

11 класс, Экспресс-подготовка к ЕГЭ по физике

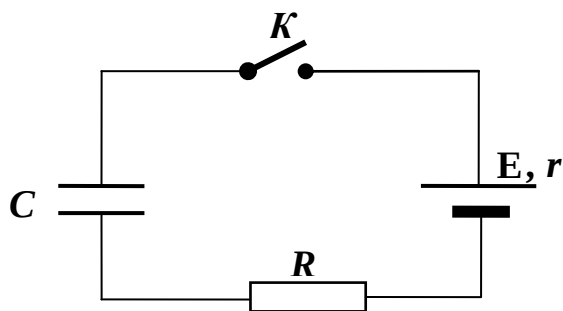
Теоретический обзор к занятию 7(часть 2).

Темы: переходные процессы, цепи переменного тока.

Процессы, связанные с переменными электромагнитными полями (например, развивающиеся в цепях переменного тока), очень разнообразны. Рассмотрение многих из них выходит за рамки школьной программы, и результаты такого рассмотрения совсем не используются в заданиях ЕГЭ. Поэтому сразу выделим именно те из них, которые важны. Это: переходные процессы, свободные электромагнитные колебания и периодические (в ЕГЭ рассматриваются почти исключительно только синусоидальные) токи.

Переходными называют процессы, обеспечивающие переход электромагнитной системы из одного стационарного состояния (т.е. состояния с неизменными характеристиками) в другое. Примером таких процессов являются: зарядка (разрядка) конденсаторов или перераспределение токов в ветвях с катушками индуктивности под действием источников постоянного напряжения. Рассмотрим такие процессы подробнее.

Цепи с резисторами и конденсаторами: Рассмотрим подключение источника ЭДС к участку цепи, содержащему резисторы и конденсаторы. Ясно, что в этой цепи появляется ток, причем в ходе зарядки конденсаторов напряжение на них изменяется, и поэтому токи в такой цепи будут изменяться с течением времени. Самый простой пример - процесс зарядки одного конденсатора емкостью C от батареи с постоянной ЭДС E .



После замыкания ключа в этой схеме начнется процесс зарядки. Напряжение на конденсаторе пропорционально его заряду $U_C = q/C$, а скорость изменения заряда есть ток зарядки: $q'_t = I$. Величина тока зарядки определяется из закона Ома для участка цепи с ЭДС

$$I = \frac{E - U_C}{r + R} \Rightarrow q'_t = \frac{E}{r + R} - \frac{1}{C(r + R)} q$$

Как видно, с ростом заряда q растет напряжение на конденсаторе, и уменьшается ток зарядки. Поэтому заряд конденсатора будет расти, но темп роста будет постоянно замедляться. По прошествии достаточно большого времени, когда заряд достигнет значения ряда окончится. При протекании тока выделяется джоулево тепло. Хотя мощность тепловых потерь изменяется с течением времени, подсчитать полное количество «потерянной» энергии довольно просто. В самом деле, как следует из определения ЭДС, сторонние силы источника совершили работу

$$A = q \cdot E = C E^2,$$

и при этом конденсатор получил энергию

$$E_C = \frac{C E^2}{2}.$$

Следовательно, потери энергии составляют тоже $\frac{C E^2}{2}$. Обычно основным способом потерь энергии является как раз выделение тепла. Другим каналом потерь энергии в этом случае является излучение цепью электромагнитных волн, но он существенен только для цепей с чрезвычайно низким сопротивлением или очень большой длиной цепи, и в системах, рассматриваемых в заданиях ЕГЭ, его обычно не учитывают. Заметим, что вычисление через

энергетический баланс дает количество тепла $Q \approx \frac{CE^2}{2}$, выделившееся во всех элементах схемы. В нашем примере, если сопротивлением подводящих проводов можно пренебречь, это тепло распределяется между сопротивлением резистора и внутренним сопротивлением батареи. Так как они включены в цепь зарядки последовательно, то доля общего тепла для каждого элемента пропорциональна его сопротивлению. Поэтому

$$Q_r = \frac{r}{r+R} \frac{CE^2}{2}, \quad Q_R = \frac{R}{r+R} \frac{CE^2}{2}.$$

Из этого примера можно некоторые важные общие выводы. Во-первых: ни конечный заряд конденсатора, ни полные потери энергии не зависят от величин сопротивления элементов. Это естественно, так как эти сопротивления не входят ни в условие прекращения зарядки (когда поле зарядов на обкладках конденсатора «уравновешивает» действие сторонних сил источника: $\frac{q}{C} = E$), ни в выражения для работы источника и энергии конденсатора. Во-вторых:

от величины сопротивления зависят скорость зарядки (можно заметить, что величина $\tau \equiv C(r+R)$ имеет размерность времени – она и характеризует время зарядки по порядку величины) и распределение выделившегося тепла между элементами цепи. В-третьих, конденсатор получает ровно половину энергии, потраченной источником в процессе зарядки (как иногда говорят, КПД зарядки конденсатора составляет 50 %). Такое простое соотношение между этими величинами встречается довольно часто, однако к его применению без вывода в решении задач надо подходить осторожно. Оно справедливо в том случае, если цепь зарядки содержит только линейные элементы, конденсаторы изначально не были заряжены и в конечном состоянии токи стали практически равны нулю. В других случаях это соотношение может нарушаться. Чтобы в этом убедиться, достаточно в рассмотренном примере зарядить конденсатор изначально (до подключения к батарее). Пусть этот начальный заряд $0 < q_0 < CE$. Тогда в процессе «дозарядки» конденсатора источник переместит заряд $\Delta q = CE - q_0$ и совершит работу $A = (CE - q_0)E$. Увеличение энергии конденсатора $\Delta E_c = (C^2E^2 - q_0^2)/2C$, следовательно

$$\frac{\Delta E_c}{A} = \frac{CE + q_0}{2CE} = \frac{1}{2} + \frac{q_0}{2CE} > \frac{1}{2}.$$

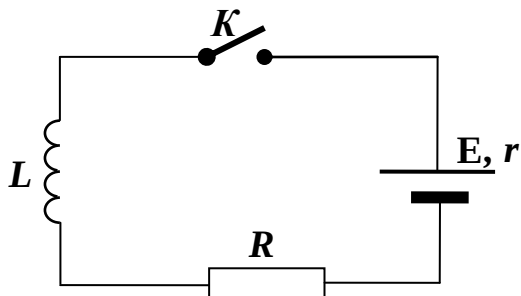
Цепи с резисторами и катушками индуктивности: катушки играют в электрических цепях роль «инерционных элементов», препятствующих быстрому изменению электрического тока. При изменении тока в катушке возникает ЭДС самоиндукции

$$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt} = -LI',$$

которая – в соответствии с правилом Ленца – поддерживает ток при его ослаблении и препятствует току при его возрастании. Эту инерционность можно также связать с тем, что в процессе установления тока катушка накапливает энергию (в форме магнитного поля). Энергия катушки с током

$$E_L = \frac{LI^2}{2}.$$

В «установившемся» режиме – при протекании постоянного тока – ЭДС индукции равна нулю, и поэтому катушка индуктивности обнаруживает свое присутствие в цепи только за счет своего омического сопротивления, то есть ведет себя как обычный резистор. Обычно считается, что у «идеальной» катушки индуктивности (которую часто и называют просто «индуктивностью») омическое сопротивление много меньше сопротивлений других элементов цепи, и им можно пренебречь. Снова, как и в случае с конденсаторами, рассмотрим процесс установления тока в катушке на примере простейшей цепи, содержащей источник постоянной ЭДС, резистор и индуктивность.



Мгновенное значение силы тока в такой цепи после замыкания ключа определяется суммарным действием ЭДС источника и ЭДС индукции:

$$I = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_i}{R + r} = \frac{\mathcal{E}}{R + r} - \frac{L}{R + r} \frac{dI}{dt} \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{L} - \frac{R + r}{L} I.$$

Это уравнение очень похоже на то, что описывало поведение заряда конденсатора. И это не случайно - функции $I(t)$ здесь и $q(t)$ в примере с зарядкой конденсатора ведут себя очень похоже. Только здесь смысл характерного времени установления тока в цепи с индуктивностью имеет величина $\tau = L / (R + r)$ – по прошествии времени $t \gg \tau$ в цепи течет

практически постоянный ток $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$, «не замечающий» присутствия индуктивности. Еще

одно важное свойство катушек индуктивности в переходных процессах состоит в том, что они, благодаря своему малому омическому сопротивлению, «вытягивают» ток из подключенных параллельно элементов с большим сопротивлением. По прошествии достаточно большого времени, когда в индуктивности устанавливается постоянный ток, напряжение на ней практически равно нулю, и поэтому через элемент с большим сопротивлением, подключенный параллельно индуктивности, ток практически не течет.

Цепи с конденсаторами и катушками индуктивности: Если в цепи, помимо катушек индуктивности, присутствуют также конденсаторы, которые также умеют накапливать энергию в форме электрического поля, то в цепи оказываются возможны свободные колебания, в ходе которых идет обмен энергией между конденсаторами и катушками (см. материалы к теме «гармонические колебания»).

Переменным называют ток, сила которого меняется с течением времени. Важным примером переменного тока является **синусоидальный** – ток, меняющийся по закону синуса $I(t) = I_m \sin(\omega t)$. В случае переменного тока понятие «сила тока» требует уточнения – речь

может идти о **мгновенном значении** силы тока $I \equiv \frac{dq}{dt} \equiv q'$, о **среднем значении** силы тока

за время t $\bar{I} \equiv \frac{\Delta q}{t}$ (ясно, например, что среднее значение синусоидального тока за период

равно нулю), или о **действующем значении** силы тока: так называют величину силы постоянного тока, энергетическое (например, тепловое) действие которого совпадает с действием рассматриваемого переменного. Например, действующее значение синусоидального тока в сопротивлении вычисляется по выделению тепла: мгновенное значение мощности тепловых потерь $P(t) = U(t) \cdot I(t) = RI^2(t) = R \cdot I_m^2 \sin^2(\omega t)$

$$Q_R = \int_0^T R \cdot I_0^2 \sin^2(\omega t) dt = \frac{1}{2} I_0^2 RT \equiv \tilde{I}^2 RT \Rightarrow \tilde{I} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

Для успешного выполнения заданий ЕГЭ по данной теме очень важно знать поведение основных элементов в цепи синусоидального тока:

Для **резистора** (сопротивления)

$$U_R = U_m \sin(\omega t) \\ I_R = \frac{U_R}{R} = \frac{U_m}{R} \sin(\omega t) = I_m \sin(\omega t), I_m = \frac{U_m}{R},$$

Таким образом, колебания силы тока и напряжения *синфазны*.

Для **конденсатора**

$$U_C = \frac{q_C}{C} = U_m \sin(\omega t)$$
$$I_C = \frac{d q_C}{d t} = C U_m \omega \cos(\omega t) = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), I_m = \omega C \cdot U_m$$

(колебания тока опережают колебания напряжения по фазе на $\frac{\pi}{2}$, а величину $\frac{1}{\omega C}$ часто называют **емкостным сопротивлением**).

Для **катушки индуктивности**: при протекании переменного тока через катушку в ней создается переменный магнитный поток и наводится ЭДС индукции, и поэтому

$$I_L = I_m \sin(\omega t)$$
$$U_L = -E_i = L \frac{d I}{d t} = \omega L I_m \cos(\omega t) = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), U_m = \omega L \cdot I_m$$

Как видно, здесь напряжение опережает ток по фазе на $\frac{\pi}{2}$, а величину ωL называют **индуктивным сопротивлением**.

Кроме перечисленных, в состав цепей переменного тока могут быть включены идеальные диоды (см. описание в теме «цепи постоянного тока»).