скорости квадрокоптера относительно земли. Ответ дайте в м/с.

Подсказка 1: Скорость квадрокоптера относительно Земли $\vec{v}'$ есть векторная сумма его скорости относительно воздуха и скорости ветра.

Подсказка 2: Поскольку эти скорости взаимно-перпендикулярны, то модуль их суммы равен длине гипотенузы в прямоугольном треугольнике скоростей $\vec{v}' = \vec{v} + \vec{u}$.

Решение:

Скорость квадрокоптера относительно Земли $\vec{v}'$ есть векторная сумма его скорости относительно воздуха и скорости ветра. Поскольку эти скорости взаимно-перпендикулярны, то модуль их суммы равен длине гипотенузы в прямоугольном треугольнике скоростей $\vec{v}' = \vec{v} + \vec{u}$. Следовательно, $v' = \sqrt{v^2 + u^2} = 13 \text{ м/с}$.

ОТВЕТ: 13.

Задача 2 (3 балла) [сложение скоростей]

Пловец переплывает реку шириной 15 м с быстрым течением. Поэтому он держал курс (относительно воды) под углом 30° к берегу навстречу течению. Скорость течения постоянна по всей ширине реки и равна $u = 2 \text{ м/с}$, величина скорости пловца относительно воды $v = 3 \text{ м/с}$. Найдите расстояние, на которое сместится пловец против течения от точки старта за время переправы. Ответ приведите в метрах, округлив до ближайшего целого значения.

Подсказка 1: Проекция скорости пловца на перпендикуляр к течению равна $v_y = v \cdot \sin(30^\circ) = v/2$.

Подсказка 2: Пловец переплывет реку за время $t = \frac{D}{v/2}$.

Подсказка 3: Проекция скорости пловца на направление против течения в системе отсчета, связанной с берегом, $v_x = v \cdot \cos(30^\circ) - u$.

Решение:

Направим ось x против течения, ось y – перпендикулярно берегу. Проекция скорости пловца на ось y равна $v_y = v \cdot \sin(30^\circ) = v/2 = 1,5 \text{ м/с}$. Значит, пловец переплывет реку за

время $t = \frac{D}{v/2} = 10 \text{ с}$. Проекция его скорости на ось x в системе отсчета, связанной с

берегом, $v_x = v \cdot \cos(30^\circ) - u = \frac{\sqrt{3}}{2} v - u \approx 0,6 \text{ м/с}$. За это время он сдвинется против течения на

расстояние $L = v_x t = \left(\sqrt{3} - 2 \frac{u}{v} \right) \cdot D \approx 6 \text{ м}$.

ОТВЕТ: 6.

Задача 3 (3 балла) [сложение скоростей, относительность движения]

Две моторные лодки отплыли одновременно от одного берега прямолинейного канала с быстрым течением (в момент «старта» они находились совсем рядом). Рулевой первой лодки держал курс строго перпендикулярно берегам, а рулевой второй лодки направлял ее нос под

углом 30° к берегу. Лодки двигались с постоянными относительно воды скоростями, и к противоположному берегу причалили одновременно. Ширина канала 70 м. На каком расстоянии друг от друга находились лодки в момент причаливания? Ответ запишите в метрах, округлив до целого значения.

Подсказка 1: Удобно перейти в систему отсчета, связанную с водой.

Подсказка 2: Поскольку лодки 1 и 2 причалили к противоположному берегу одновременно, то проекции их скоростей на направление, перпендикулярное берегу, были равны: $v_1 = v_2 \sin(30^\circ) = v_2 / 2$.

Подсказка 3: Из картины движения первой лодки ясно, что время переправы $t = \frac{D}{v_1}$.

Решение:

Перейдем в систему отсчета, связанной с водой. В этой системе отсчета лодки движутся с постоянными скоростями v_1 и v_2 , равными их скоростям относительно воды. Поскольку при этом они причалили к противоположному берегу одновременно, то проекции их скоростей на направление, перпендикулярное берегу, были равны: $v_1 = v_2 \sin(30^\circ) = v_2 / 2$. Значит, лодки удалялись друг от друга только вдоль течения с относительной скоростью $v_{21} = v_2 \cos(30^\circ) - 0 = v_1 \sqrt{3}$. Из картины движения первой лодки ясно, что время переправы $t = \frac{D}{v_1}$, и поэтому расстояние между лодками в конце переправы

$$l_{21} = v_{21}t = v_1 \sqrt{3} \frac{D}{v_1} = \sqrt{3}D \approx 121 \text{ м.}$$

ОТВЕТ: 121.

Задача 4 (4 балла) [сложение скоростей, курсовая скорость]

В отсутствие ветра вертолет тратит на облет по периметру квадратного лесного массива время $t_0 = 64$ мин. Какое время он потратит на это при ветре, дующем вдоль одной из диагоналей квадрата со скоростью, которая в $n = 4$ раза меньше скорости вертолета? Ответ приведите в минутах, округлив до ближайшего целого.

Подсказка 1: Вектор скорости ветра всегда составляет с курсом угол 45° . При облете квадрата на двух его сторонах ветер попутный, а на двух – встречный.

Подсказка 2: Чтобы держаться на линии курса при ветре, вертолет должен направлять свою скорость (заданную относительно воздуха) под углом β к ней, где $v \sin(\beta) = u \sin(45^\circ)$.

Подсказка 3: Величина курсовой скорости при встречном ветре $v' = \sqrt{v^2 - u^2} / 2 - u / \sqrt{2}$

Решение:

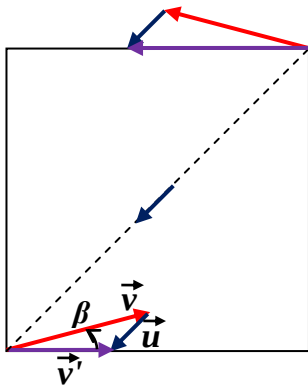
При облете квадрата на двух его сторонах ветер попутный, а на двух – встречный. Вектор скорости ветра всегда составляет с курсом угол 45° . Чтобы держаться на линии курса при ветре, вертолет должен направлять свою скорость (заданную относительно воздуха) под углом β к ней. Как видно, вертолет должен в единицу времени отдаляться от этой линии на такое же расстояние, на которое его сносит ветер к этой линии, то есть при встречном ветре $v \sin(\beta) = u \sin(45^\circ) \Rightarrow \sin(\beta) = \frac{u}{v\sqrt{2}}$, и величина курсовой скорости $v' = \sqrt{v^2 - u^2} / 2 - u / \sqrt{2}$.

Аналогично при попутном ветре $v' = \sqrt{v^2 - u^2} / 2 + u / \sqrt{2}$. Периметр квадрата $P = v \cdot t_0$, и

поэтому его сторона $L = \frac{1}{4} v \cdot t_0$. Время облета при ветре

$$t = \frac{v \cdot t_0 / 2}{\sqrt{v^2 - u^2} / 2 - u / \sqrt{2}} + \frac{v \cdot t_0 / 2}{\sqrt{v^2 - u^2} / 2 + u / \sqrt{2}} = \frac{v \sqrt{v^2 - u^2} / 2}{v^2 - u^2} t_0. \text{ С учетом того, что } \frac{v}{u} = n,$$

получаем: $t = \frac{n \sqrt{2n^2 - 1}}{(n^2 - 1) \sqrt{2}} t_0 \approx 67 \text{ мин.}$



ОТВЕТ: 67.

Задача 5 (3 балла) [сложение скоростей, относительность движения]

На противоположных берегах прямолинейного участка реки точно напротив друг друга находятся два человека. Они одновременно начинают движение: первый – бежит со скоростью $V_1 = 2 \text{ м/с}$ вдоль берега реки против течения, второй – плывет на катере, максимальная скорость которого относительно воды $V_2 = 25 \text{ м/с}$. Ширина реки $D = 120 \text{ м}$. За какое минимальное время второй может догнать первого? Скорость течения $u = 5 \text{ м/с}$. Ответ выразить в секундах, округлив до целых.

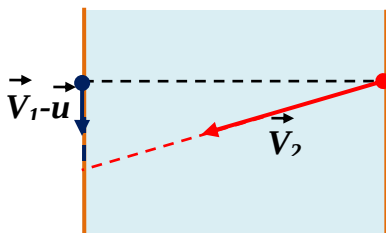
Подсказка 1: Удобно перейти в систему отсчета, связанную с водой.

Подсказка 2: В этой системе отсчета катер в любом направлении движется со скоростью не более V_2 , а первый человек движется по берегу относительно воды со скоростью $V_1 + u$.

Подсказка 3: Погоня займет минимальное время, если катер будет двигаться по прямой в точку встречи с максимальной скоростью.

Решение:

Перейдем в систему отсчета, связанной с водой. В этой системе отсчета катер в любом направлении движется со скоростью не более V_2 , а первый человек движется по берегу относительно воды со скоростью $V_1 + u$ (см. рисунок). Погоня займет минимальное время, если катер будет двигаться по прямой в точку встречи с максимальной скоростью V_2 . Значит, проекция скорости катера на направление, перпендикулярное берегу, равно $V' = \sqrt{V_2^2 - (V_1 + u)^2} = 24 \text{ м/с}$, и время такой погони $t = \frac{D}{V'} = 5 \text{ с}$.



ОТВЕТ: 5.

Задача 6 (4 балла) [сложение скоростей, относительность движения]

Велосипедист и автомобиль подъезжают по перпендикулярным дорогам к перекрестку. Когда велосипедист проезжал перекресток, автомобиль еще не доехал до перекрестка $L = 100$ м. На каком минимальном расстоянии окажутся велосипедист и автомобиль в процессе движения, если их скорости постоянны и равны $V_1 = 7$ м/с у велосипедиста и $V_2 = 24$ м/с у автомобиля. Ответ запишите в метрах.

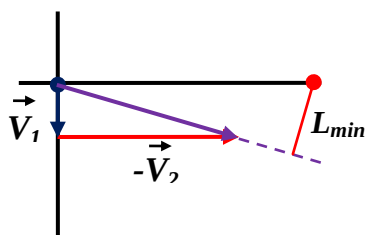
Подсказка 1: Удобно перейти в систему отсчета, связанную с автомобилем.

Подсказка 2: В этой системе отсчета автомобиль покоится, а велосипедист движется со скоростью $\vec{V}'_1 = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$ по прямой.

Подсказка 3: Минимальное расстояние между ними в процессе движения – длина перпендикуляра, опущенного на эту прямую из точки расположения автомобиля..

Решение:

Перейдем в систему отсчета, связанную с автомобилем. В этой системе отсчета автомобиль покоится, а велосипедист движется со скоростью $\vec{V}'_1 = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$ по прямой (см. рисунок). Значит, минимальное расстояние между ними в процессе движения – длина перпендикуляра, опущенного на эту прямую из точки расположения автомобиля. Из подобия треугольников (треугольник, образованный векторами скоростей и треугольник расстояний – оба прямоугольные и имеют одинаковый острый угол) $L_{\min} = \frac{V_1}{\sqrt{V_1^2 + V_2^2}} L = 28$ м.



ОТВЕТ: 28.

Задача 7 (3 балла) [свободное падение, бросок под углом к горизонту]

У тела, брошенного с плоского участка поверхности Земли под углом к горизонту, в течении первых 3 с полета величина скорости уменьшалась, достигнув значения 30 м/с, а затем росла. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите дальность полета тела. Ускорение свободного падения считайте равным $g \approx 10$ м/с². Ответ запишите в метрах, с точностью до целого значения.

Подсказка 1: Минимальная величина скорости тела, брошенного под углом к горизонту – это величина горизонтальной компоненты его скорости, которая неизменна.

Подсказка 2: Так как вертикальная составляющая скорости обратилась в ноль за 3 с, то в начале она была равна 30 м/с.

Подсказка 3: Бросок был произведен под углом 45° к горизонту.

Решение:

Минимальная величина скорости тела, брошенного под углом к горизонту – это величина горизонтальной компоненты его скорости, которая неизменна (в точке максимального подъема вертикальная составляющая обращается в ноль, и остается только горизонтальная). Поэтому горизонтальная составляющая начальной скорости равнялась 30 м/с. Так как вертикальная составляющая скорости обратилась в ноль за 3 с, то в начале она была равна 30 м/с. Таким образом, бросок был произведен под углом 45° к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 30\sqrt{2}$ м/с. По формуле дальности полета $L = \frac{v_0^2}{g} \sin(2\alpha) \approx 180$ м.

ОТВЕТ: 180.

Задача 8 (3 балла) [свободное падение, бросок под углом к горизонту]

Тело, брошенное под углом к горизонту с горизонтального участка поверхности Земли, упало на расстоянии 20 м от точки броска. Известно, что во время полета максимальная высота подъема тела равнялась 5 м. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите, под каким углом к горизонту был произведен бросок. Ответ запишите в градусах, при необходимости округлив до целого значения. Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .

Подсказка 1: По формуле дальности полета $L = \frac{v_0^2}{g} \sin(2\alpha)$.

Подсказка 2: Максимальная высота подъема $H = \frac{v_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g}$.

Подсказка 3: Поэтому $\frac{H}{L} = \frac{1}{4} \tan(\alpha)$.

Решение:

По формуле дальности полета $L = \frac{v_0^2}{g} \sin(2\alpha)$. Максимальная высота подъема

$H = \frac{v_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g}$. Поэтому $\frac{H}{L} = \frac{1}{4} \tan(\alpha)$. Следовательно, $\alpha = \arctg\left(\frac{4H}{L}\right) = 45^\circ$.

ОТВЕТ: 45.