

Набор задач для самостоятельного решения по занятию 10.

Темы: геометрическая оптика, волны, волновая оптика.

Задача 1 (3 балла) [прямолинейность распространения света, тень, полутень]

Лампа, светящаяся поверхность которой – горизонтальный круг диаметром 0,5 м прикреплена к потолку на высоте 3 м над полом. На высоте 2 м над полом параллельно ему расположен круглый непрозрачный экран, диаметр которого 0,5 м. Центр лампы и центр экрана лежат на одной вертикали. Найдите максимальное расстояние между крайними точками полутени на полу. Ответ запишите в метрах.

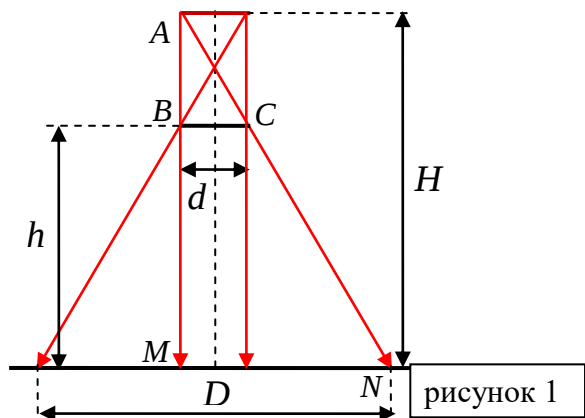
Подсказка 1: Нужно построить картину хода световых лучей в вертикальной плоскости, проходящей через общую ось лампы и экрана.

Подсказка 2: Тень от экрана на полу – круг с диаметром d , равным диаметру экрана (который равен диаметру лампы), а полутень – кольцо вокруг этого круга с внешним диаметром $D > d$.

Подсказка 3: Из построения видно, что $\frac{D+d}{2d} = \frac{H}{H-h} = 3$.

Решение:

Построим картину хода световых лучей в вертикальной плоскости, проходящей через общую ось лампы и экрана (рисунок 1). Как видно из этого построения, максимальное расстояние



между крайними точками полутени на полу – это диаметр внешней границы области полутени (тень – это круг с диаметром d , а полутень – кольцо с внутренним диаметром d и внешним диаметром D). Из соотношения подобия треугольников ABC и AMN следует, что

$\frac{|MN|}{d} = \frac{H}{H-h}$, а $|MN| = \frac{D+d}{2}$, поэтому $D = \frac{H+h}{H-h}d$. Подставляя значения, найдем:

$D = 2,5$ м. ОТВЕТ: 2,5.

Задача 2 (3 балла) [тонкие линзы, фокусное расстояние, оптический центр]

Параллельный световой пучок падает на собирающую линзу. На расстоянии 25 см от нее расположена рассеивающая линза. Оптическая сила собирающей линзы равна 4 дптр, фокусное расстояние рассеивающей линзы 20 см. Диаметры линз равны 6 см. За рассеивающей линзой на расстоянии L расположен экран. Плоскости линз и экрана параллельны, главные оптические оси линз совпадают. Каким должно быть L , чтобы экран был освещен равномерно? Ответ дайте в см.

Подсказка 1: Обратим внимание, что фокусное расстояние собирающей линзы равно 25 см, то есть в точности равно расстоянию до рассеивающей линзы.

Подсказка 2: Поэтому все лучи, прошедшие через собирающую линзу, попадают в центр рассеивающей линзы.

Подсказка 3: Для равномерного освещения экрана эти лучи должны равномерно заполнить область экрана, расположенную за линзами, то есть образовать на экране круг с диаметром, равным диаметру линз.

Решение:

Обратим внимание, что фокусное расстояние собирающей линзы (обратное ее оптической силе) равно 25 см, то есть в точности равно расстоянию до рассеивающей линзы. Поэтому все лучи, прошедшие через собирающую линзу, попадают в центр рассеивающей и проходят

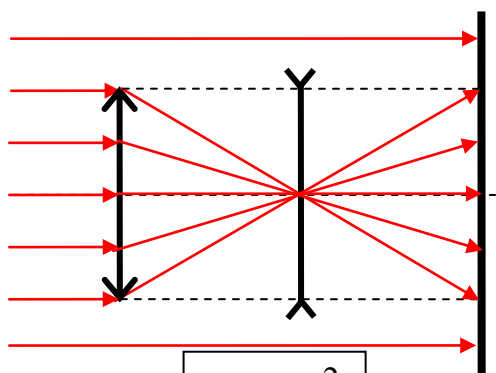


рисунок 2

ее без преломления (рисунок 2). Для равномерного освещения экрана они должны равномерно заполнить область экрана, расположенную за линзами, то есть образовать на экране круг с диаметром, равным диаметру линз. Для этого L должно в точности равняться расстоянию между линзами, то есть 25 см. Следует обратить внимание, что в вопросе много «избыточных» данных – для получения ответа мы использовали только величину оптической силы собирающей линзы и расстояние между линзами. Видно, что в заданиях ЕГЭ иногда могут быть «лишние» данные

ОТВЕТ: 25.

Задача 3 (3 балла) [тонкие линзы, изображения, формула линзы]

Небольшой светящийся предмет находится на оптической оси линзы, величина фокусного расстояния которой $|F|$, на расстоянии a от нее, перпендикулярно оси. Определите характеристики изображения предмета для разных значений a . В качестве ответа задания напишите подряд номера ответов для случаев А, Б, В и Г (не разделяя знаками препинания, например: 1324).

Тип линзы и величина a	изображение
А) собирающая линза, $a = \frac{ F }{2}$	1) действительное увеличенное
Б) рассеивающая линза, $a = \frac{3 F }{2}$	2) мнимое уменьшенное
В) собирающая линза, $a = \frac{3 F }{2}$	3) действительное уменьшенное
Г) рассеивающая линза, $a = \frac{ F }{2}$	4) мнимое увеличенное

Таблица для ответа:

А	Б	В	Г

Подсказка 1: из формулы тонкой линзы: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$ следует, что $b = \frac{aF}{a - F}$, а поперечное

увеличение $\Gamma = \left| \frac{b}{a} \right| = \left| \frac{F}{a - F} \right|$.

Подсказка 2: для собирающей линзы $F = |F|$, а для рассеивающей $F = -|F|$.

Подсказка 3: $b > 0$ соответствуют действительному изображению, а $b < 0$ - мнимому, $\Gamma > 1$ - увеличенному изображению, $\Gamma < 1$ - уменьшенному.

Решение:

Весь анализ удобно провести на базе формулы тонкой линзы: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} = \pm \frac{1}{|F|}$. Здесь b - расстояние от линзы до изображения, знак «плюс» относится к собирающей линзе, «минус» - к рассеивающей. Отсюда выражаем: $b = \frac{aF}{a - F}$, или $b = \frac{a|F|}{a - |F|}$ для собирающей линзы и $b = -\frac{a|F|}{a + |F|}$ для рассеивающей. Для каждого случая $b > 0$ соответствуют действительному изображению (случай В), а $b < 0$ - мнимому (А, Б и Г). Поперечное увеличение изображения $\Gamma = \left| \frac{b}{a} \right| = \frac{|F|}{|a \pm F|}$. Как видно, в случаях А и В $\Gamma > 1$ (изображение увеличенное), а в случаях Б и Г $\Gamma < 1$ (уменьшенное). Как видно, у рассеивающей линзы изображения при любом $a > 0$ изображение мнимое уменьшенное.

Полезно решить эту задачу еще и путем построения изображений.

ОТВЕТ: 4212.

Задача 4 (4 балла) [тонкие линзы, оптическая сила, построение хода лучей]

На тонкую рассеивающую линзу с оптической силой $D = -5$ Дптр падает узкий пучок световых лучей, идущий под углом $\alpha = 30^\circ$ к ее оптической оси. Точка падения пучка на линзу расположена на расстоянии $h = 2$ см от оптической оси. Под каким углом β к оптической оси будет ориентирован пучок после прохождения линзы? Ответ выразить в градусах, округлив до целого значения.

Подсказка 1: удобно использовать для построения вспомогательный луч, идущий параллельно нашему пучку через оптический центр.

Подсказка 2: лучи преломленного пучка должны пересекаться с ним в фокальной плоскости линзы.

Подсказка 3: расстояние от точки пересечения до фокуса можно записать через тангенсы α и β .

Решение:

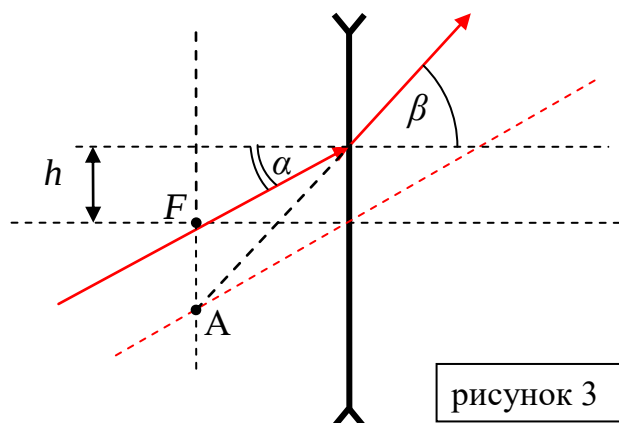


рисунок 3

Для определения направления преломленных линзой лучей построим вспомогательный луч, идущий параллельно нашему пучку через оптический центр. Он проходит линзу без преломления, а лучи преломленного пучка должны пересекаться с ним в фокальной плоскости линзы (в точке А на рисунке 3). Поскольку $|FA| = |F| \cdot \operatorname{tg}(\alpha) = |F| \cdot \operatorname{tg}(\beta) - h$, то

$$\operatorname{tg}(\beta) = \operatorname{tg}(\alpha) + \frac{h}{|F|}.$$

С учетом определения оптической силы линзы $D \equiv \frac{1}{F} = -\frac{1}{|F|}$ получаем: $\beta = \arctg[\operatorname{tg}(\alpha) - Dh] \approx 34^\circ$.

Ответ: 34.

Задача 5 (4 балла) [закон преломления света, область тени]

В дно водоема глубиной $H = 2$ м вбита свая, которая на $h = 75$ см выступает из воды. Найти длину тени от сваи на дне водоема, если высота Солнца над горизонтом в данный момент $\varphi = 45^\circ$. Показатель преломления воды $n = \frac{4}{3}$. Ответ выразить в см, округлив до целого значения.

Подсказка 1: следует построить ход луча, падающего от вершины сваи на дно водоема.

Подсказка 2: длина тени от сваи l на дне водоема складывается из суммы горизонтальных проекций участков этого луча в воздухе и в воде: $l = l_1 + l_2 = h \cdot \operatorname{ctg}(\varphi) + H \cdot \operatorname{tg}(\beta)$, где β - угол преломления этого луча в воде.

Подсказка 3: в соответствии с законом преломления $\sin(\beta) = \frac{\sin(\alpha)}{n} = \frac{\cos(\varphi)}{n}$.

Решение:

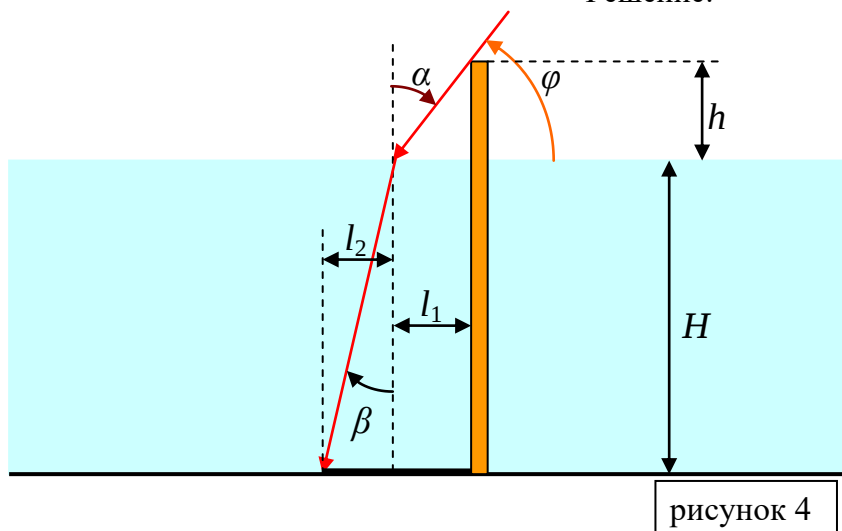


рисунок 4

Построим ход «крайнего» солнечного луча, падающего от вершины сваи на дно водоема (см. рисунке 4). Ясно, что длина тени от сваи l на дне водоема складывается из суммы горизонтальных проекций участков этого луча в воздухе и в воде:

$$l = l_1 + l_2 = h \cdot \operatorname{ctg}(\varphi) + H \cdot \operatorname{tg}(\beta).$$

Угол преломления луча β определяется из закона преломления: так как $\alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi$, то

$$\sin(\beta) = \frac{\sin(\alpha)}{n} = \frac{\cos(\varphi)}{n}, \text{ и поэтому } \operatorname{tg}(\beta) = \frac{\sin(\beta)}{\sqrt{1 - \sin^2(\beta)}} = \frac{\cos(\varphi)}{\sqrt{n^2 - \cos^2(\varphi)}}. \text{ Итак:}$$

$$l = h \cdot \operatorname{ctg}(\varphi) + \frac{H \cos(\varphi)}{\sqrt{n^2 - \cos^2(\varphi)}} \approx 200 \text{ см.}$$

Ответ: 200.

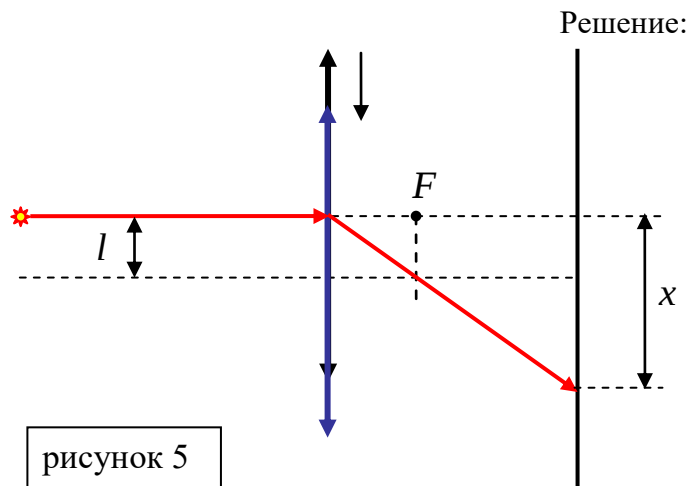
Задача 6 (4 балла) [тонкая линза, построение хода лучей, оптическая сила]

На экране, расположенном на расстоянии $b = 60$ см от собирающей линзы, получено изображение точечного источника, находящегося на главной оптической оси линзы. На какое расстояние x переместится изображение на экране, если при неподвижном источнике переместить линзу на $l = 2$ см в плоскости, перпендикулярной главной оптической оси? Оптическая сила линзы $D = 5$ Дптр. Ответ выразить в см.

Подсказка 1: поскольку источник первоначально находился на оптической оси линзы, то его изображение было в точке пересечения оптической оси и экрана.

Подсказка 2: после смещения линзы луч, идущий вдоль «старой» оптической оси, преломляется таким образом, чтобы попасть в «новый» фокус.

Подсказка 3: если выполнить построение этого луча, то видно, что смещение изображения пропорционально смещению линзы.



Поскольку источник первоначально находился на оптической оси линзы, то его изображение было в точке пересечения оптической оси и экрана. После смещения линзы луч, идущий вдоль «старой» оптической оси, преломляется таким образом, чтобы попасть в «новый» фокус (см. рисунок 5). Из подобия возникших треугольников: $\frac{l}{F} = \frac{x}{b}$, где F - фокусное

расстояние линзы. Из этого соотношения легко выражаем: $x = \frac{bl}{F} = Dbl = 6$ см.

Ответ: 6.

Задача 7 (5 баллов) [тонкая линза, увеличение, формула линзы]

Тонкая линза с фокусным расстоянием $F = 24$ см дает на экране четкое изображение нити небольшой лампочки, расположенной перпендикулярно оптической оси, с четырехкратным увеличением. Лампочку отодвинули от линзы вдоль ее оптической оси на расстояние $s = 6$ см, не меняя положение линзы и экрана. На какое расстояние надо сдвинуть после этого экран (вдоль оптической оси) относительно его первоначального положения, чтобы на нем вновь наблюдалось четкое изображение нити? Ответ записать в см.

Подсказка 1: если a - первоначальное расстояние от нити лампы до линзы, а b - первоначальное расстояние от линзы до экрана, то $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$, а наблюдаемое увеличение $4 = \frac{b}{a}$.

Подсказка 2: из этих соотношений можно найти a и b .

Подсказка 3: после того, как лампочку отодвинули от линзы: $a' = a + s = \frac{5}{4}F + s = 36$ см, а b' находится из формулы линзы.

Решение:

Запишем формулу линзы и формулу для поперечного увеличения: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$ и $\Gamma = 4 = \frac{b}{a}$. Из последнего соотношения: $b = 4a$, и, подставив это в первое, найдем, что $b = 5F = 120$ см, $a = \frac{5}{4}F = 30$ см. После того, как лампочку отодвинули от линзы: $a' = a + s = \frac{5}{4}F + s = 36$ см, снова пользуясь формулой линзы, находим $b' = \frac{a'F}{a' - F} = \frac{(5F + 4s)F}{F + 4s} = 72$ см. Таким образом, экран надо придвинуть к линзе на расстояние $l = b - b' = \frac{16Fs}{F + 4s} = 48$ см.

Ответ: 48.

Задача 8 (5 баллов) [тонкая линза, формула линзы, относительное отверстие объектива]

Объективы современных фотоаппаратов имеют переменное фокусное расстояние. При изменении фокусного расстояния «наводка на резкость» не сбивается. Условимся считать изображение на пленке резким, если вместо идеального изображения точки на пленке получается пятно диаметром не более 0,05 мм. Поэтому, если линза объектива находится на фокусном расстоянии от пленки, то резкими окажутся не только очень удаленные предметы, но и все предметы, находящиеся дальше некоторого расстояния L . Пусть это расстояние равно 9 м, если фокусное расстояние объектива 60 мм. Каким станет это расстояние, если, не меняя «относительного отверстия», уменьшить фокусное расстояние объектива до 20 мм? («Относительное отверстие» - это отношение фокусного расстояния объектива к диаметру его входного отверстия.) При расчетах считать объектив тонкой линзой. Сделайте рисунок, поясняющий образование пятна. Ответ запишите в метрах.

Подсказка 1: Так как лучи от дальних объектов фокусируются на пленке, то объектив – собирающая линза. Пятно размером δ образуется из-за того, что изображение точки, находящейся на расстоянии L от объектива, находится за пленкой.

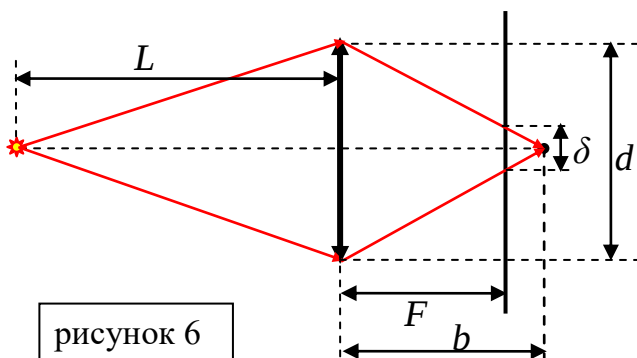
Подсказка 2: Расстояние b от объектива до изображения точки, находящейся на расстоянии L от объектива, связано с фокусным расстоянием объектива формулой линзы.

Подсказка 3: По условию, у объектива зафиксировано «относительное отверстие», то есть величина $\alpha \equiv \frac{F}{d}$. Значит, диаметр входного отверстия объектива связан с фокусным

расстоянием соотношением $d = \frac{F}{\alpha}$.

Решение:

Так как лучи от дальних объектов фокусируются на пленке, то объектив – собирающая линза. Сделаем поясняющий рисунок 6:



Как видно, пятно размером δ образуется из-за того, что изображение точки, находящейся на расстоянии L от объектива, находится за пленкой, на расстоянии b от объектива. Запишем

формулу линзы для этой точки и ее изображения: $\frac{1}{L} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} \Rightarrow L = \frac{b}{b-F} F$. Из подобия

треугольников также находим, что $\frac{\delta}{d} = \frac{b-F}{b}$, и поэтому $L = \frac{d}{\delta} F$. По условию, у объектива

зафиксировано «относительное отверстие», то есть величина $\alpha \equiv \frac{F}{d}$. Значит, диаметр входного

отверстия объектива связан с фокусным расстоянием соотношением $d = \frac{F}{\alpha}$. Подставляя это

выражение в формулу для L , находим, что для любого объектива с заданным α минимальное расстояние до объекта с резким изображением $L = \frac{F^2}{\alpha \delta}$. Эту формулу можно применить для двух

случаев: $L_1 = \frac{F_1^2}{\alpha \delta}$ и $L_2 = \frac{F_2^2}{\alpha \delta}$, откуда находим, что $L_2 = \frac{F_2^2}{F_1^2} L_1 = 1 \text{ м}$.

ОТВЕТ: 1.

Задача 9 (3 балла) [дифракционная решетка, длина волны]

Дифракционная решетка, имеющая 750 штрихов на 1 см, расположена параллельно экрану на расстоянии 1,5 м от него. На решетку нормально падает пучок монохроматического света. Определите длину волны света, если расстояние на экране между максимумами второго порядка, расположенными по разные стороны от центрального максимума (нулевого порядка), равно 22,5 см. Считайте, что для угловых направлений на эти максимумы $\operatorname{tg}(\alpha) \approx \sin(\alpha)$. Ответ дайте в нанометрах.

Подсказка 1: после прохождения решетки лучи, отвечающие максимуму порядка m , отклоняются на угол, определяемый условием $d \sin(\varphi_m) = m\lambda$.

Подсказка 2: Вторые максимумы расположены симметрично относительно главного, и расстояние между ними D на экране на расстоянии L за решеткой равно удвоенному расстоянию от главного до второго.

Подсказка 3: Поэтому $D = 2L \operatorname{tg}(\varphi_2)$.

Решение:

После прохождения решетки лучи, отвечающие максимуму порядка m , отклоняются на угол, определяемый условием $d \sin(\varphi_m) = m\lambda$, где d – период решетки, равный $\frac{4}{3} \cdot 10^{-5}$ м.

Поскольку можно считать, что $\operatorname{tg}(\varphi_2) \approx \sin(\varphi_2)$, то $\operatorname{tg}(\varphi_2) \approx \frac{2\lambda}{d}$. Вторые максимумы расположены симметрично относительно главного, и расстояние между ними D на экране на расстоянии L за решеткой равно удвоенному расстоянию от главного до второго:

$$D = 2L \operatorname{tg}(\varphi_2) \approx \frac{4\lambda L}{d}. \text{ Значит, } \lambda \approx \frac{dD}{4L} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 500 \text{ нм}.$$

ОТВЕТ: 500.

Задача 10 (4 балла) [дифракционная решетка, линза, длина волны]

Дифракционная решетка с периодом $d = 10^{-5}$ м расположена параллельно экрану на расстоянии $L = 2,5$ м от него. Между решеткой и экраном практически вплотную к решетке и параллельно ей расположена линза, которая фокусирует свет, прошедший через решетку, на экране. Решетка освещается нормально падающим монохроматическим пучком света, и при этом максимум порядка $m = 2$ наблюдается на экране на расстоянии $x = 15$ см от центра дифракционной картины. Найти длину волны света в нанометрах, округлив до целого значения.

Подсказка 1: после прохождения решетки лучи, отвечающие максимуму порядка m , отклоняются на угол, определяемый условием $d \sin(\varphi) = m\lambda$.

Подсказка 2: угол отклонения можно считать малым (так как $x \ll L$), то есть $\operatorname{tg}(\varphi) \approx \sin(\varphi) \approx \varphi$.

Подсказка 3: линза собирает все такие лучи в точку, расположенную в фокальной плоскости, причем положение точки определяется по отклонению от оси линзы луча, проходящего под углом φ к оси через оптический центр линзы.

Решение:

После прохождения решетки лучи, отвечающие максимуму порядка m , отклоняются на угол, определяемый условием $d \sin(\varphi) = m\lambda$. Поскольку угол отклонения можно считать

малым (так как $x \ll L$), то $\varphi \approx m \frac{\lambda}{d}$. Линза собирает все такие лучи в точку, расположенную

в фокальной плоскости (она попадает на экран, так как там наблюдается дифракционная картина). Ясно, что положение точки определяется по отклонению от оси линзы луча,

проходящего под углом φ к оси через оптический центр линзы, то есть $x = L \cdot \operatorname{tg}(\varphi) \approx m \frac{\lambda L}{d}$.

Выражая длину волны, находим: $\lambda \approx \frac{dx}{mL} = 300 \text{ нм}$.

Ответ: 300.