ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «РОБОФЕСТ» по ФИЗИКЕ 2019-2020 года

МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ

ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП

Участники отборочного этапа участвовали в региональных робототехнических соревнованиях и выполняли задания отборочного этапа по физике. Задания робототехнических соревнований и задания по физике были тематически связаны. Все участники, выполняли **один из 12 вариантов** заданий. Задания были разделены по возрастным категориям.

Максимальная сумма баллов за робототехнические соревнования: 50 баллов.

Максимальная сумма баллов за задание по физике: 50 баллов.

Максимальная сумма баллов участника на отборочном этапе: 100 баллов.

Распределение баллов задания по вопросам варьировалась от задания к заданию, но во всех заданиях оценки за каждый из вопросов, в соответствии с уровнем сложности составляли **5 баллов**, **10 баллов**, **15 баллов** и **20 баллов** (сумма – **50 баллов**).

ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА ПО ФИЗИКЕ:
вопросы, ответы и пояснения

Задание 1 (7-8 классы)

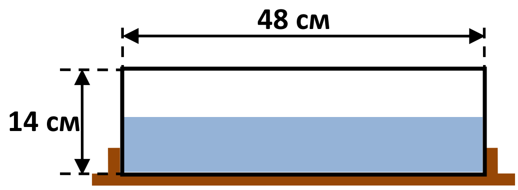
1. Давление – физическая величина, равная отношению перпендикулярной (нормальной) силы, действующей на элемент поверхности, к площади этого элемента поверхности: $p = \frac{F_n}{S}$. Единица измерения давления в системе СИ – паскаль: это давление, создаваемое силой в 1 Н на площадь 1 м^2, то есть $1\,\text{Па} = \frac{1\,\text{Н}}{1\,\text{м}^2}$.

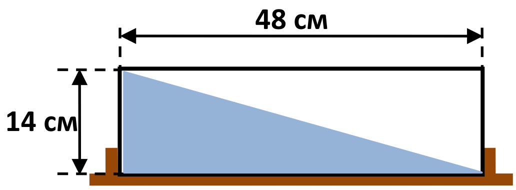
1.1. Вездеход на колесном ходу оставляет в тундре на ровном участке следы глубиной $h_1 = 6$см. При этом общая площадь соприкосновения его колес с дорогой $S_1 = 0{,}4\,\text{м}^2$. Какой станет глубина следов, если его переставить на гусеничный ход? Переделка незначительно изменит общую массу вездехода, но опорная площадь гусениц $S_2 = 2\,\text{м}^2$. Считайте, что глубина следов прямо пропорциональна давлению: $h = k \cdot p$, оказываемого на почву, причем для местности, о которой идет речь, $k \approx 1{,}5 \cdot 10^{-6}$ м/Па. Чему равна масса вездехода? Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10$ м/с^2.

1.2. Робот массой 1,6 кг с четырьмя колесами некоторое время постоял на горизонтальной поверхности. После того, как он отъехал с места стоянки, обнаружилось, что на поверхности сохранились отпечатки его колес общей площадью 10 см^2. Колеса робота оборудованы достаточно легкими надувными шинами (собственная упругость оболочки намного меньше упругости закаченного в шины воздуха). Найдите избыточное давление в шинах робота (то есть разницу давления воздуха в шинах и внешнего атмосферного давления). Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10$ м/с^2.

1.3. На весах стоит канистра с машинным маслом. По показаниям весов масса канистры равна 6 кг 800 г. Через открытую крышку в канистру опускают на легкой тонкой нити груз массой 450 г, изготовленный из материала, плотность которого в 3 раза больше плотности масла. Груз целиком погружается в масло, но не касается дна канистры. Что произошло с показаниями весов (уменьшились, увеличились, остались неизменными)? Если они изменились, то на сколько? Ответ объясните. Какими станут показания весов, если груз поставить на дно так, что нить слегка провиснет?

1.4. Аквариум размером 48 см × 14 см × 14 см наполовину заполнен водой. Его закрепили в кузове грузовика (длинной стороной по ходу движения, на горизонтальной поверхности).





Грузовик плавно разгонялся, увеличивая свое ускорение. Колебания поверхности жидкости были малы, и в момент, когда грузовик достиг максимального ускорения, уровень воды с одной стороны достиг крышки аквариума (см. рисунок). В какую сторону (по отношению к рисунку) было направлено ускорение грузовика? Найдите максимальную величину этого ускорения. Во сколько раз увеличилось максимальное давление в жидкости в момент достижения максимального ускорения по сравнению с максимальным давлением жидкости в покоящемся аквариуме? Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10$ м/с^2.

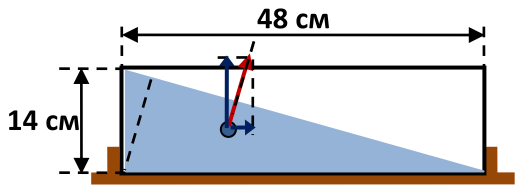
Ответы:

1.1. **1,2 см, 1600 кг**. Глубина следа пропорциональна давлению, которое обратно пропорционально площади опоры. Поэтому при увеличении площади опоры в $\frac{2\text{ м}^2}{0{,}4\text{ м}^2} = 5$ раз глубина следа уменьшится во столько же раз и будет равна 1,2 см.

1.2. **Примерно 16 кПа.** Сила реакции поверхности уравновешивает равнодействующую веса робота и атмосферного давления, и она равна силе давления воздуха в шинах на поверхность. Поэтому вес робота равен силе избыточного давления воздуха в шинах (упругостью оболочки шин пренебрегаем). Следовательно, $mg = \Delta p \cdot S$ (здесь Δp – искомое избыточное давление), поэтому $\Delta p = \frac{mg}{S} \approx 16$ кПа.

1.3. **Показания весов после опускания груза в масло увеличатся на 150 г. После того, как груз поставят на дно канистры, весы будут показывать 7 кг 250 г.** В первом случае давление на чашку весов определяется весом пустой канистры и давлением масла на ее дно (до опускания груза сила этого давления, конечно же, равна весу масла). После опускания груза в масло на груз со стороны масла действует сила Архимеда, равная $F_A = \rho_M V_{ГР} g = \frac{\rho_M}{\rho_{ГР}} mg = \frac{1}{3} mg$ (m – масса груза). Точно такая же сила действует со стороны груза на воду, которая передает это действие на дно канистры. Следовательно, показания весов увеличатся на $\Delta m = \frac{m}{3} = 150$г. При опускании груза на дно и провисании нити (сила натяжения нити обратилась в ноль) полный вес груза давит непосредственно на дно канистры, и теперь показания весов увеличиваются на полную массу груза ($\Delta m' = m = 450$г), и новые показания весов равны 7 кг 250 г.

1.4. **Ускорение направлено вправо, максимальное ускорение равно примерно 2,9 м/с^2, максимальное давление в воде при разгоне возрастает в 2 раза.** Пусть a – искомое ускорение. Для выделенного небольшого объема жидкости это ускорение создается горизонтальной составляющей равнодействующей сил давления. Поверхность жидкости – это поверхность постоянного давления, так что эта сила (сила



Архимеда) направлена вверх перпендикулярно поверхности жидкости. Поэтому ясно, что ускорение грузовика в процессе разгона направлено вправо по отношению к рисунку. Вертикальная составляющая силы Архимеда уравновешивает вес жидкости в этом объеме, то есть $F_{гор} = \Delta m \cdot a$ и $F_{верт} = \Delta m \cdot g$. Поэтому, с учетом подобия треугольника, образованного силой Архимеда и ее проекциями и треугольника сечения жидкости, находим, что

$\frac{a}{g}=\frac{14}{48}=\frac{7}{24}$. Следовательно, $a=\frac{7}{24}g\approx 2{,}9\,\text{м/с}^2$. Давление в воде максимально в точке, наиболее удаленной от поверхности жидкости (в направлении роста давлении, то есть перпендикуляра к поверхности). Как видно, расстояние от поверхности до этой «наиболее удаленной» точки в углу аквариума равно $\frac{48}{\sqrt{14^2+48^2}}14\,\text{см}=\frac{336}{25}$см. При этом результирующая сила $F=\Delta m\cdot\sqrt{a^2+g^2}=\frac{25}{24}\Delta mg$, то есть давление в этой точке равно $\rho_B\frac{25}{24}g\cdot\frac{336}{25}\text{см}=\rho_B g\cdot 14\,\text{см}$, то есть давлению в покоящейся воде на глубине 14 см, а это в 2 раза больше, чем было в аквариуме до начала разгона.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЯ 1:

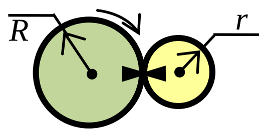
№	критерий	максимальный балл
1.1	Правильное вычисление глубины следа – 2 балла, правильное вычисление массы вездехода времени – 3 балла.	**5**
1.2	Правильное объяснение связи веса с избыточным давлением – 3 балла, правильная формула для Δp – 4 балла, правильный численный ответ – 3 балла.	**10**
1.3	Правильное объяснение связи силы Архимеда, действующей на груз и увеличения показаний весов – 5 баллов, правильный ответ для увеличения показаний – 6 баллов, правильный ответ для показаний весов с грузом на дне канистры – 4 балла.	**15**
1.4	Правильное указание направления ускорения – 1 балл, правильное объяснение выбора направления – 3 балла; правильно указано направление силы Архимеда (равнодействующей сил давления), действующей на выделенный объем жидкости – 4 балла, правильно найдена величина ускорения – 4 балла; правильно найдено расстояние от поверхности до точки, где давление максимально – 4 балла, правильно найдено отношение максимальных давлений – 4 балла.	**20**

Максимальный балл за задание: **50**.

Задание 2 (8-9 классы)

2. Рассмотрим некоторые типы механических передач, используемых в различных механизмах. При этом для измерения угла поворота удобно использовать *радианную меру*: в этом случае угол измеряется отношением длины соответствующей дуги окружности l_φ к радиусу окружности R: $\varphi[рад]\equiv\frac{l_\varphi}{R}$.

2.1. Пусть передача вращения от одной вала к другому осуществляется с помощью пары шестеренок с радиусами $R=3\,\text{см}$ и $r=2\,\text{см}$ (зубцы шестеренок по размеру намного меньше этих радиусов). Ведущая шестеренка (большего радиуса) вращается с частотой 80 оборотов в минуту. Найдите частоту вращения второй шестеренки. С какой по величине скоростью движутся зубцы большей и меньшей шестеренок?



2.2. На шестеренках из предыдущего вопроса сделаны две метки. В некоторый момент времени эти метки оказались совмещены (см. рисунок). Найдите угол между векторами скоростей меток (относительно неподвижного корпуса механизма) спустя 1 с после этого момента времени. Какой минимальный интервал времени проходит между двумя совмещениями меток в процессе вращения шестеренок?

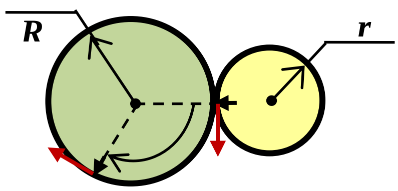
2.3. Найдите скорость метки на большей шестеренке относительно метки на меньшей шестеренке в момент времени, когда после совмещения меток большая шестеренка повернулась на половину полного оборота. При ответе на этот вопрос учтите, что метка на меньшей шестеренке совершает вращательное движение. Поэтому любая точка, *неподвижная* относительно метки, тоже совершает относительно неподвижного корпуса механизма *такое же* вращательное движение: если эта точка находится на расстоянии l от оси вращения меньшей шестеренки, то она движется со скоростью $v=\omega l$, перпендикулярной линии, соединяющей ее с осью вращения.

2.4. *Фрикционная передача* может быть реализована с помощью двух валиков, прижатых друг к другу (передача движения осуществляется за счет трения). Пусть в некотором механизме два цилиндрических валика одинаковой высоты с радиусами $r=3$см (ведущий валик) и $R=6$см прижаты друг к другу равномерно по линии соприкосновения с силой $N=150$Н. Коэффициент трения между валиками $\mu=0{,}8$. Период вращения (время, за которое совершается один оборот) ведущего валика $\tau=0{,}8$с, а период вращения второго валика $T=1{,}8$с. Найдите КПД (коэффициент полезного действия) передачи – отношение мощности, идущей на вращение ведомого валика к мощности, затрачиваемой на поддержание вращения ведущего валика. Считайте, что единственной причиной энергетических потерь в передаче являются тепловые потери при трении между валиками. Чему равна мощность этих тепловых потерь?

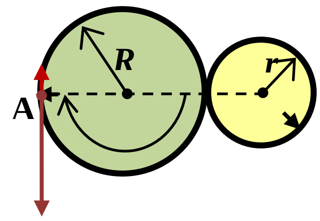
Ответы:

2.1. **120 оборотов в минуту (2 об/с), линейные скорости зубцов шестеренок равны друг другу по величине:** $V=v\approx 0{,}25$**м/с**. Так как зубцы шестеренок движутся в постоянном соприкосновении, то величины их скоростей равны: $V=v$. С учетом связи величин линейной и угловой скорости из этого соотношения следует, что $\Omega R=\omega r\Rightarrow\omega=\frac{R}{r}\Omega$, то есть угловая скорость малой шестеренки в 1,5 раза больше, чем у большой. Во столько же раз будет больше и частота вращения, то есть для малой шестеренки она будет равна 120 об/мин. Значит, период вращения малой шестеренки равен $\tau=0{,}5$с. Тогда скорость ее зубцов $v=\frac{2\pi r}{\tau}\approx 0{,}25$м/с.

2.2. **120°, 1,5 с.** Как видно из величин частот, за 1 с малая шестеренка совершит два полных оборота, а большая – 4/3 оборота. Следовательно, метка на малой шестеренке вернется в исходной положение, и ее скорость будет направлена перпендикулярно ее радиусу. Метка на большой шестеренке после прохождения полного оборота повернется еще на 1/3 оборота, то есть на угол 120° (см. рисунок). Ее скорость тоже будет перпендикулярна радиусу, и поэтому угол между векторами скоростей будет равен углу между радиусами меток, то есть 120°. Период вращения малой шестеренки равен $\tau=0{,}5$с, а большой – $T=0{,}75$ с. Период их относительного движения (а это и есть минимальное время между совмещениями меток) есть наименьшее общее кратное τ и T, и поэтому он равен 1,5 с.



2.3. **Примерно 1,26 м/с.** Пусть точка А в рассматриваемый момент времени совпадает по положению с меткой на большей шестеренке, но при этом <u>неподвижна</u> относительно метки на меньшей шестеренке. Значит, она вращается вместе с меткой на малой шестеренке вокруг оси этой шестеренки с угловой скоростью ω. Значит, скорость точки А относительно неподвижного корпуса механизма равна по величине $V_A=4v$ (расстояние до оси вращения у нее в 4 раза больше, чем у метки на малой шестеренке) и направлена перпендикулярно отрезку, соединяющему ее с осью малой шестеренки (на рисунке – «вниз»). Скорость же метки на большой шестеренке $V=v$, и она направлена «вверх» по отношению к рисунку. Ясно, что скорость метки на большой шестеренке относительно метки на малой равна скорости метки на большой шестеренке относительно точки А, а она, очевидно, равна



$V_{отн} = 5v \approx 1{,}26$ м/с. Отметим, что скорость точки вращающейся системы отсчета, совпадающей по положению в данный момент времени с изучаемой материальной точкой, часто называют *переносной скоростью* (в нашем случае это V_A).

2.4. **Примерно 89%, примерно 3,14 Вт.** Если бы валики не проскальзывали друг по другу (величины скоростей точек их поверхностей в этом случае были бы одинаковы), то отношение периодов равнялось бы отношению радиусов, то есть тогда бы имело место соотношение $T = 2\tau$. У нас $T > 2\tau$, что свидетельствует о наличии проскальзывания – ведомый валик «отстает» от ведущего. Величина скорости поверхности ведущего валика $v = \frac{2\pi r}{\tau} \approx 0{,}236$ м/с, а ведомого – и $V = \frac{2\pi R}{T} = \frac{8}{9}v \approx 0{,}209$ м/с. Значит, скорость проскальзывания (относительная скорость поверхностей валиков) $V_{отн} = v - V = \frac{1}{9}v \approx 0{,}026$ м/с. Величина силы трения, действующей между валиками, $F_{тр} = \mu N = 120$ Н. Мощность, затрачиваемая на вращение ведущего валика $P = F_{тр} \cdot v$, а мощность, идущая на поддержание вращения ведомого валика $P_{пол} = F_{тр} \cdot V$. Поэтому КПД передачи $\eta = \frac{P_{пол}}{P} = \frac{V}{v} = \frac{8}{9} \approx 89\%$.

Потери на тепловыделения из-за проскальзывания $P_Q = F_{тр} \cdot V_{отн} = \frac{\mu N v}{9} \approx 3{,}14$ Вт.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЯ 2:

№	критерий	максимальный балл
2.1	Правильное найдена частота вращения – 2 балла, указано, что величины скоростей зубцов обеих шестеренок равны – 1 балл, правильное вычисление величины скоростей – 2 балла.	**5**
2.2	Правильно определено положение меток после 1 с движения – 3 балла, правильно определен угол между скоростями – 4 балла, правильно вычислен период относительного движения – 3 балла.	**10**
2.3	Используется идея использования точки А, неподвижной относительно метки на малой шестеренке и совпадающей по положению с меткой на большой шестеренке – 3 балла, правильно определено положение метки на большой шестеренке – 2 балла, правильно определена скорость точки А относительно корпуса механизма (переносная скорость) – 5 баллов, получен правильный ответ – 5 баллов.	**15**
2.4	По соотношению периодов выявлено наличие проскальзывания – 2 балла, определены (записаны формулы или найдены числовые значения) скорости поверхностей валиков – по 2 балла за каждую, правильно определена величина силы трения (формула или численное значение) – 2 балла, выписаны формулы для затрачиваемой и полезной мощностей через скорости поверхностей и силу трения – по 2 балла за каждую, правильно найден КПД передачи – 4 балла, правильно вычислена мощность тепловых потерь – 4 балла.	**20**

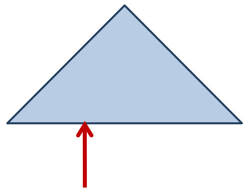
Максимальный балл за задание: **50**.

Задание 3 (9-10 классы)

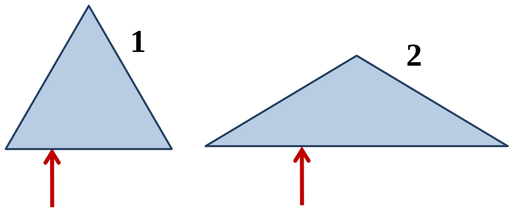
3. *Явление* полного внутреннего отражения возникает при падении света из среды с большим показателем преломления. В этом случае при некоторых углах падения преломленный луч в среде с меньшим показателем преломления отсутствует. Если поглощения света на границе пренебрежимо мало, то практически вся падающая световая энергия возвращается обратно в первую среду. Это явление может быть использовано для

создания «отражателей» или «устройств поворота луча», используемых в оптических устройствах.

3.1. Узкий пучок параллельных световых лучей падает на стеклянную призму, сечением которой является равнобедренный прямоугольный треугольник. Свет падает из воздуха нормально (перпендикулярно грани призмы), как показано на рисунке. При какой величине показателя стекла, из которого изготовлена призма, лучи, прошедшие внутрь призмы, выйдут из нее только через ту же грань, через которую вошли?



3.2. Две призмы изготовлены из специального стекла с показателем преломления $n = 2{,}1$. Постройте ход лазерного луча (который можно считать узким пучком параллельных световых лучей), падающего из воздуха нормально на поверхности этих призм, как показано на рисунке. Сечением призмы 1 является равносторонний треугольник, сечение призмы 2 – равнобедренный треугольник с углом при основании 30°. На каком расстоянии от точки входа выйдет луч из призмы 2, если длина основания равнобедренного треугольника равна $D = 8$ см?



3.3. Плоскопараллельная пластинка составлена из двух слоев одинаковой толщины $d = 2$ см: первый – с показателем преломления $n_1 = 2$, второй – с показателем преломления $n_2 = 1{,}5$. На поверхность первого слоя из воздуха падает расходящийся конический пучок световых лучей с углом при вершине конуса 60°. Ось пучка перпендикулярна поверхности пластины. Радиус освещённого пятна на передней (то есть той, в которую пучок входит) грани пластинки равен $r = 2$ см. Найдите радиус светлого пятна на задней грани пластины. Каков будет угол расходимости пучка после прохождения пластины (из пластины лучи снова попадают в воздух).

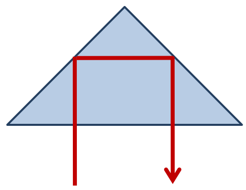
3.4. Явление дисперсии света (разделения лучей разного цвета в среде) связано с зависимостью показателя преломления от *длины волны* (так называют расстояние между «гребнями» волны): на самом деле разные цвета отличаются друг от друга именно длиной волны. В таблице приведена связь между длиной волны в нанометрах (1 нм = 10^{-9}м) и видимым цветом:

красный	оранжевый	желтый	зеленый	голубой	синий	фиолетовый
625–740 нм	590-625 нм	565-590 нм	500-565 нм	485-500 нм	435-485 нм	380-435 нм

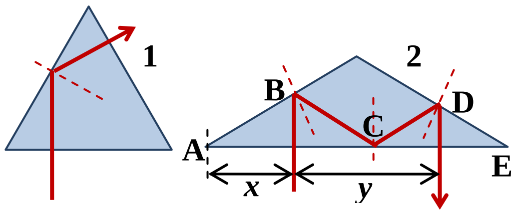
Допустим, на призму 2 из вопроса 3.2. падает узкий пучок лучей от ртутной лампы. Ее излучение содержит лучи (из видимой части *спектра*) с длинами волн 405 нм, 436 нм, 546 нм и 578 нм. При этом зависимость показателя преломления вещества призмы от длины волны имеет вид: $n(\lambda) = 1{,}20 + \dfrac{\lambda}{650\,\text{нм}}$. Какого цвета будут лучи, выходящие через разные грани призмы? Считать, что для данного материала при углах падения, более чем на 2° меньших, чем угол полного внутреннего отражения, более 90% энергии излучения приходится на преломленные лучи, а затем доля прошедшего света резко падает.

Ответы:

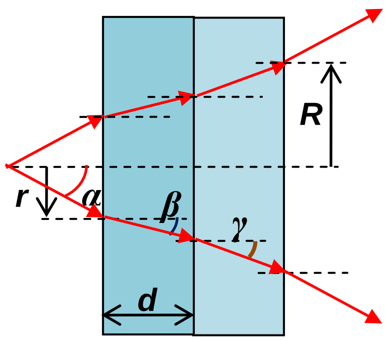
3.1. **При $n \ge \sqrt{2} \approx 1{,}414$.** Для того, чтобы лучи, прошедшие внутрь призмы, вышли из нее только через ту же грань, через которую вошли, луч должен при обоих падениях на грани призмы изнутри под углом 45° испытать полное внутреннее отражение (см. рисунок). Значит, угол полного внутреннего отражения должен быть меньше или равен 45°. Тогда $\sin(\alpha_{ПВО}) \ge \sin(45°) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. С другой стороны, из условия полного внутреннего отражения $n \cdot \sin(\alpha_{ПВО}) = 1$ находим, что $\sin(\alpha_{ПВО}) = \dfrac{1}{n}$. Следовательно, должно выполняться условие $n \ge \sqrt{2}$.



3.2. **Построение см. на рисунке, 4 см.** Для заданной величины показателя преломления угол полного внутреннего отражения $\alpha_{ПВО} = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) \approx 28{,}44°$. Поэтому при падении на грани призм изнутри при больших углах происходит полное внутреннее отражение. С учетом этого построение хода лучей дает результат, показанный на рисунке: в первой призме при первом падении на ее грань изнутри происходит полное внутреннее отражение (угол падения 60°), а затем луч падает на грань нормально, и выходит из призмы; во второй призме происходят три полных внутренних отражения (углы падения в точках B и D равны 30°, а в точке C - 60°), а затем луч опять падает нормально. Смещение луча во втором случае можно найти следующим образом: пусть расстояние от точки A до точки входа луча равно *x*. Тогда, с учетом того, треугольник ABC равнобедренный (у него одинаковые углы при основании) найдем, что расстояние от точки входа до C тоже равно *x*. Поэтому $|\mathrm{CE}| = D - 2x$, и, поскольку треугольник CDE тоже равнобедренный, то точка выхода находится на расстоянии $\frac{|\mathrm{CE}|}{2} = \frac{D}{2} - x$ от точки C. Итак, $y = x + \frac{D}{2} - x = \frac{D}{2} = 4$ см. Отметим, что это расстояние не зависит от *x*!



3.3. **Радиус пятна примерно 3,2 см, угол расходимости пучка остается прежним и равен 60°.** Из закона преломления света следует, что произведение синуса угла отклонения луча от нормали на показатель преломления в среде остается неизменным: $n \cdot \sin(\alpha) = const$. Из этого факта сразу следует, что после выхода из пластины обратно в воздух угол отклонения крайних лучей от оси пучка становится прежним, и поэтому и угол расходимости пучка становится прежним, то есть равным 60°. Обозначим угол отклонения крайних лучей от оси пучка в воздухе $\alpha = 30°$, в первом слое пластины β, а во втором слое – γ. Из закона преломления $\sin(\beta) = \frac{1}{n_1}\sin(\alpha) = \frac{1}{4}$ и $\sin(\gamma) = \frac{1}{n_2}\sin(\alpha) = \frac{1}{3}$. Из построения хода лучей (см. рисунок) видно, что $R = r + d \cdot [\mathrm{tg}(\beta) + \mathrm{tg}(\gamma)]$. Выражая тангенсы углов с помощью соотношения $\mathrm{tg}(\varphi) = \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)} = \frac{\sin(\varphi)}{\sqrt{1-\sin^2(\varphi)}}$, найдем: $\mathrm{tg}(\beta) = \frac{1}{\sqrt{15}}$ и $\mathrm{tg}(\gamma) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.



Значит, $R = r + d \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{15}} + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \approx 3{,}2$ см.

3.4. **Лучи, выходящие через боковую грань призмы, на которую падает пучок изнутри призмы первый раз, будут относиться к сине-фиолетовой части спектра, а лучи, выходящие через ее основании – к желто-зеленой.** В первую очередь нужно определить показатель преломления для каждой длины волны и соответствующий ему угол полного внутреннего отражения $\alpha_{ПВО} = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$. Занесем результаты расчетов в таблицу:

λ, нм	**цвет**	***n***	$\alpha_{ПВО}$
405	фиолетовый	1,82	33,3°
436	синий	1,87	32,3°
546	зеленый	2,04	29,4°
578	желтый	2,09	28,6°

Как было найдено в задании 3.2., при прохождении призмы 2 углы падения лучей на грани призмы изнутри равны 30° и 60°. Поэтому у фиолетовых и синих лучей угол падения более чем на 2° меньше угла полного внутреннего отражения, и большая часть их энергии покинет призму уже на первом падении изнутри. Для зеленых и желтых лучей углы падения всегда больше $\alpha_{ПВО}$, и они выходят через основание призмы.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЯ 3:

№	критерий	максимальный балл
1.1	Выполнено правильное построение хода луча – 2 балла, правильно записано неравенство для показателя преломления – 3 балла.	**5**
1.2	Правильное построение хода луча для каждой из призм – по 3 балла, правильный ответ для смещения луча – 4 балла.	**10**
1.3	Правильное построение хода лучей – 3 балла, правильно найдены углы β и γ – по 2 балла, получена правильная формула для радиуса пятна – 3 балла, правильно найдено численное значение R – 2 балла, правильный ответ для угла расходимости пучка – 3 балла.	**15**
1.4	Вычислены коэффициенты преломления для всех длин волн – по 1 баллу, проведено сравнение углов падения с углами ПВО для всех длин волн – по 2 балла, правильно указан цвет для лучей, выходящей из боковой грани – 4 балла, правильно указан цвет для лучей, выходящей из основания – 4 балла.	**20**

Максимальный балл за задание: **50**.

Задание 4 (10-11 классы)

4. Некоторые специализированные роботы (например, робот-пожарник) могут использовать насосы для закачивания воды в резервуар или для создания водяной струи. Воду можно считать практически несжимаемой жидкостью с плотностью $\rho = 1$ г/см^3. *Расходом воды*, проходящей через трубу, называют объем воды, проходящий через сечение трубы в единицу времени (эту величину можно измерять в литрах в секунду). Если пренебречь потерями на трение, то при описании течений воды можно использовать закон сохранения энергии: сумма кинетической энергии, потенциальной энергии в поле тяжести $\vec{g}$ и энергии упругого сжатия воды для небольшого объема воды, движущейся по «трубке тока» (так называют часть потока жидкости с малым поперечным сечением, выделенную таким образом, что жидкость не пересекает ее «стенок»), можно считать постоянной величиной. Из этого утверждения следует уравнение Бернулли: вдоль трубки тока $\frac{\rho v^2}{2} + p + \rho g h = const$ (здесь v – скорость движения жидкости, p – давление в жидкости, h – высота элемента жидкости над «начальным» уровнем). Ускорение свободного падения при выполнении данного задания считать равным $g \approx 10$ м/с^2.

4.1. Расход воды, текущей по трубке с площадью поперечного сечения $S = 2$ см^2, составляет $q = 1$ л/с. С какой скоростью движется вода по этой трубке?

4.2. Струя воды вытекает вертикально вниз из крана диаметром $d_0 = 18$ мм. После прохождения расстояния $h = 9$ см диаметр струи стал равен $d = 7$ мм. Определите по этим данным скорость воды на выходе из крана и расход воды в кране.

4.3. Робот-пожарный закачивает в свой бак воду из очень большого резервуара с глубины $H = 1{,}3$ м по трубе сечением $S = 5$ см^2. Бак объемом $V = 30$ л он заполняет равномерно за время $t = 1$ мин. Какую мощность потребляет двигатель, если его КПД равно 70%?

4.4. Робот-пожарный направляет струю из «водяной пушки» на цель, находящуюся на высоте 40 см над жерлом пушки. Для попадания он направляет жерло под углом 45° к горизонтали, и при этом струя перед целью движется практически горизонтально. Сечение жерла водяной пушки $S = 5$ см^2. Пренебрегая сопротивлением воздуха и вязким трением в струе, найдите скорость воды в струе на выходе из жерла пушки и расход воды водяной пушки робота.

Ответы:

4.1. **5 м/с.** За время Δt через сечение трубы проходит объем воды $\Delta V = S \cdot v\Delta t$. Поэтому расход воды $q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = S \cdot v$. Таким образом, $v = \frac{q}{S} = 5$м/с.

4.2. **0,2 м/с, 0,052 л/с.** Так как расход жидкости в потоке не изменяется, то должно выполняться условие неразрывности потока: $S \cdot v = const$. Поскольку площадь сечения пропорциональна квадрату диаметра, то $d_0^2 \cdot v_0 = d^2 \cdot v$. Если пренебрегать силами сопротивления и трения, то можно считать, что механическая энергия при движении массы воды сохраняется: $\frac{\Delta m v^2}{2} = \frac{\Delta m v_0^2}{2} + \Delta mgh \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2gh$. Этот же результат можно получить из уравнения Бернулли. Из этих двух соотношений находим, что $v_0 = d^2\sqrt{\frac{2gh}{d_0^4 - d^4}} \approx 0{,}2$м/с. Таким образом, расход жидкости в кране $q = S_0 \cdot v_0 = \frac{\pi d_0^4}{4} v_0 \approx 0{,}052$ л/с (или примерно 3,13 л/мин).

4.3. **Примерно 10 Вт.** Двигатель насоса должен разогнать воду до требуемой скорости $v = \frac{q}{S}$ и поднять на необходимую высоту H, поэтому его полезная работа над водой за время Δt равна $\Delta A = \rho \cdot q\Delta t\left(\frac{v^2}{2} + gH\right)$. Следовательно, его полезная мощность $P_n = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \rho q\left(\frac{q^2}{2S^2} + gH\right)$. Расход воды из данных условия можно найти как $q = \frac{V}{t} = 0{,}5$л/с. Значит, $P_n = \rho\frac{V}{t}\left(\frac{V^2}{2S^2t^2} + gH\right) = 7$Вт. Потребляемая мощность $P = \frac{1}{\eta}P_n = 10$Вт.

4.4. **4 м/с и 2 л/с.** Из условия ясно, что высота положения цели (обозначим ее h) соответствует максимальной высоте подъема струи, то есть $h = \frac{v_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g} = \frac{v_0^2}{4g}$. Значит, скорость вылета струи из водяной пушки $v_0 = 2\sqrt{gh} = 4$м/с. Расход воды $q = S \cdot v = 2$л/с.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЯ 4:

№	критерий	максимальный балл
4.1	Получена правильная формула для расхода воды через скорость и сечение – 3 балла, получен правильный числовой ответ – 2 балла.	**5**
4.2	Из условия постоянства потока записано соотношение между скоростями и диаметрами – 3 балла, использован закон сохранения энергии (или уравнение Бернулли)обоснование – 3 балла, правильно найдена связь между скоростями ($v^2 = v_0^2 + 2gh$) – 2 балла, правильно найдена скорость вытекающей из крана воды – 5 баллов, правильно найден расход воды – 2 балла..	**15**
4.3	Правильно указано, что работа двигателя идет на увеличение потенциальной и кинетической энергии воды (или использовано уравнение Бернулли) – 3 балла, правильно определена скорость воды – 3 балла, правильно найден расход воды – 4 балла, правильно найдена полезная мощность двигателя насоса – 6 баллов, правильный найдена потребляемая мощность – 4 балла.	**20**

4.4	Указано, что высота цели соответствует максимальной высоте подъема струи – 3 балла, найдено правильное значение скорости струи – 4 балла, правильно найден расход воды – 3 балла.	**10**

Максимальный балл за задание: **50**.

Задание 5 (7-8 классы)

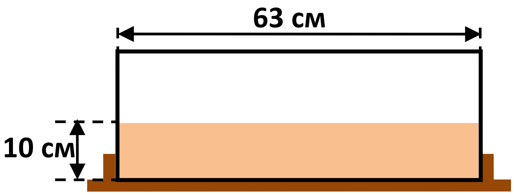
5. Давление – физическая величина, равная отношению перпендикулярной (нормальной) силы, действующей на элемент поверхности, к площади этого элемента поверхности: $p = \frac{F_n}{S}$. Единица измерения давления в системе СИ – паскаль: это давление, создаваемое силой в 1 Н на площадь 1 м^2, то есть $1\,\text{Па} = \frac{1\,\text{Н}}{1\,\text{м}^2}$.

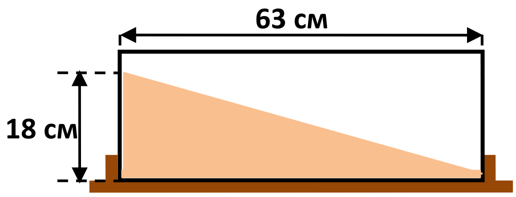
5.1. Турист пересек заболоченную низину с ровной влажной почвой, используя пару «мокроступов» - опорных платформ, надеваемых на обувь для увеличения площади опоры. При этом он оставлял следы глубиной $h_1 = 1{,}3\,\text{см}$. Опорная площадь каждого из мокроступов равна $S_1 = 432\,\text{см}^2$. В конце пути он снял мокроступы. Опорная площадь каждого из его ботинок $S_2 = 108\,\text{см}^2$. На какую глубину погрузятся его ботинки в почву? Считайте, что глубина следов прямо пропорциональна давлению: $h = k \cdot p$, оказываемого на почву, причем для местности, о которой идет речь, $k \approx 1{,}8 \cdot 10^{-6}$ м/Па. Чему равна масса туриста? Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10\,\text{м/с}^2$.

5.2. Груз положили на легкую надувную платформу, расположенную на горизонтальной поверхности. Нижняя поверхность платформы оказалась влажной, и после убирания груза и платформы на поверхности остался отпечаток поверхности платформы площадью 420 см^2. Избыточное давление (то есть разница давления воздуха внутри платформы и внешнего атмосферного давления) равно 15 кПа. Считая, что собственная упругость оболочки платформы намного меньше упругости закаченного в нее воздуха, найдите массу груза. Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10\,\text{м/с}^2$.

5.3. На весах стоит канистра с горячей водой. По показаниям весов масса канистры равна 4 кг 133 г. Через открытую крышку в канистру опускают на легкой тонкой нити груз массой 767 г, изготовленный из галлия, плотность которого в твердом состоянии примерно равна 5,9 г/см^3. Груз целиком погружается в воду, но не касается дна канистры. Что произошло с показаниями весов сразу после опускания груза (уменьшились, увеличились, остались неизменными)? Если они изменились, то на сколько? Ответ объясните. Какими станут показания весов через некоторое время, когда галлий полностью расплавится? Плотность воды 1,0 г/см^3.

5.4. Резервуар с машинным маслом, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда длиной 63 см заполнен до уровня 10 см. Его закрепили в кузове грузовика (длинной стороной по ходу движения, на горизонтальной поверхности). Грузовик двигался с





постоянной скоростью, затем стал плавно тормозить. В процессе торможения его ускорение сначала медленно увеличивалось, затем уменьшалось. Колебания поверхности жидкости были малы, и в момент, когда грузовик достиг максимального ускорения, уровень масла с одной стороны достиг высоты 18 см (см. рисунок). В какую сторону (по отношению к рисунку) было направлено ускорение грузовика? Найдите максимальную величину этого ускорения. Во сколько раз увеличилось максимальное давление в масле в момент достижения максимального ускорения по сравнению с максимальным давлением в покоящемся резервуаре? Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10$ м/с^2.

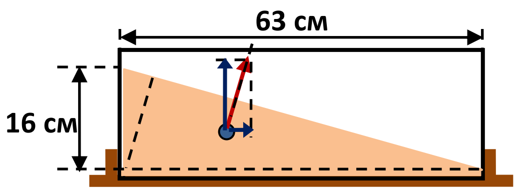
Ответы:

5.1. **5,2 см, примерно 62,4 кг**. Глубина следа пропорционально давлению, которое обратно пропорционально площади опоры. Поэтому при уменьшении площади опоры в $\frac{432\,\text{см}^2}{108\,\text{см}^2} = 4$ раза глубина следа увеличится во столько же раз и будет равна 5,2 см. Из равенства $h = k \cdot p = k\frac{mg}{S_{оп}}$ находим массу туриста: $m = \frac{2S_1h_1}{kg} \approx 62{,}4\,\text{кг}$.

5.2. **Примерно 63 кг.** Сила реакции поверхности уравновешивает равнодействующую веса груза и атмосферного давления, и она равна силе давления воздуха в надувной платформе на поверхность. Поэтому вес груза равен силе избыточного давления воздуха (упругостью оболочки пренебрегаем). Следовательно, $mg = \Delta p \cdot S$ (здесь Δp – избыточное давление), поэтому $m = \frac{\Delta p \cdot S}{g} \approx 63\,\text{кг}$.

5.3. **Показания весов сразу после опускания груза увеличатся на 130 г. После того, как галлий расплавится, весы будут показывать 4 кг 900 г.** Изначально давление на чашку весов определяется весом пустой канистры и давлением воды на ее дно (до опускания груза сила этого давления, конечно же, равна весу воды). Сразу после опускания груза в воду, пока галлий только прогревался до температуры плавления (она около 30°С), на груз со стороны воды действует сила Архимеда, равная $F_A = \rho_B V_{ГР} g = \frac{\rho_B}{\rho_Г} mg$ (m – масса груза). Точно такая же сила действует со стороны груза на воду, которая передает это действие на дно канистры. Следовательно, показания весов увеличатся на $\Delta m = \frac{\rho_B}{\rho_Г} m = 130\,\text{г}$. После того, как галлий расплавится, он опустится на дно канистры, и тогда его полный вес давит непосредственно на дно канистры, и теперь показания весов увеличиваются на полную массу груза ($\Delta m' = m = 767\,\text{г}$), и новые показания весов равны 4 кг 900 г.

5.4. **Ускорение направлено вправо, максимальное ускорение равно примерно 2,5 м/с^2, максимальное давление в воде при разгоне возрастает в 1,8 раза.** Пусть a – искомое ускорение. Для выделенного небольшого объема жидкости это ускорение создается горизонтальной составляющей равнодействующей сил давления. Поверхность жидкости – это поверхность постоянного давления, так что эта сила (сила



Архимеда) направлена вверх перпендикулярно поверхности жидкости. Поэтому ясно, что ускорение грузовика в процессе торможения направлено вправо по отношению к рисунку. Вертикальная составляющая силы Архимеда уравновешивает вес жидкости в этом объеме, то есть $F_{гор} = \Delta m \cdot a$ и $F_{верт} = \Delta m \cdot g$. Из сохранения объема жидкости следует, что перепад высот уровня масла с разных сторон резервуара равен 2×(18 см – 10 см)=16 см. Поэтому, с учетом подобия треугольника, образованного силой Архимеда и ее проекциями и треугольника сечения жидкости, находим, что $\frac{a}{g} = \frac{16}{63}$. Следовательно, $a = \frac{16}{63} g \approx 2{,}5\,\text{м/с}^2$.

Давление в масле максимально в точке, наиболее удаленной от поверхности жидкости (в направлении роста давлении, то есть перпендикуляра к поверхности). Как видно, расстояние от поверхности до этой «наиболее удаленной» точки в углу резервуара равно $\frac{63}{\sqrt{16^2+63^2}} 18\,\text{см} = \frac{1134}{65}$ см. При этом результирующая сила $F = \Delta m \cdot \sqrt{a^2+g^2} = \frac{65}{63} \Delta m g$, то есть давление в этой точке равно $\rho_M \frac{65}{63} g \cdot \frac{1134}{65}$ см $= \rho_M g \cdot 18$ см, то есть давлению в покоящемся масле на глубине 18 см, а это в 1,8 раза больше, чем было в резервуаре до начала разгона. Ясно, что этот результат может быть получен проще – просто по величине уровня жидкости над точкой, где давление максимально, но при таком способе важно правильное объяснение, в котором обязательно должно быть указано на горизонтальность ускорения.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЯ 5:

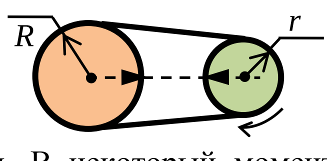
№	критерий	максимальный балл
5.1	Правильное вычисление глубины следа – 2 балла, правильное вычисление массы туриста – 3 балла.	**5**
5.2	Правильное объяснение связи веса с избыточным давлением – 3 балла, правильная формула для массы – 4 балла, правильный численный ответ – 3 балла.	**10**
5.3	Правильное объяснение связи силы Архимеда, действующей на груз и увеличения показаний весов – 5 баллов, правильный ответ для увеличения показаний – 6 баллов, правильный ответ для показаний весов после плавления галлия – 4 балла.	**15**
5.4	Правильное указание направления ускорения – 1 балл, правильное объяснение выбора направления – 3 балла; правильно указано направление силы Архимеда (равнодействующей сил давления), действующей на выделенный объем жидкости – 4 балла, правильно найдена величина ускорения – 4 балла; правильно найдено расстояние от поверхности до точки, где давление максимально (или правильно объяснена связь давления с уровнем жидкости) – 4 балла, правильно найдено отношение максимальных давлений – 4 балла.	**20**

Максимальный балл за задание: **50**.

Задание 6 (8-9 классы)

6. Рассмотрим некоторые типы механических передач, используемых в различных механизмах. При этом для измерения угла поворота удобно использовать *радианную меру*: в этом случае угол измеряется отношением длины соответствующей дуги окружности l_φ к радиусу окружности R: $\varphi[рад] \equiv \frac{l_\varphi}{R}$.

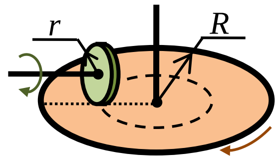
6.1. Пусть передача вращения от одной вала к другому осуществляется с помощью цепи, проходящей по зубцам двух шестеренок с радиусами $R = 4$ см и $r = 3$ см (зубцы по размеру намного меньше обоих радиусов). Ведущая шестеренка (меньшего радиуса) вращается с частотой 60 оборотов в минуту. Найдите частоту вращения второй шестеренки. С какой по величине скоростью движутся звенья цепи?



6.2. На шестеренках из предыдущего вопроса сделаны две метки. В некоторый момент времени эти метки оказались точно напротив друг друга (см. рисунок). Найдите угол между векторами ускорений меток (относительно неподвижного корпуса механизма) спустя 2 с после этого момента времени. Какой минимальный интервал времени проходит между двумя возвращениями меток в показанное на рисунке положение в процессе вращения шестеренок?

6.3. Найдите скорость метки на большей шестеренке относительно метки на меньшей шестеренке в момент времени, когда после прохождения положения меток, показанного на рисунке, большая шестеренка повернулась на половину полного оборота. Считайте, что расстояние между осями шестеренок равно 11 см. При ответе на этот вопрос учтите, что метка на меньшей шестеренке совершает вращательное движение. Поэтому любая точка, *неподвижная* относительно этой метки, тоже совершает относительно неподвижного корпуса механизма *такое же* вращательное движение: если эта точка находится на расстоянии l от оси вращения меньшей шестеренки, то она движется со скоростью $v=\omega l$, перпендикулярной линии, соединяющей ее с осью вращения.

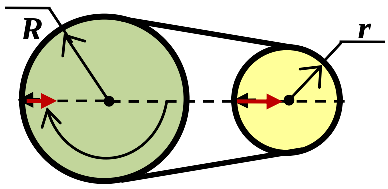
6.4. *Фрикционная передача* может быть реализована с помощью двух тонких дисков, прижатых друг к другу как показано на рисунке (передача движения осуществляется за счет трения). В изображенном на рисунке механизме диски с радиусами $r=4$см (ведущий валик) и $R=12$см прижаты друг к другу с силой $N=100$Н. Плоскости дисков (и оси их вращения) перпендикулярны. Коэффициент трения между валиками $\mu=0{,}8$. Период вращения (время, за которое совершается один оборот) ведущего валика $\tau=2$с, а период вращения второго валика $T=4$с. Точка соприкосновения дисков находится на расстоянии, равном половине радиуса большего диска, от его оси вращения. Найдите КПД (коэффициент полезного действия) передачи – отношение мощности, идущей на вращение ведомого валика к мощности, затрачиваемой на поддержание вращения ведущего валика. Считайте, что единственной причиной энергетических потерь в передаче являются тепловые потери при трении между валиками. Чему равна мощность этих тепловых потерь?



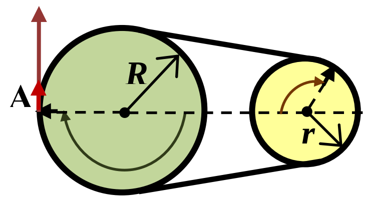
Ответы:

6.1. **45 оборотов в минуту (0,75 об/с), линейные скорости звеньев цепи:** $V_ц \approx 0{,}19$ **м/с**. Зубцы шестеренок при движении сцеплены со звеньями цепи, поэтому величины их скоростей равны друг другу и равны скорости звеньев цепи: $V=v=V_ц$. С учетом связи величин линейной и угловой скорости из этого соотношения следует, что $\Omega R=\omega r \Rightarrow \Omega=\frac{r}{R}\omega$, то есть угловая скорость большой шестеренки равна 0,75 от угловой скорости малой. Во столько же раз будет отличаться и частота вращения, то есть для большой шестеренки она будет равна 45 об/мин. Период вращения малой шестеренки равен $\tau=1$с. Тогда скорость звеньев цепи $V_ц=\frac{2\pi r}{\tau}\approx 0{,}19$м/с.

6.2. **0°, 3 с.** Как видно из величин частот, за 2 с малая шестеренка совершит два полных оборота, а большая – 1,5 оборота. Следовательно, метка на малой шестеренке вернется в исходной положение, и ее центростремительное ускорение будет направлено к ее центру. Метка на большой шестеренке после прохождения полного оборота повернется еще на угол 180° (см. рисунок). Ее ускорение тоже будет направлено к центру, и поэтому угол между векторами ускорений будет равен нулю: они окажутся сонаправлены. Период вращения малой шестеренки равен $\tau=1$с, а большой – $T=0{,}75$с. Период их относительного движения (а это и есть минимальное время между совмещениями меток) есть наименьшее общее кратное τ и T, и поэтому он равен 3 с.



6.3. **Примерно 0,75 м/с.** Пусть точка А в рассматриваемый момент времени совпадает по положению с меткой на большей шестеренке, но при этом <u>неподвижна</u> относительно метки на меньшей шестеренке. Значит, она вращается вместе с меткой на малой шестеренке вокруг оси этой шестеренки с угловой скоростью ω. Значит, скорость точки А относительно неподвижного корпуса механизма равна по величине $V_A=5v$ (расстояние до оси вращения у нее 11 см + 4 см = 15 см, что в 5 раз больше, чем у метки на малой шестеренке) и направлена перпендикулярно отрезку, соединяющему ее с осью малой шестеренки (на рисунке – «вверх»). Скорость же метки на большой шестеренке $V=v$, и она тоже направлена «вверх» по отношению к рисунку. Ясно, что скорость метки на большой шестеренке относительно метки на малой равна скорости метки на большой шестеренке относительно точки А, а она, очевидно, равна $V_{отн}=4v\approx 0{,}75$м/с. Отметим, что скорость точки вращающейся системы отсчета, совпадающей по положению в данный



момент времени с изучаемой материальной точкой, часто называют *переносной скоростью* (в нашем случае это V_A).

6.4. **75%, примерно 3,77 Вт.** Если бы диски не проскальзывали друг по другу (величины скоростей точек их поверхностей в этом случае были бы одинаковы), то отношение периодов равнялось бы отношению радиусов вращения соприкасающихся точек, то есть тогда бы имело место соотношение $T=\frac{R}{2r}\tau=1{,}5\cdot\tau$. У нас $T>1{,}5\tau$, что свидетельствует о наличии проскальзывания – ведомый диск «отстает» от ведущего. Величина скорости поверхности ведущего диска $v=\frac{2\pi r}{\tau}\approx 0{,}188$ м/с, а ведомого (в точке соприкосновения) – $V=\frac{\pi R}{T}=\frac{3}{4}v\approx 0{,}141$ м/с. Значит, скорость проскальзывания (относительная скорость поверхностей в точке соприкосновения) $V_{отн}=v-V=\frac{1}{4}v\approx 0{,}047$ м/с. Величина силы трения, действующей между валиками, $F_{тр}=\mu N=80$ Н. Мощность, затрачиваемая на вращение ведущего валика $P=F_{тр}\cdot v$, а мощность, идущая на поддержание вращения ведомого валика $P_{пол}=F_{тр}\cdot V$. Поэтому КПД передачи $\eta=\frac{P_{пол}}{P}=\frac{V}{v}=\frac{3}{4}=75\%$. Потери на тепловыделения из-за проскальзывания $P_Q=F_{тр}\cdot V_{отн}=\frac{\mu N v}{4}\approx 3{,}77$ Вт.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЯ 6:

№	критерий	максимальный балл
6.1	Правильное найдена частота вращения – 2 балла, указано, что величины скоростей зубцов обеих шестеренок равны скорости цепи – 1 балл, правильное вычисление величины скорости – 2 балла.	**5**
6.2	Правильно определено положение меток после 2 с движения – 3 балла, правильно определен угол между ускорениями – 4 балла, правильно вычислен период относительного движения – 3 балла.	**10**
6.3	Используется идея использования точки А, неподвижной относительно метки на малой шестеренке и совпадающей по положению с меткой на большой шестеренке – 3 балла, правильно определено положение метки на большой шестеренке – 2 балла, правильно определена скорость точки А относительно корпуса механизма (переносная скорость) – 5 баллов, получен правильный ответ – 5 баллов.	**15**
6.4	По соотношению периодов выявлено наличие проскальзывания – 2 балла, определены (записаны формулы или найдены числовые значения) скорости поверхностей дисков в точке соприкосновения – по 2 балла за каждую, правильно определена величина силы трения (формула или численное значение) – 2 балла, выписаны формулы для затрачиваемой и полезной мощностей через скорости поверхностей и силу трения – по 2 балла за каждую, правильно найден КПД передачи – 4 балла, правильно вычислена мощность тепловых потерь – 4 балла.	**20**

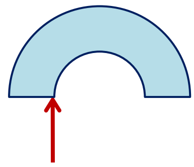
Максимальный балл за задание: **50**.

Задание 7 (9-10 классы)

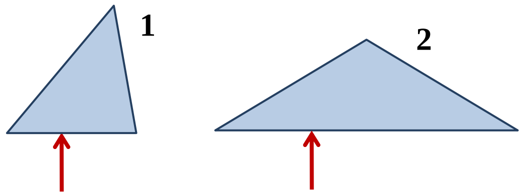
7. Явление полного внутреннего отражения возникает при падении света из среды с большим показателем преломления. В этом случае при некоторых углах падения преломленный луч в

среде с меньшим показателем преломления отсутствует. Если поглощения света на границе пренебрежимо мало, то практически вся падающая световая энергия возвращается обратно в первую среду. Это явление может быть использовано для создания «отражателей» или «устройств поворота луча», используемых в оптических устройствах.

7.1.Узкий пучок параллельных световых лучей падает на прозрачное тело, ограниченное двумя полусферическими поверхностями с общим центром и общим основанием, радиусы которых отличаются в два раза. Свет падает из воздуха нормально (перпендикулярно основанию), у самого края полусферической выемки, как показано на рисунке. При какой величине показателя материала тела, лучи пучка, прошедшие внутрь тела, выйдут из него только через основание?



7.2. Две призмы изготовлены из прозрачного материала с показателем преломления $n=2$. Постройте ход лазерного луча (который можно считать узким пучком параллельных световых лучей), падающего из воздуха нормально на поверхности этих призм, как показано на рисунке. Сечением призмы 1 является равнобедренный треугольник с углом при основании 50°, причем луч падает на боковую грань этой призмы, сечение призмы 2 – равнобедренный треугольник с углом при основании 30°, и луч падает на ее основание. На каком расстоянии от точки входа выйдет луч из призмы 2, если длина основания этого равнобедренного треугольника равна $D=12$ см?



7.3. Плоскопараллельная пластинка составлена из двух слоев одинаковой толщины $d=4$ см: первый – с показателем преломления $n_1=1{,}5$, второй – с показателем преломления $n_2=1{,}25$. На поверхность первого слоя из воздуха падает расходящийся конический пучок световых лучей с углом при вершине конуса 60°. Ось пучка перпендикулярна поверхности пластины. Радиус освещённого пятна на передней (то есть той, в которую пучок входит) грани пластинки равен $r=3$см. Найдите радиус светлого пятна на задней грани пластины. Каков будет угол расходимости пучка после прохождения пластины (из пластины лучи снова попадают в воздух)?

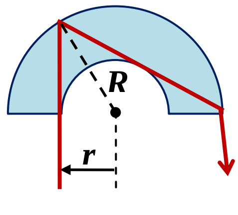
7.4. Явление дисперсии света (разделения лучей разного цвета в среде) связано с зависимостью показателя преломления от *длины волны* (так называют расстояние между «гребнями» волны): на самом деле разные цвета отличаются друг от друга именно длиной волны. В таблице приведена связь между длиной волны в нанометрах (1 нм = 10^{-9}м) и видимым цветом:

красный	оранжевый	желтый	зеленый	голубой	синий	фиолетовый
625–740 нм	590-625 нм	565-590 нм	500-565 нм	485-500 нм	435-485 нм	380-435 нм

Допустим, на основание равнобедренной прямоугольной призмы падает нормально узкий пучок лучей от лампы. Излучение этой содержит лучи (из видимой части *спектра*) с длинами волн 396 нм, 498 нм, 580 нм и 676 нм. При этом зависимость показателя преломления вещества призмы от длины волны имеет вид: $n(\lambda)=1{,}00+\dfrac{\lambda}{1110\,\text{нм}}$. Какого цвета будут лучи, выходящие через разные грани призмы? Считать, что для данного материала при углах падения, более чем на 2° меньших, чем угол полного внутреннего отражения, более 90% энергии излучения приходится на преломленные лучи, а затем доля прошедшего света резко падает.

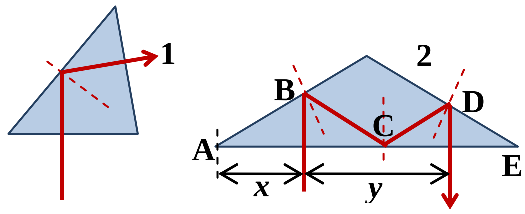
Ответы:

7.1. **При** $n>2$**.** Для того, чтобы лучи, прошедшие внутрь тела, вышли из него только через основание, луч должен при первом падении на сферическую поверхность изнутри испытать полное внутреннее отражение (см. рисунок). По условию $r\approx R/2$. Значит, угол падения луча удовлетворяет условию $\sin(\alpha)=\dfrac{r}{R}\approx\dfrac{1}{2}$. С другой стороны, из условия полного внутреннего отражения $\sin(\alpha)>1/n$ находим, что

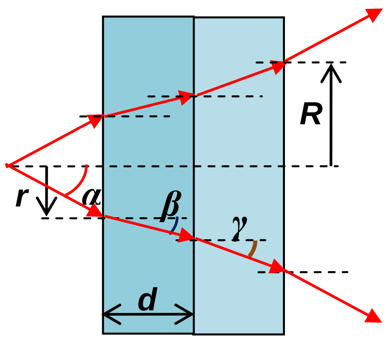


$\frac{1}{2} > \frac{1}{n}$. Следовательно, должно выполняться условие $n > 2$.

7.2. **Построение см. на рисунке, 5 см.** Для заданной величины показателя преломления угол полного внутреннего отражения $\alpha_{ПВО} = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) = 30°$. Поэтому при падении на грани призм изнутри при больших углах происходит полное внутреннее отражение. С учетом этого построение хода лучей дает результат, показанный на рисунке: в первой призме при первом падении на ее грань изнутри происходит полное внутреннее отражение (угол падения 50°), а затем луч падает на грань нормально, и выходит из призмы; во второй призме происходят три полных внутренних отражения (углы падения в точках B и D равны 30°, а в точке C - 60°), а затем луч опять падает нормально. Смещение луча во втором случае можно найти следующим образом: пусть расстояние от точки A до точки входа луча равно *x*. Тогда, с учетом того, треугольник ABC равнобедренный (у него одинаковые углы при основании) найдем, что расстояние от точки входа до C тоже равно *x*. Поэтому $|\mathrm{CE}| = D - 2x$, и, поскольку треугольник CDE тоже равнобедренный, то точка выхода находится на расстоянии $\frac{|\mathrm{CE}|}{2} = \frac{D}{2} - x$ от точки C. Итак, $y = x + \frac{D}{2} - x = \frac{D}{2} = 5$ см. Отметим, что это расстояние не зависит от *x*!



7.3. **Радиус пятна примерно 6,16 см, угол расходимости пучка остается прежним и равен 60°.** Из закона преломления света следует, что произведение синуса угла отклонения луча от нормали на показатель преломления в среде остается неизменным: $n \cdot \sin(\alpha) = const$. Из этого факта сразу следует, что после выхода из пластины обратно в воздух угол отклонения крайних лучей от оси пучка становится прежним, и поэтому и угол расходимости пучка становится прежним, то есть равным 60°. Обозначим угол отклонения крайних лучей от оси пучка в воздухе $\alpha = 30°$, в первом слое пластины β, а во втором слое – γ. Из закона преломления $\sin(\beta) = \frac{1}{n_1}\sin(\alpha) = \frac{1}{3}$ и $\sin(\gamma) = \frac{1}{n_2}\sin(\alpha) = \frac{2}{5}$. Из построения хода лучей (см. рисунок) видно, что $R = r + d \cdot [\mathrm{tg}(\beta) + \mathrm{tg}(\gamma)]$. Выражая тангенсы углов с помощью соотношения $\mathrm{tg}(\varphi) = \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)} = \frac{\sin(\varphi)}{\sqrt{1-\sin^2(\varphi)}}$, найдем: $\mathrm{tg}(\beta) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ и $\mathrm{tg}(\gamma) = \frac{2}{\sqrt{21}}$.

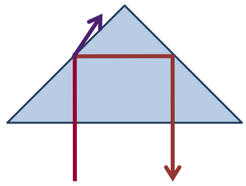


Значит, $R = r + d \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{21}}\right) \approx 6{,}16$ см.

7.4. **Лучи, выходящие через боковую грань призмы, на которую падает пучок изнутри призмы первый раз, будут относиться к фиолетовой части спектра, а лучи, выходящие через ее основании – к голубой, желтой и красной.** В первую очередь нужно определить показатель преломления для каждой длины волны и соответствующий ему угол полного внутреннего отражения $\alpha_{ПВО} = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$. Занесем результаты расчетов в таблицу:

λ, нм	**цвет**	***n***	$\alpha_{ПВО}$
396	фиолетовый	1,36	47,5°
488	голубой	1,44	44,0°
580	желтый	1,52	41,1°
676	красный	1,61	38,4°

Как видно из построения, при прохождении равнобедренной прямоугольной призмы углы падения лучей на грани призмы изнутри равны 45°. Поэтому у фиолетовых лучей угол падения более чем на 2° меньше угла полного внутреннего отражения, и большая часть их энергии покинет призму уже на первом падении изнутри – они выйдут через боковую грань. Для голубых, желтых и красных лучей углы падения всегда больше $\alpha_{ПВО}$, и они выходят через основание призмы.



КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЯ 7:

№	критерий	максимальный балл
7.1	Выполнено правильное построение хода луча – 2 балла, правильно записано неравенство для показателя преломления – 3 балла.	**5**
7.2	Правильное построение хода луча для каждой из призм – по 3 балла, правильный ответ для смещения луча – 4 балла.	**10**
7.3	Правильное построение хода лучей – 3 балла, правильно найдены углы β и γ – по 2 балла, получена правильная формула для радиуса пятна – 3 балла, правильно найдено численное значение R – 2 балла, правильный ответ для угла расходимости пучка – 3 балла.	**15**
7.4	Вычислены коэффициенты преломления для всех длин волн – по 1 баллу, проведено сравнение углов падения с углами ПВО для всех длин волн – по 2 балла, правильно указан цвет для лучей, выходящей из боковой грани – 4 балла, правильно указан цвет для лучей, выходящей из основания – 4 балла.	**20**

Максимальный балл за задание: **50**.

Задание 8 (10-11 классы)

8. Некоторые специализированные роботы (например, робот-пожарник) могут использовать насосы для закачивания воды в резервуар или для создания водяной струи. Воду можно считать практически несжимаемой жидкостью с плотностью $\rho = 1$ г/см^3. *Расходом воды*, проходящей через трубу, называют объем воды, проходящий через сечение трубы в единицу времени (эту величину можно измерять в литрах в секунду). Если пренебречь потерями на трение, то при описании течений воды можно использовать закон сохранения энергии: сумма кинетической энергии, потенциальной энергии в поле тяжести $\vec{g}$ и энергии упругого сжатия воды для небольшого объема воды, движущейся по «трубке тока» (так называют часть потока жидкости с малым поперечным сечением, выделенную таким образом, что жидкость не пересекает ее «стенок»), можно считать постоянной величиной. Из этого утверждения следует уравнение Бернулли: вдоль трубки тока $\frac{\rho v^2}{2} + p + \rho g h = const$ (здесь v – скорость движения жидкости, p – давление в жидкости, h – высота элемента жидкости над «начальным» уровнем). Ускорение свободного падения при выполнении данного задания считать равным $g \approx 10$ м/с^2.

8.1. Расход воды, текущей по трубе с постоянной скоростью $v = 2$ м/с, составляет $q = 1{,}6$ л/с. Найдите площадь поперечного сечения трубы.

8.2. Струя воды вытекает вертикально вниз из крана диаметром $d_0 = 20$ мм. После прохождения расстояния $h = 7{,}2$ см диаметр струи стал равен $d = 16$ мм. Определите по этим данным скорость воды на выходе из крана и расход воды в кране.

8.3. Робот-заправщик закачивает в бак модели автомобиля бензин с плотностью $\rho_Б = 0{,}75$ г/см^3 по трубке сечением $S = 2$ см^2. Объем бака модели $V = 2$ л, и он заполняет равномерно за время $t = 20$ с. В процессе закачивания бензин понимается на высоту $H = 25$ см, которую можно считать практически неизменной Какую мощность потребляет двигатель насоса заправщика, если его КПД равно 80%?

8.4. Робот-пожарный направляет струю из «водяной пушки» на цель, находящуюся на расстоянии 2,5 м от жерла пушки на одной с ним высоте. Для попадания он направляет жерло под углом 45° к горизонтали. Сечение жерла водяной пушки $S = 4\,\text{см}^2$. Пренебрегая сопротивлением воздуха и вязким трением в струе, найдите скорость воды в струе на выходе из жерла пушки и расход воды водяной пушки робота.

Ответы:

8.1. **8 см²**. За время Δt через сечение трубы проходит объем воды $\Delta V = S \cdot v\Delta t$. Поэтому расход воды $q = \dfrac{\Delta V}{\Delta t} = S \cdot v$. Таким образом, $S = \dfrac{q}{v} = 8\,\text{см}^2$.

8.2. **1 м/с, 0,314 л/с.** Так как расход жидкости в потоке не изменяется, то должно выполняться условие неразрывности потока: $S \cdot v = const$. Поскольку площадь сечения пропорциональна квадрату диаметра, то $d_0^2 \cdot v_0 = d^2 \cdot v$. Если пренебрегать силами сопротивления и трения, то можно считать, что механическая энергия при движении массы воды Δm сохраняется: $\dfrac{\Delta m v^2}{2} = \dfrac{\Delta m v_0^2}{2} + \Delta mgh \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2gh$. Этот же результат можно получить из уравнения Бернулли. Из этих двух соотношений находим, что $v_0 = d^2\sqrt{\dfrac{2gh}{d_0^4 - d^4}} \approx 1{,}00\,\text{м/с}$. Таким образом, расход жидкости в кране $q = S_0 \cdot v_0 = \dfrac{\pi d_0^2}{4} v_0 \approx 0{,}314$ л/с (или примерно 18,85 л/мин).

8.3. **Примерно 0,25 Вт.** Двигатель насоса должен разогнать бензин до требуемой скорости $v = \dfrac{q}{S}$ и поднять на необходимую высоту H, поэтому его полезная работа над бензином за время Δt равна $\Delta A = \rho_Б \cdot q\Delta t\left(\dfrac{v^2}{2} + gH\right)$. Следовательно, его полезная мощность $P_n = \dfrac{\Delta A}{\Delta t} = \rho_Б q\left(\dfrac{q^2}{2S^2} + gH\right)$. Расход бензина из данных условия можно найти как $q = \dfrac{V}{t} = 0{,}1$ л/с. Значит, $P_n = \rho_Б \dfrac{V}{t}\left(\dfrac{V^2}{2S^2t^2} + gH\right) \approx 0{,}2\,\text{Вт}$. Потребляемая мощность $P = \dfrac{1}{\eta}P_n = 0{,}25\,\text{Вт}$.

8.4. **5 м/с и 2 л/с.** Из условия ясно, что расстояние до цели (обозначим его L) соответствует максимальной дальности полета струи, то есть $L = \dfrac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g} = \dfrac{v_0^2}{g}$. Значит, скорость вылета струи из водяной пушки $v_0 = \sqrt{gL} = 5\,\text{м/с}$. Расход воды $q = S \cdot v = 2\,\text{л/с}$.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЯ 8:

№	критерий	максимальный балл
8.1	Получена правильная формула для расхода воды через скорость и сечение – 3 балла, получен правильный числовой ответ – 2 балла.	**5**
8.2	Из условия постоянства потока записано соотношение между скоростями и диаметрами – 3 балла, использован закон сохранения энергии (или уравнение Бернулли)обоснование – 3 балла, правильно найдена связь между скоростями ($v^2 = v_0^2 + 2gh$) – 2 балла, правильно найдена скорость вытекающей из крана воды – 5 баллов, правильно найден расход воды – 2 балла.	**15**
8.3	Правильно указано, что работа двигателя идет на увеличение	**20**

	потенциальной и кинетической энергии воды (или использовано уравнение Бернулли) – 3 балла, правильно определена скорость воды – 3 балла, правильно найден расход воды – 4 балла, правильно найдена полезная мощность двигателя насоса – 6 баллов, правильный найдена потребляемая мощность – 4 балла.	
8.4	Указано, что высота цели соответствует максимальной высоте подъема струи – 3 балла, найдено правильное значение скорости струи – 4 балла, правильно найден расход воды – 3 балла.	**10**

Максимальный балл за задание: **50**.

Задание 9 (7-8 классы)

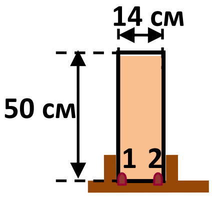
9. Давление – физическая величина, равная отношению перпендикулярной (нормальной) силы, действующей на элемент поверхности, к площади этого элемента поверхности: $p = \frac{F_n}{S}$.
Единица измерения давления в системе СИ – паскаль: это давление, создаваемое силой в 1 Н на площадь 1 м^2, то есть $1\,\text{Па} = \frac{1\,\text{Н}}{1\,\text{м}^2}$.

9.1. Два школьника пошли на лыжную прогулку с одинаковыми легкими лыжами. Масса первого равняется $m_1 = 48$ кг, масса второго – $m_2 = 54$кг. Они вышли на поле, покрытое снегом. Первый оставлял следы глубиной $h_1 = 4$см. Какой глубины след оставлял второй? Считайте, что глубина следов прямо пропорциональна давлению: $h = k \cdot p$, оказываемого на снег, причем для поля, о котором идет речь, $k \approx 1{,}5 \cdot 10^{-5}$ м/Па. Чему равна общая опорная площадь лыж? Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10$ м/с^2.

9.2. Модель автомобиля с легкими надувными шинами, собственная упругость оболочки которых намного меньше упругости закаченного воздуха, некоторое время простояла на горизонтальной поверхности. После того, как модель отъехал с места стоянки, обнаружилось, что на поверхности сохранились отпечатки ее колес общей площадью 16 см^2. Найдите избыточное давление в шинах модели (то есть разницу давления воздуха в шинах и внешнего атмосферного давления). Масса модели 3,6 кг. Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10$ м/с^2.

9.3. На весах стоит канистра с водой, температура которой близка к 0°С. Через открытую крышку в канистру опускают на легкой тонкой нити сильно охлажденный груз массой 405 г, изготовленный из алюминия с плотностью 2,7 г/см^3. Груз целиком погружается в воду, но не касается дна канистры. Сразу после опускания груза показания весов стали равны 5 кг 180 г, но далее на грузе стал намораживаться лед. Что происходило с показаниями весов во время образования льда (уменьшались, увеличивались, оставались неизменными)? Ответ объясните. Какими стали показания весов после установления теплового равновесия, когда на лед, намороженный на грузе, по массе сравнялся с самим грузом (груз вместе со льдом находился под водой, но не касался дна). Какими были показания весов до опускания груза? Плотность воды 1,0 г/см^3, плотность льда 0,9 г/см^3.

9.4. Резервуар с электролитическим раствором имеет форму прямоугольного параллелепипеда длиной 14 см и высотой 50 см. Он заполнен практически полностью. В углах на его дне установлены два небольших электронных датчика давления (1 и 2). Его закрепили в кузове грузовика (одной стороной по ходу движения, на горизонтальной поверхности). При движении с постоянной скоростью оба датчика показывали одинаковое



давление. Затем грузовик затем стал плавно тормозить. В процессе торможения его ускорение сначала медленно увеличивалось, затем уменьшалось. Давление, которое показывал датчик 2, практически не изменялось, а давление, измеряемое датчиком 1, плавно росло, а затем стало уменьшаться. Максимальная величина ускорения грузовика была равна 2,8 м/с^2. В какую сторону (по отношению к рисунку) было направлено ускорение грузовика? Найдите максимальную величину разности показаний датчиков? Плотность электролита 1,5 г/см^3. Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10\,\text{м/с}^2$.

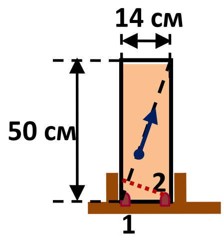
Ответы:

9.1. **4,5 см, примерно 0,18 м^2**. Глубина следа пропорционально давлению, которое прямо пропорционально действующей силе. Поэтому при увеличении веса в $\frac{54\,\text{кг}}{48\,\text{кг}} = 1{,}125$ раза глубина следа увеличится во столько же раз и будет равна 4,5 см. Из равенства $h = k \cdot p = k\dfrac{mg}{S_{оп}}$ находим опорную площадь: $S_{оп} = \dfrac{km_1 g}{h_1} \approx 0{,}18\,\text{м}^2$.

9.2. **Примерно 22,5 кПа.** Сила реакции поверхности уравновешивает равнодействующую веса груза и атмосферного давления, и она равна силе давления воздуха в надувной платформе на поверхность. Поэтому вес груза равен силе избыточного давления воздуха (упругостью оболочки пренебрегаем). Следовательно, $mg = \Delta p \cdot S$ (здесь Δp – избыточное давление), поэтому $\Delta p = \dfrac{m \cdot g}{S} \approx 22{,}5\,\text{кПа}$.

9.3. **Показания весов в процессе образования льда увеличиваются, и к моменту установления равновесия составят 5 кг 225 г. До опускания груза весы показывали 5 кг 30 г.** Давление на чашку весов определяется весом пустой канистры и давлением воды на ее дно (до опускания груза сила этого давления, конечно же, равна весу воды). Сразу после опускания груза в воду, пока льда на грузе еще нет, на груз со стороны воды действует сила Архимеда, равная $F_A = \rho_В V_{ГР} g = \dfrac{\rho_В}{\rho_Г} mg$ (m – масса груза). Точно такая же сила действует со стороны груза на воду, которая передает это действие на дно канистры. Следовательно, показания весов увеличиваются на $\Delta m = \dfrac{\rho_В}{\rho_Г} m = 150\,\text{г}$ (канистра с водой до опускания груза весили 5 кг 30 г). Образование льда не меняет общую массу содержимого канистры, но увеличивает силу, разгружающую нить: она равна разности силы Архимеда, действующей на лед и веса этого льда (плотность льда меньше плотности воды). Поэтому показания весов в процессе образования льда увеличиваются. Увеличение силы к моменту установления равновесия равно $\rho_В V_Л g - \rho_Л V_Л g = \left(\dfrac{\rho_В}{\rho_Л} - 1\right) mg$ (масса льда равна массе груза). Значит, $\Delta m' = \left(\dfrac{\rho_В}{\rho_Л} - 1\right) m = 45\,\text{г}$. Поэтому теперь показания весов равны 5 кг 225 г.

9.4. **Ускорение направлено вправо, максимальная разность давлений равна примерно 588 Па (0,6 к Па).** Пусть a– ускорение грузовика и движущейся вместе с ним жидкости. Для выделенного небольшого объема жидкости это ускорение создается горизонтальной составляющей равнодействующей сил давления, а вертикальная составляющая этой силы (это и есть сила Архимеда) уравновешивает вес этого объема , то есть $F_{гор} = \Delta m \cdot a$ и $F_{верт} = \Delta m \cdot g$. Отметим, что $\dfrac{a}{g} = 0{,}28 = \dfrac{L}{H}$. Это означает, что сила



Архимеда направлена вдоль диагонали вертикального сечения жидкости и равна по величине $F_A = \Delta m \cdot \sqrt{g^2 + a^2}$. Именно поэтому давление, фиксируемое датчиком 1, увеличивается (увеличилась «глубина» расположения датчика по отношению к поверхности, которая теперь находится в «правом верхнем» углу сечения резервуара, и увеличилась сила, сжимающая жидкость). Значит, ускорение грузовика в процессе торможения направлено <u>вправо</u> по отношению к рисунку. При постоянной скорости датчики показывали давления $p = p_0 + \rho g H$, где p_0 – давление на поверхности жидкости (у самого «потолка» резервуара). При движении с ускорением, поскольку давление в месте расположения датчика 2 не изменилось, поскольку «глубина» его положения уменьшилась во столько же раз ($\frac{g}{\sqrt{g^2 + a^2}} = \frac{H}{\sqrt{H^2 + L^2}}$), во сколько увеличилась сила. Значит, давление в месте размещения датчика 1 при движении с ускорением равно $p_1' = p_0 + \rho\sqrt{g^2 + a^2}\sqrt{H^2 + L^2}$. С учетом соотношения между размерами и ускорениями $p_1' = p_0 + \rho \frac{g^2 + a^2}{g} H = p_0 + \rho g H + \rho \frac{a^2}{g} H$.

В результате искомая разность давлений $\Delta p = p_1' - p_2 = \rho \frac{a^2}{g} H \approx 588\,\text{Па} \approx 0{,}6\,\text{кПа}$.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЯ 9:

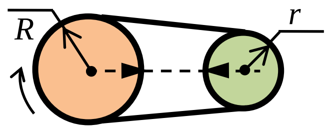
№	критерий	максимальный балл
9.1	Правильное вычисление глубины следа – 2 балла, правильное вычисление опорной площади – 3 балла.	**5**
9.2	Правильное объяснение связи веса с избыточным давлением – 3 балла, правильная формула для избыточного давления – 4 балла, правильный численный ответ – 3 балла.	**10**
9.3	Правильное объяснение связи силы Архимеда, действующей на груз и увеличения показаний весов – 5 баллов, правильный ответ для увеличения показаний – 6 баллов, правильный ответ для показаний весов до опускания груза – 4 балла.	**15**
9.4	Правильное указание направления ускорения – 1 балл, правильное объяснение выбора направления – 3 балла; правильно указано направление силы Архимеда (равнодействующей сил давления), действующей на выделенный объем жидкости – 4 балла, правильно найдена величина силы Архимеда при наличии ускорения – 4 балла; правильно найдена «глубина» для датчика 1 – 3 балла, правильно найдена разность показаний – 5 баллов.	**20**

Максимальный балл за задание: **50**. Для промежуточных величин не обязательно находить числовые значения. Любое корректное решение с правильными конечными ответами получает максимальный балл.

Задание 10 (8-9 классы)

10. Рассмотрим некоторые типы механических передач, используемых в различных механизмах. При этом для измерения угла поворота удобно использовать *радианную меру*: в этом случае угол измеряется отношением длины соответствующей дуги окружности l_φ к радиусу окружности R: $\varphi[рад] \equiv \frac{l_\varphi}{R}$.

10.1. Пусть передача вращения от одной вала к другому осуществляется с помощью цепи, проходящей по зубцам двух шестеренок с радиусами $R = 5\,\text{см}$ и $r = 3\,\text{см}$ (зубцы по размеру намного меньше обоих радиусов). Ведущая шестеренка (большего радиуса) вращается с частотой 30 оборотов в минуту. Найдите частоту вращения второй шестеренки. С какой по величине скоростью движутся звенья цепи?



10.2. На шестеренках из предыдущего вопроса сделаны две метки. В некоторый момент времени эти метки оказались точно напротив друг друга (см. рисунок). Найдите угол между векторами ускорений меток (относительно неподвижного корпуса механизма) спустя 3 с после этого момента времени. Какой минимальный интервал времени проходит между двумя возвращениями меток в показанное на рисунке положение в процессе вращения шестеренок?

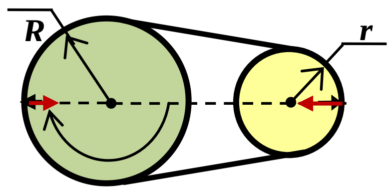
10.3. Найдите скорость метки на малой шестеренке относительно метки на большой шестеренке в момент времени, когда после прохождения положения меток, показанного на рисунке, малая шестеренка повернулась на половину полного оборота. Считайте, что расстояние между осями шестеренок равно 12 см. При ответе на этот вопрос учтите, что метка на большой шестеренке совершает вращательное движение. Поэтому любая точка, *неподвижная* относительно этой метки, тоже совершает относительно неподвижного корпуса механизма *такое же* вращательное движение: если эта точка находится на расстоянии l от оси вращения большой шестеренки, то она движется со скоростью $v = \Omega l$, перпендикулярной линии, соединяющей ее с осью вращения.

10.4. *Фрикционная передача* может быть реализована с помощью двух валиков, прижатых друг к другу (передача движения осуществляется за счет трения). Пусть в некотором механизме два цилиндрических валика одинаковой высоты с радиусами $R = 6$ см (ведущий валик) и $r = 2$ см прижаты друг к другу равномерно по линии соприкосновения с силой $N = 200$ Н. Коэффициент трения между валиками $\mu = 0{,}75$. Период вращения (время, за которое совершается один оборот) ведущего валика $T = 2{,}4$ с, а период вращения ведомого валика $\tau = 1{,}0$ с. Найдите КПД (коэффициент полезного действия) передачи – отношение мощности, идущей на вращение ведомого валика к мощности, затрачиваемой на поддержание вращения ведущего валика. Считайте, что единственной причиной энергетических потерь в передаче являются тепловые потери при трении между валиками. Чему равна мощность этих тепловых потерь?

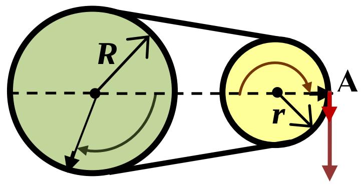
Ответы:

10.1. **50 оборотов в минуту, линейные скорости звеньев цепи:** $V_ц \approx 0{,}16$ **м/с**. Зубцы шестеренок при движении сцеплены со звеньями цепи, поэтому величины их скоростей равны друг другу и равны скорости звеньев цепи: $V = v = V_ц$. С учетом связи величин линейной и угловой скорости из этого соотношения следует, что $\Omega R = \omega r \Rightarrow \omega = \frac{R}{r}\Omega$, то есть угловая скорость малой шестеренки в $\frac{5}{3}$ раза больше угловой скорости большой. Во столько же раз будет отличаться и частота вращения, то есть для малой шестеренки она будет равна 50 об/мин. Период вращения большой шестеренки равен $T = 2$ с. Тогда скорость звеньев цепи $V_ц = \frac{2\pi R}{T} \approx 0{,}16$ м/с.

10.2. **180°, 6 с.** Как видно из величин частот, за 3 с большая шестеренка совершит полтора оборота, а малая – 2,5 оборота. Следовательно, обе метки после прохождения полных оборотов повернется еще на угол $180°$ (см. рисунок). Их центростремительное ускорение будет направлено у каждой к своему центру вращения, и поэтому угол между векторами ускорений будет равен $180°$: они окажутся противонаправлены. Период вращения малой шестеренки равен $\tau = 1{,}2$ с, а большой – $T = 2$ с. Период их относительного движения (а это и есть минимальное время между совмещениями меток) есть наименьшее общее кратное τ и T, и поэтому он равен 6 с.



6.3. **Примерно 0,31 м/с.** Пусть точка А в рассматриваемый момент времени совпадает по



положению с меткой на малой шестеренке, но при этом неподвижна относительно метки на большой шестеренке. Значит, она вращается вместе с меткой на большой шестеренке вокруг оси этой шестеренки с угловой скоростью Ω. Значит, скорость точки A относительно неподвижного корпуса механизма равна по величине $V_A = 3V_ц$ (расстояние до оси вращения у нее 12 см + 3 см = 15 см, что в 3 раз больше, чем у метки на большой шестеренке) и направлена перпендикулярно отрезку, соединяющему ее с осью большой шестеренки (на рисунке – «вниз»). Скорость же метки на малой шестеренке $V = V_ц$, и она тоже направлена «вниз» по отношению к рисунку. Ясно, что скорость метки на малой шестеренке относительно метки на большой равна скорости метки на малой шестеренке относительно точки A, а она, очевидно, равна $V_{отн} = 2V_w \approx 0{,}314$м/с. Отметим, что скорость точки вращающейся системы отсчета, совпадающей по положению в данный момент времени с изучаемой материальной точкой, часто называют *переносной скоростью* (в нашем случае это V_A).

10.4. **80%, примерно 4,71 Вт.** Если бы валики не проскальзывали друг по другу (величины скоростей точек их поверхностей в этом случае были бы одинаковы), то отношение периодов равнялось бы отношению радиусов, то есть тогда бы имело место соотношение $T = 3\tau$. У нас $T < 3\tau$, что свидетельствует о наличии проскальзывания – ведомый валик «отстает» от ведущего. Величина скорости поверхности ведущего валика $V = \dfrac{2\pi R}{T} \approx 0{,}157$м/с, а ведомого – $v = \dfrac{2\pi r}{\tau} = 0{,}8 \cdot V \approx 0{,}126$м/с. Значит, скорость проскальзывания (относительная скорость поверхностей валиков) $V_{отн} = V - v = 0{,}2 \cdot V \approx 0{,}031$м/с. Величина силы трения, действующей между валиками, $F_{тр} = \mu N = 150$Н. Мощность, затрачиваемая на вращение ведущего валика $P = F_{тр} \cdot V$, а мощность, идущая на поддержание вращения ведомого валика $P_{пол} = F_{тр} \cdot v$. Поэтому КПД передачи $\eta = \dfrac{P_{пол}}{P} = \dfrac{v}{V} = 80\%$. Потери на тепловыделения из-за проскальзывания $P_Q = F_{тр} \cdot V_{отн} = \dfrac{\mu N V}{5} \approx 4{,}71$Вт.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЯ 10:

№	критерий	максимальный балл
6.1	Правильное найдена частота вращения – 2 балла, указано, что величины скоростей зубцов обеих шестеренок равны скорости цепи – 1 балл, правильное вычисление величины скорости – 2 балла.	**5**
6.2	Правильно определено положение меток после 3 с движения – 3 балла, правильно определен угол между ускорениями – 4 балла, правильно вычислен период относительного движения – 3 балла.	**10**
6.3	Используется идея использования точки A, неподвижной относительно метки на большой шестеренке и совпадающей по положению с меткой на малой шестеренке – 3 балла, правильно определено положение метки на малой шестеренке – 2 балла, правильно определена скорость точки A относительно корпуса механизма (переносная скорость) – 5 баллов, получен правильный ответ – 5 баллов.	**15**
6.4	По соотношению периодов выявлено наличие проскальзывания – 2 балла, определены (записаны формулы или найдены числовые значения) скорости поверхностей дисков в точке	**20**

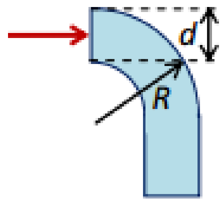
	соприкосновения – по 2 балла за каждую, правильно определена величина силы трения (формула или численное значение) – 2 балла, выписаны формулы для затрачиваемой и полезной мощностей через скорости поверхностей и силу трения – по 2 балла за каждую, правильно найден КПД передачи – 4 балла, правильно вычислена мощность тепловых потерь – 4 балла.	

Максимальный балл за задание: **50**. Для промежуточных величин не обязательно находить числовые значения. Любое корректное решение с правильными конечными ответами получает максимальный балл.

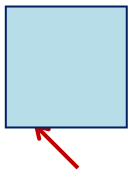
Задание 11 (9-10 классы)

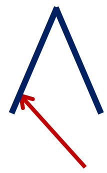
11. Явление полного внутреннего отражения возникает при падении света из среды с большим показателем преломления. В этом случае при некоторых углах падения преломленный луч в среде с меньшим показателем преломления отсутствует. Если поглощения света на границе пренебрежимо мало, то практически вся падающая световая энергия возвращается обратно в первую среду. Это явление может быть использовано для создания «отражателей» или «устройств поворота луча», используемых в оптических устройствах.

11.1.Узкий пучок параллельных световых лучей падает на торец прозрачной пластины, конец которой изогнут таким образом, что «внешняя» поверхность изгиба – цилиндрическая с радиусом R. Толщина пластины равна d, показатель преломления $n = 1{,}2$. Пучок направляется перпендикулярно поверхности в точке на средней линии пластины (см. рисунок). При каком соотношении d и R лучи пучка, прошедшие внутрь пластины, выйдут из нее только через другой торец?



11.2.Куб изготовлен из прозрачного материала с показателем преломления $n = \sqrt{2} \approx 1{,}414$. Постройте ход лазерного луча (который можно считать узким пучком параллельных световых лучей), падающего из воздуха нормально на поверхность куба, как показано на рисунке (угол падения равен 45°, расстояние до точки падения от ближайшего ребра куба равно четверти длины ребра). Найдите угол между падающим лучом и лучом, вышедшим из кубика. Также постройте ход луча, падающего на поверхность двугранного зеркала, плоскости которого образуют угол 45°, так, что происходит два отражения. Найдите угол между падающим лучом и лучом, отразившимся от обеих плоскостей зеркала.


1


2

11.3. Плоскопараллельная пластинка составлена из двух слоев одинаковой толщины $d = 3$ см: первый – с показателем преломления $n_1 = 4/3$, второй – с показателем преломления $n_2 = 6/5$. На поверхность первого слоя из воздуха падает расходящийся конический пучок световых лучей с углом при вершине конуса 60°. Ось пучка перпендикулярна поверхности пластины. Радиус освещённого пятна на передней (то есть той, в которую пучок входит) грани пластинки равен $r = 5$ см. Найдите радиус светлого пятна на задней грани пластины. Каков будет угол расходимости пучка после прохождения пластины (из пластины лучи снова попадают в воздух)?

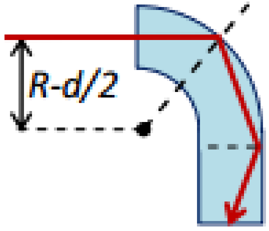
11.4. Явление дисперсии света (разделения лучей разного цвета в среде) связано с зависимостью показателя преломления от *длины волны* (так называют расстояние между «гребнями» волны): на самом деле разные цвета отличаются друг от друга именно длиной волны. В таблице приведена связь между длиной волны в нанометрах (1 нм = 10^{-9}м) и видимым цветом:

красный	оранжевый	желтый	зеленый	голубой	синий	фиолетовый
625–740 нм	590-625 нм	565-590 нм	500-565 нм	485-500 нм	435-485 нм	380-435 нм

Допустим, на грань прозрачного кубика падает под углом 45 узкий пучок лучей от многомодового лазера. Этот пучок после преломления падает на смежную грань кубика, а затем отразившиеся лучи падают на грань, противолежащую первой. Излучение лазера содержит лучи (из видимой части *спектра*) с длинами волн 402 нм, 450 нм, 604 нм и 720 нм. При этом зависимость показателя преломления вещества призмы от длины волны имеет вид: $n(\lambda)=1{,}50-\dfrac{\lambda}{2000\,\text{нм}}$. Какого цвета будут лучи, выходящие через разные грани кубика? Считать, что для данного материала при углах падения, более чем на 2° меньших, чем угол полного внутреннего отражения, более 95% энергии излучения приходится на преломленные лучи, а затем доля прошедшего света резко падает.

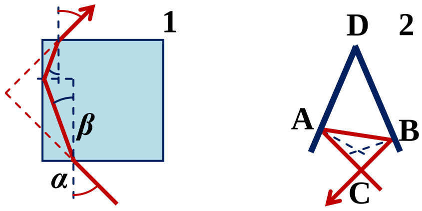
Ответы:

11.1. **При** $d<\dfrac{R}{3}$**.** При первом падении луча на внутреннюю поверхность изгиба синус угла падения $\sin(\alpha_1)=\dfrac{R-d/2}{R}=1-\dfrac{d}{2R}$ (см. рисунок). Для того, чтобы луч испытал полное внутреннее отражение, должно выполнятся условие $1-\dfrac{d}{2R}>\dfrac{1}{n}=\dfrac{5}{6}\Rightarrow d<\dfrac{R}{3}$. Угол ПВО для этого материала $\alpha_{ПВО}=\arcsin\left(\dfrac{5}{6}\right)\approx 56{,}4°$. При таком значении угла падения следующее



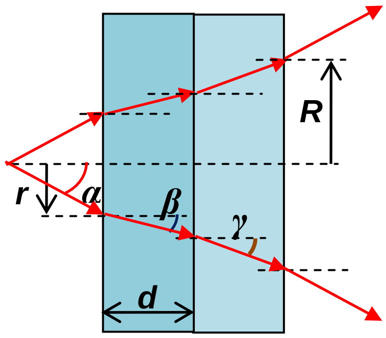
падение произойдет уже на ровном участке пластины под углом $\alpha_2>67°$. Ясно, что и тут произойдет полное внутреннее отражение. Следовательно, при $d<\dfrac{R}{3}$ лучи пройдут, не выходя из пластины, до другого ее торца.

11.2. **Построение см. на рисунке, 90°, 90°.** Для заданной величины показателя преломления угол полного внутреннего отражения равен $\alpha_{ПВО}=\arcsin\left(\dfrac{1}{n}\right)=45°$. При падении на первую грань луч преломляется, причем угол преломления $\beta=\arcsin\left(\dfrac{\sin(\alpha)}{n}\right)=30°$. Угол падения на смежную грань,



на которую падает луч после преломления (см. построение на рисунке) равен 60°, и тут луч испытывает полное внутреннее отражение, а затем падает на противолежащую грань под углом $\beta=30°$, и выходит из куба под углом $\alpha=45°$. Как видно, луч поворачивается на 90° от исходного направления. Теперь рассмотрим двугранное зеркало. Пусть угол падения луча в точке A равен α. Тогда угол A в треугольнике ADB равен $90°-\alpha$. Поскольку угол D равен 45°, то величина угла B $180°-45°-(90°-\alpha)=45°+\alpha$. Значит, углы падения и отражения в точке B равны $45°-\alpha$. Поэтому угол C в треугольнике ABC, который в точности равен углу поворота луча после двух отражений $\varphi=180°-2\alpha-2\cdot(45°-\alpha)=90°$, причем независимо от α! И здесь луч поворачивается на 90° от исходного направления.

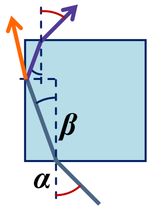
11.3. **Радиус пятна примерно 7,59 см, угол расходимости пучка остается прежним и равен 60°.** Из закона преломления света следует, что произведение синуса угла отклонения луча от нормали на показатель преломления в среде остается неизменным: $n\cdot\sin(\alpha)=const$. Из этого факта сразу следует, что после выхода из пластины обратно в воздух угол отклонения крайних лучей от оси пучка становится прежним, и поэтому и угол расходимости пучка останется прежним, то есть равным 60°. Обозначим угол отклонения крайних лучей от оси пучка в воздухе $\alpha=30°$, в первом слое пластины β, а во втором слое – γ. Из закона преломления $\sin(\beta)=\dfrac{1}{n_1}\sin(\alpha)=\dfrac{3}{8}$ и $\sin(\gamma)=\dfrac{1}{n_2}\sin(\alpha)=\dfrac{5}{12}$. Из построения



хода лучей (см. рисунок) видно, что $R = r + d \cdot [\mathrm{tg}(\beta) + \mathrm{tg}(\gamma)]$. Выражая тангенсы углов с помощью соотношения $\mathrm{tg}(\varphi) = \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)} = \frac{\sin(\varphi)}{\sqrt{1-\sin^2(\varphi)}}$, найдем: $\mathrm{tg}(\beta) = \frac{3}{\sqrt{55}}$ и $\mathrm{tg}(\gamma) = \frac{5}{\sqrt{119}}$.

Значит, $R = r + d \cdot \left(\frac{3}{\sqrt{55}} + \frac{5}{\sqrt{119}}\right) \approx 7{,}59$ см.

11.4. **Лучи, выходящие через смежную грань куба, на которую падает пучок изнутри в первый раз, будут относиться к оранжево-красной части спектра, а лучи, выходящие через противолежащую грань – к сине-фиолетовой.** Как видно из построения, при прохождении куба указанным в условии образом лучи могут испытывать полное внутреннее отражение на смежной грани куба. Угол преломления лучей при входе в куб удовлетворяет соотношению $\sin(\beta) = \frac{\sin(\alpha)}{n} = \frac{1}{n\sqrt{2}}$. Угол падения на смежную грань равен $90° - \beta$, и поэтому условие полного внутреннего отражения имеет вид $\cos(\beta) > \frac{1}{n} \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{1}{2n^2}} > \frac{1}{n}$. Из него следует, что лучи



полностью отражаются на смежной грани при $n > \sqrt{1{,}5} \approx 1{,}225$. Теперь подсчитаем показатель преломления для каждой длины волны и выясним, какие лучи удовлетворяют этому условию. Занесем результаты расчетов в таблицу:

λ, нм	**цвет**	***n***	смежная грань
402	фиолетовый	1,299	отражается
450	синий	1,275	отражается
604	оранжевый	1,198	проходит
720	красный	1,14	проходит

Как видно, красные и оранжевые лучи проходят через смежную грань. Заметим, что отличие углов падения от $\alpha_{ПВО}$, более 2° (для оранжевых лучей – примерно 2,76°, для красных 9,65°), то есть проходят практически все лучи. Синие и фиолетовые лучи испытывают полное внутреннее отражение на смежной грани и они выходят через противолежащую грань.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЯ 11:

№	критерий	максимальный балл
11.1	Выполнено правильное построение хода луча – 2 балла, правильно записано неравенство для толщины пластины – 3 балла.	**5**
11.2	Правильное построение хода луча для каждого случая – по 2 балла, правильный ответ для угла поворота луча – по 3 балла.	**10**
11.3	Правильное построение хода лучей – 3 балла, правильно найдены углы β и γ – по 2 балла, получена правильная формула для радиуса пятна – 3 балла, правильно найдено численное значение R – 2 балла, правильный ответ для угла расходимости пучка – 3 балла.	**15**
11.4	Получено условие ПВО $n > \sqrt{1{,}5} \approx 1{,}225$ – 4 балла, вычислены коэффициенты преломления для всех длин волн – по 1 баллу, проведено их сравнение с критическим значением для всех длин волн – по 1 баллу, правильно указан цвет для лучей, выходящей из смежной грани – 4 балла, правильно указан цвет для лучей, выходящей из противолежащей грани – 4 балла.	**20**

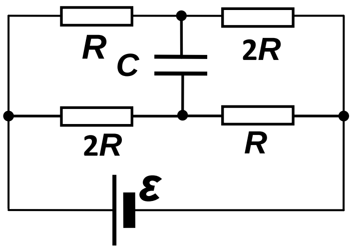
Максимальный балл за задание: **50**. Для промежуточных величин не обязательно находить числовые значения. Любое корректное решение с правильными конечными ответами получает максимальный балл.

Задание 12 (10-11 классы)

12. Конденсаторы – устройства для накопления электрического заряда при подключении к источнику напряжения. Конденсатор состоит из двух проводящих тел (обкладок), разделенных изолирующим промежутком. У «симметричных» конденсаторов обкладки одинаковые и расположены симметрично. У «плоских» конденсаторов обкладки – одинаковые плоские пластины, расположенные параллельно на малом расстоянии. Обычно конденсаторы заряжают симметрично – перенося заряд с одной обкладки на другую (то есть на одной обкладке оказывается заряд + q, а на другой – q). Тогда q называют зарядом конденсатора. Заряд обычно прямо пропорционален приложенному напряжению. Основная характеристика конденсатора – *электроемкость* (или просто *емкость*) – это отношение заряда конденсатора к величине напряжения между обкладками при этом заряде: $C \equiv \frac{q}{U}$. Единица измерения емкости – фарада ($1\text{Ф} = \frac{1\text{Кл}}{1\text{В}}$). Отметим, что емкость определяется именно по напряжению при «антисимметричной» зарядке: если, например, на обе обкладки симметричного конденсатора поместить одинаковый заряд, то напряжение между обкладками будет, конечно же, равно нулю. Вместе с зарядом конденсатор накапливает энергию в форме электростатического поля между обкладками. Энергия, запасенная конденсатором, определяется по формуле $E_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$.

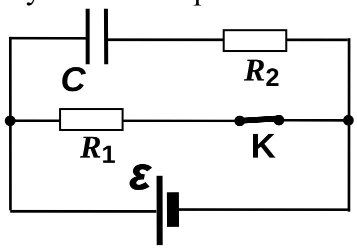
12.1. На пластины плоского конденсатора емкостью 20 нФ (нанофарада равна 10^{-9}Ф) нанесены заряды +1 мкКл и – 1 мкКл. Найдите напряжение между пластинами. Как изменится напряжение, если заряд отрицательной пластины изменить, сделав его равным +5 мкКл?

12.2. Найдите заряд конденсатора в схеме, показанной на рисунке. ЭДС источника равна $\mathcal{E} = 24$В, его внутреннее сопротивление пренебрежимо мало. Емкость конденсатора равна $C = 50$мкФ, сопротивление $R = 10$Ом. Схема находится в установившемся режиме (то есть текущие в ней токи постоянны).



12.3. Конденсатор емкостью $C = 50$мкФ подключают к источнику с ЭДС $\mathcal{E} = 60$В через цепь с общим сопротивлением $R = 10$Ом. Изначально конденсатор не заряжен, цепь разомкнута (с помощью ключа). Ключ замыкают, и конденсатор начинает заряжаться. Как будет изменяться ток в цепи в процессе зарядки (опишите качественно поведение величины силы тока)? Какую работу совершит источник до полной зарядки конденсатора? Чему равно КПД зарядки (отношение энергии, переданной конденсатору, к работе источника)? Какое количество тепла выделилось в схеме за время зарядки?

12.4. В схеме, показанной на рисунке, ключ долгое время был замкнут. В некоторый момент времени ключ разомкнули. Известно, что ЭДС источника равна $\mathcal{E} = 120$В, его внутреннее сопротивление $r = 5$Ом, величина сопротивлений $R_1 = 10$Ом и $R_2 = 15$Ом, емкость конденсатора $C = 50$мкФ. До какого напряжения был заряжен конденсатор до размыкания ключа? Каким стало напряжение на конденсаторе после размыкания ключа и перехода в установившийся режим?



Какое количество теплоты выделится в резисторе R_2 после размыкания ключа?

Ответы:

12.1. **50 В, 100 В.** В первом случае конденсатор заряжен стандартным образом до заряда 1 мкКл, и поэтому, согласно определению емкости, $U = \frac{q}{C} = 50$В. Во втором случае состояние конденсатора можно представить как наложение двух распределений заряда: (а) на обе пластины нанесен заряд +3 мкКл, (б) на одной пластине размещен заряд +2 мкКл, на другой заряд – 2 мкКл. Для первого распределения напряжение равно нулю, а второе соответствует конденсатору, заряженному до заряда 2 мкКл. Поэтому напряжение увеличилось в два раза по сравнению с первым случаем и равно 100 В.

12.2. **0,4 мКл.** Так как через конденсатор ток не течет, то можно считать, что к источнику подключены параллельно две ветви с сопротивлением по 30 Ом каждая. Тогда в каждой из этих ветвей течет ток $I_1 = I_2 = \dfrac{\mathcal{E}}{3R} = 0{,}8\,\text{А}$. Значит, напряжение на резисторе R в верхней ветви $U_1 = I_1 R = \dfrac{\mathcal{E}}{3} = 8\,\text{В}$, а напряжение на резисторе $2R$ в нижней ветви $U_2 = I_2 2R = 2\dfrac{\mathcal{E}}{3} = 16\,\text{В}$. Их разность дает напряжение на конденсаторе $U_C = U_2 - U_1 = \dfrac{\mathcal{E}}{3} = 8$ В. Заряд конденсатора $q = CU_C = C\dfrac{\mathcal{E}}{3} = 0{,}4\,\text{мКл}$.

12.3. **Сила тока будет максимальна в самом начале зарядки (сразу после замыкания ключа), а затем будет монотонно убывать, стремясь к нулю в установившемся режиме. Работа источника 0,18 Дж, КПД зарядки 50%, тепловые потери 0,09 Дж.** Ток в цепи зарядки определяется разностью ЭДС источника и напряжения на конденсаторе $I = \dfrac{\mathcal{E} - U_C}{R}$. В самом начале зарядки (сразу после замыкания ключа) напряжение на конденсаторе равно нулю, и сила тока максимальна (она равна $I_0 = \dfrac{\mathcal{E}}{R} = 6\,\text{А}$). В процессе зарядки напряжение на конденсаторе монотонно растет по мере накопления заряда. Следовательно, сила тока будет монотонно уменьшаться. Постепенно схема стремится к установившемуся режиму, в котором сила тока равна нулю (ветвь с конденсатором разомкнута), а напряжение на конденсаторе при этом стремится к величине ЭДС. Заряд, перемещенный источником с одной обкладки на другую, равен $q = C\mathcal{E} = 3$ мКл. Источник совершил работу $A = q\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2 = 0{,}18\,\text{Дж}$. Энергия, которую получил конденсатор $\Delta E_C = \dfrac{q^2}{2C} = \dfrac{1}{2}C\mathcal{E}^2 = 0{,}09\,\text{Дж}$, так что КПД зарядки $\eta = \dfrac{\Delta E_C}{A} A = 50\%$. Работа источника идет на увеличение энергии конденсатора и на компенсацию тепловых (джоулевых) потерь, поэтому выделившееся тепло $Q = A - \Delta E_C = \dfrac{1}{2}C\mathcal{E}^2 = 0{,}09\,\text{Дж}$.

8.4. **80 В, 120 В, 0,03 Дж.** Пока ключ был замкнут, в ветви с R_1 тек ток $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R_1 + r} = 8\,\text{А}$. Напряжение на равнялось $U_1 = IR_1 = R_1\dfrac{\mathcal{E}}{R_1 + r} = \dfrac{2}{3}\mathcal{E} = 80\,\text{В}$. Через R_2 ток не проходил, и поэтому напряжение на конденсаторе также равнялось $U_1 = 80\,\text{В}$. После размыкания ключа ток течет через источник и резистор R_2, дозаряжая конденсатор до нового равновесного напряжения $U = \mathcal{E} = 120\,\text{В}$. Для увеличении напряжения источник должен переместить с одной обкладки конденсатора на другую заряд $q = C(U - U_1) = \dfrac{1}{3}C\mathcal{E}$, совершив работу $A = q\mathcal{E} = \dfrac{1}{3}C\mathcal{E}^2 = 0{,}24\,\text{Дж}$. Энергия конденсатора увеличилась на $\Delta E_C = \dfrac{CU^2}{2} - \dfrac{CU_1^2}{2} = \dfrac{5}{18}C\mathcal{E}^2 = 0{,}2\,\text{Дж}$. Таким образом, всего в схеме выделилось количество тепла, равное $Q = A - \Delta E_C = \dfrac{1}{18}C\mathcal{E}^2 = 0{,}04\,\text{Дж}$. Это тепло выделялось на резисторе R_2 и на внутреннем сопротивлении источника. Так как они включены последовательно, то они делят это тепло пропорционально сопротивлениям, то есть резистор получит $\frac{R_2}{R_2+r}=75\%$ от всего выделившегося тепла: $Q_2=\frac{3}{4}Q=\frac{1}{24}C\mathcal{E}^2=0{,}03$Дж.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЯ 12:

№	критерий	максимальный балл
12.1	Правильно найдено напряжение в первом случае – 2 балла, для второго случая используется принцип суперпозиции – 2 балла, правильно найдено напряжение во втором случае – 3 балла.	**7**
12.2	Указано, что ток течет через две одинаковые ветви – 1 балл, найдена сила тока в каждой ветви – 2 балла, правильно найдено напряжение на конденсаторе – 2 балла, правильно найден заряд конденсатора – 3 балла.	**8**
12.3	Правильно описано качественно поведение силы тока – 3 балла (1 – за указание на максимум в начале, 1 – за монотонно убывание, 1 – за стремление к нулю), правильно найден перемещенный заряд – 2 балла, правильно вычислена работа источника – 3 балла, правильно найден КПД – 3 балла, правильный вычислены тепловые потери – 4 балла.	**15**
12.4	Правильно найдена сила тока в цепи до размыкания – 2 балла, определено правильное значение начального напряжения на конденсаторе – 4 балла, указано конечное значение напряжения – 2 балла, правильно вычислен перемещенный заряд – 3 балла, вычислена работа источника – 3 балла, вычислено изменение энергии конденсатора – 3 балла, правильно найдено количество теплоты – 3 балла.	**20**

Максимальный балл за задание: **50**. Для промежуточных величин не обязательно находить числовые значения. Любое корректное решение с правильными конечными ответами получает максимальный балл.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

Заключительный этап состоял из двух туров: практического и теоретического. На **практическом туре** участники олимпиады выполняли задания виртуальных робототехнических соревнований в рамках направления **«Робокарусель»**. В рамках направлений **«Autonet14+», «Эконет14+»** и **«Инженерный проект»** участники дистанционно защищали свои проекты.

На **теоретическом туре** участники выполняли олимпиадные задания по физике: в младшей подгруппе – дистанционно, в старшей подгруппе – дистанционно с использованием технологий, обеспечивающих идентификацию участника и наблюдение за выполнение им требований Регламента олимпиады.

Участники из 10 и 11 классов проходили **собеседование по физике** с членами жюри олимпиады в режиме видеоконференцсвязи, с идентификацией участника.

Распределение баллов:

Робототехнические соревнования и защита проектов (индивидуальный зачет) – максимальная оценка 40 баллов: За все соревнования выставлялись технические баллы в соответствии с регламентом соревнований. Технические баллы пересчитывались в 40-балльную итоговую оценку робототехнических соревнований по линейной монотонной шкале.

Собеседование с экспертами (выставляются индивидуальные оценки) – максимальная оценка 10 баллов.