11 класс, Экспресс-подготовка к ЕГЭ по физике

Набор задач для самостоятельного решения по занятию 7.

Темы: магнитное поле, его действие на заряды и токи, явление электромагнитной индукции.

Задача 1 (2 балла) [магнитное поле, сила Ампера, равновесие проводника]
Прямолинейный проводник подвешен горизонтально на двух нитях в однородном магнитном поле. Вектор магнитной индукции горизонтален и перпендикулярен проводнику. По проводнику течет ток силой $I = 4$ А. Какова величина индукции магнитного поля, если при изменении направления тока на противоположное сила натяжения нитей изменилась в три раза? Масса единицы длины проводника 0,04 кг/м, ускорение свободного падения 10 м/с^2. Ответ запишите в миллитесла.

Подсказка 1: На проводник действуют две одинаковые силы натяжения нитей T, сила Ампера F_A и сила тяжести mg.

Подсказка 2: При изменении направления тока изменяется и направление силы Ампера, поэтому из условия равновесия следует, что $T_{1,2} = \frac{1}{2}(mg \pm F_A)$.

Подсказка 3: По условию $\frac{T_1}{T_2} = \frac{mg + F_A}{mg - F_A} = 3 \Rightarrow F_A = \frac{1}{2}mg$.

Решение:

На проводник действуют две одинаковые силы натяжения нитей T, сила Ампера F_A и сила тяжести mg, причем все эти силы направлены вертикально. По условию равновесия, сумма проекций этих сил вертикальную ось x равна нулю: $2T + F_{Ax} - mg = 0$. При изменении направления тока изменяется и направление силы Ампера, поэтому из условия равновесия следует, что $T_{1,2} = \frac{1}{2}(mg \pm F_A)$. По условию $\frac{T_1}{T_2} = \frac{mg + F_A}{mg - F_A} = 3 \Rightarrow F_A = \frac{1}{2}mg$. Таким образом, $IBl = \frac{1}{2}mg$ (здесь l – длина провода). Поэтому $B = \frac{mg}{2lI} = 0{,}05$ Тл.

Ответ: 50.

Задача 2 (4 балла) [магнитное поле, сила Ампера, равновесие контура]
Контур в виде разомкнутого квадрата со стороной $l = 22$ см может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через его «недостающую» сторону. В области пространства, в которой находится контур, создано магнитное поле, линии индукции которого горизонтальны, а ее величина равна $B = 0{,}2$ Тл. Изначально контур располагается горизонтально, опираясь дальней от оси стороной на подставку (см. рисунок 1). Затем в контуре создают ток I, величина которого плавно возрастает. При какой минимальной величине I треугольник оторвется от подставки? Сечение жесткого проводника, из которого сделан контур, равно $S = 1$ мм^2, плотность его материала $\rho = 5 \cdot 10^3$ кг/м^3. Ответ выразить в Амперах.

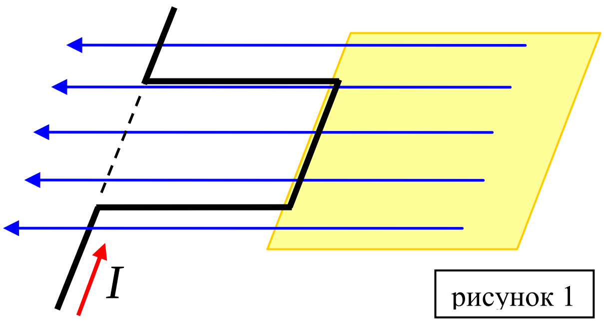

рисунок 1

Подсказка 1: сила Ампера, действующая на «боковые» стороны контура, равны нулю, а сила Ампера, действующая на сторону, лежащую на опоре, направлена вверх.
Подсказка 2: отрыв произойдет в том случае, если момент силы Ампера станет больше момента сил тяжести, действующих на все три стороны контура.

Подсказка 3: это означает, что $M_A = BIl \cdot l > M_g = 2mg\frac{l}{2} + mgl = 2mgl$.

Решение:

Используя правило определения силы Ампера, нетрудно убедиться, что эта сила, действующая на «боковые» стороны контура, равны нулю, а сила, действующая на сторону, лежащую на опоре, направлена вверх. Значит, суммарный момент сил Ампера будет стремиться повернуть контур так, чтобы оторвать его от подставки. Отрыв произойдет в том случае, если этот момент станет больше момента сил тяжести, то есть:

$$M_A = BIl \cdot l > M_g = 2mg\frac{l}{2} + mgl = 2mgl.$$

Здесь учтено, что силу Ампера, действующую на прямолинейный участок проводника с током в однородном магнитном поле можно считать приложенной к середине участка, а как и силу тяжести, действующую на каждую из сторон (здесь m - масса одной стороны). Кроме того, $m = \rho l S$. В результате находим, что для отрыва контура от опоры должно выполняться требование $I > \frac{2\rho S g}{B}$. Значит, $I_{\min} = \frac{2\rho S g}{B} \approx 0{,}5$ А.

ОТВЕТ: 0,5.

Задача 3 (3 балла) [магнитное поле, сила Лоренца, равномерное вращение]

Два электрона влетели в область пространства, в которой создано однородное магнитное поле: первый – перпендикулярно линиям индукции, второй – под углом $\alpha = 30°$ к ним. Величины их начальных скоростей отличались в два раза: $\frac{v_2}{v_1} = 2$. Во сколько раз отличаются радиусы описываемых (в проекции на плоскость, перпендикулярную $\vec{B}$) окружностей, периоды их обращения (в плоскости, перпендикулярной $\vec{B}$) и величины путей, пройденных в этой области за одну секунду? В качестве ответа напишите подряд номера ответов для случаев А , Б, В и Г (не разделяя знаками препинания, например: 132).

ОТНОШЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН	ЗНАЧЕНИЕ
А) отношение радиусов $\frac{R_1}{R_2}$ Б) отношение периодов $\frac{T_1}{T_2}$ В) отношение путей $\frac{s_1}{s_2}$	1) 1 2) 2 3) $\frac{1}{2}$ 4) $\sqrt{2}$

Таблица для ответа:

А	Б	В

Подсказка 1: связь радиуса с поперечной составляющей скорости заряда находится из уравнения движения заряда в магнитном поле: $m\frac{v_\perp^2}{R} = qv_\perp B$.

Подсказка 2: величина скорости заряда в магнитном поле неизменна.

Решение:

Из уравнения движения заряда в магнитном поле: $m\frac{v_\perp^2}{R} = qv_\perp B$ (здесь $v_\perp = v\sin\alpha$ - поперечная составляющая скорости заряда) найдем: радиус окружности $R = \frac{mv_\perp}{qB}$, период обращения $T = \frac{2\pi R}{v_\perp} = 2\pi\frac{m}{qB}$. Отсюда легко найти, что $\frac{R_1}{R_2} = \frac{T_1}{T_2} = 1$. Поскольку величина скорости заряда в магнитном поле неизменна, то пройденные за одно время пути пропорциональны величине скорости (несмотря на то, что траектория криволинейна), поэтому $\frac{s_1}{s_2} = \frac{1}{2}$.

Ответ: 113.

Задача 4 (4 балла) [магнитное поле, сила Лоренца, равномерное вращение]

Протон влетел внутрь соленоида радиуса $a = 5$ см, внутри которого создано однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл, двигаясь перпендикулярно оси соленоида вдоль его радиуса со скоростью $v = 9{,}56\cdot10^5$ м/с. На какой угол отклонится вектор скорости протона от первоначального направления к моменту вылета из соленоида? Ответ выразить в градусах, округлив до целого значения. Удельный заряд протона $\frac{e}{m_p} \approx 9{,}56\cdot10^7$ Кл/кг.

Подсказка 1: Протон будет двигаться в плоскости, перпендикулярной вектору индукции по окружности радиуса $R = \frac{m_p v}{eB}$.

Подсказка 2: Касательные к этой окружности в точках «влета» и «вылета» направлены по радиусу сечения цилиндра.

Подсказка 3: Связь радиуса соленоида и радиуса орбиты протона дается выражением $a = R\cdot tg\left(\frac{\alpha}{2}\right)$, в котором α – искомый угол.

Решение:

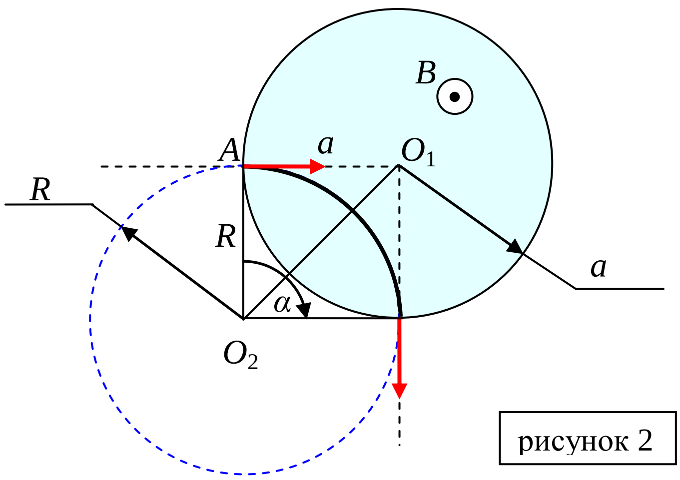

рисунок 2

Область, в которой создано магнитное поле (внутренность соленоида) имеет форму цилиндра, причем вектор индукции поля параллельно оси цилиндра. Следовательно, протон будет двигаться в плоскости, перпендикулярной вектору индукции по окружности радиуса $R = \frac{m_p v}{eB}$. Касательная к этой окружности в точке «влета» направлена по радиусу сечения цилиндра. Точки «влета» и «вылета» (точки пересечения двух окружностей) расположены симметрично относительно прямой, соединяющей центры окружностей, поэтому и касательная к окружности – траектории электрона в точке направлена по радиусу сечения цилиндра (см. рисунок 2). Как видно из прямоугольного треугольника AO_1O_2,

$$a = R \cdot tg\left(\frac{\alpha}{2}\right) \Rightarrow \alpha = 2\,arctg\left(\frac{a}{R}\right) = 2\,arctg\left(\frac{eBa}{mv}\right) \approx 2\,arctg(1) = 90°$$

Ответ: 90.

Задача 5 (5 баллов) [магнитное поле, сила Ампера, импульс силы]

Металлический стержень массы $m = 300$ г и длиной $L = 60$ см подвешен горизонтально на двух невесомых гибких проводниках длиной $l = 50$ см каждый. В этой области пространства создано однородное магнитное поле, индукция $\vec{B}$ которого направлена вертикально, а ее величина $B = 2$ Тл. По стержню пропускают короткий импульс тока со средней силой I длительностью $\tau = 0{,}1$ с. При каком минимальном значении I стержень совершит на повесах полный оборот, двигаясь по окружности вокруг оси, проходящей через точки подвеса? Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с^2. Ответ записать в Амперах.

Подсказка 1: так как период колебаний маятника с длиной l очевидно много больше τ, то можно пренебречь смещением стержня за время пропускания тока, и рассматривать разгон стержня силой Ампера в горизонтальном направлении.

Подсказка 2: импульс стержня после разгона определяется импульсом силы Ампера: $mv_0 = F_A \cdot \tau = IBL\tau$.

Подсказка 3: для совершения полного оборота необходимо, чтобы нити были натянуты вплоть до самой верхней точки окружности, скорость стержня в которой находится из закона сохранения энергии $v^2 = v_0^2 - 4gl$ и должна обеспечивать натянутость нитей.

Решение:

Так как период колебаний маятника с длиной l очевидно много больше τ, то можно пренебречь смещением стержня за время пропускания тока. В течение этого времени на стержень действовала сила Ампера $F_A = IBL$, и стержень разгонится до скорости $v_0 = \frac{F_A \cdot \tau}{m} = \frac{IBL\tau}{m}$. Для совершения полного оборота необходимо, чтобы нити были натянуты вплоть до самой верхней точки окружности, где уравнение для центростремительной компоненты ускорения позволяет установить, какой должна быть скорость в этой точке:

$$m\frac{v^2}{l} = T + mg \Rightarrow T = m\left(\frac{v^2}{l} - g\right) \geq 0 \Leftrightarrow v^2 \geq gl.$$

С другой стороны, по закону сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - mg2l \Rightarrow v^2 = \left(\frac{IBL\tau}{m}\right)^2 - 4gl.$$

Поэтому $\left(\frac{IBL\tau}{m}\right)^2 \geq 5gl \Rightarrow I \geq \frac{m\sqrt{5gl}}{BL\tau}$, то есть минимальный ток $I_{\min} = \frac{m\sqrt{5gl}}{BL\tau} \approx 12{,}5$ А.

Ответ: 12,5.

Задача 6 (5 баллов) [магнитное поле, сила Лоренца, равномерное вращение]

Точечный заряд $Q = 3{,}14$ мкКл закреплен неподвижно в области, в которой создано однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}05$ Тл. Небольшой заряженный шарик запускают таким образом, чтобы он вращался вокруг этого заряда в плоскости, перпендикулярной $\vec{B}$ по окружности радиуса $R = 30$ см: в первый раз – по часовой стрелке, второй раз – против (при взгляде «навстречу» $\vec{B}$). Найти разность периодов обращения $\Delta T = T_1 - T_2$. Ответ выразить в секундах, округлив до десятых.

Подсказка 1: на шарик действуют сила притяжения к заряду (ясно, что шарик заряжен отрицательно, иначе он не сможет в обоих случаях вращаться по окружности) и сила

Лоренца, причем в первом случае сила Лоренца направлена от центра окружности, во втором – к нему.

Подсказка 2: уравнение движения шарика с зарядом $-q$ в первом и втором случаях имеет вид $m\frac{v^2}{R}=\frac{kQq}{R^2}\mp qvB$.

Подсказка 3: это уравнение – квадратное относительно v, нам в каждом случае нужен его положительный корень, а периоды $T_{1,2}=\frac{2\pi R}{v_{1,2}}$.

Решение:

На шарик действуют сила притяжения к заряду (ясно, что шарик заряжен отрицательно, иначе он не сможет в обоих случаях вращаться по окружности) и сила Лоренца. В первом случае сила Лоренца направлена от центра окружности, во втором – к нему. Уравнение движения шарика $m\frac{v^2}{R}=\frac{kQq}{R^2}\mp qvB$, где q - модуль заряда шарика, знаки относятся к первому и второму случаям. Отметим, что в соответствии с условием (шарик не улетает от заряда, а крутится по окружности) должно быть $\frac{kQq}{R^2}>qvB \Rightarrow v<\frac{kQ}{BR^2}$. Записав уравнение движения как квадратное уравнение относительно скорости

$$v^2 \pm \frac{qBR}{m}v-\frac{kQq}{mR}=0$$

и взяв положительный корень, найдем, что

$$v_{1,2}=\mp\frac{qBR}{2m}+\sqrt{\left(\frac{qBR}{2m}\right)^2+\frac{kQq}{mR}}.$$

Периоды обращения $T_{1,2}=\frac{2\pi R}{v_{1,2}}$, и поэтому

$$\Delta T=\frac{2\pi R}{-\frac{qBR}{2m}+\sqrt{\left(\frac{qBR}{2m}\right)^2+\frac{kQq}{mR}}}-\frac{2\pi R}{\frac{qBR}{2m}+\sqrt{\left(\frac{qBR}{2m}\right)^2+\frac{kQq}{mR}}}=\frac{2\pi R^3B}{kQ}\approx 0{,}3\,\text{с}.$$

Как видно, $\Delta T>0$ - в первом случае период больше.

Ответ: 0,3.

Задача 7 (4 балла) [магнитное поле, электромагнитная индукция, равноускоренное движение]

Тонкий алюминиевый брусок прямоугольного сечения, имеющий длину $L=50$ см, соскальзывает из состояния покоя по гладкой наклонной плоскости из диэлектрика в вертикальном магнитном поле с индукцией $B=0{,}2$ Тл. Плоскость наклонена к горизонту под углом $\alpha=30°$. Продольная ось бруска при движении сохраняет горизонтальное направление. Найдите величину ЭДС индукции на концах бруска в момент, когда брусок пройдет по наклонной плоскости расстояние $s=1{,}6$ м. Ответ выразить в Вольтах.

Подсказка 1: на электроны проводимости в движущемся проводящем бруске действует сила Лоренца, модуль которой равен $F=evB\sin\alpha$.

Подсказка 2: электроны переместятся так, что возникшее электрическое поле уравновесит действие этой силы: $E=\frac{U}{L}=VB\sin\alpha$.

Подсказка 3: скорость бруска в конечном положении находится, например, из закона сохранения энергии: $\frac{mv^2}{2}=mgs\sin\alpha$.

Решение:

Скорость бруска будет направлена вдоль плоскости, поэтому угол между этой скоростью и $\vec{B}$ будет равен α или $\frac{\pi}{2}+\alpha$. На электроны проводимости в проводящем бруске действует сила Лоренца, модуль которой равен $F = evB\sin\alpha$, где v - мгновенная скорость бруска. Электроны переместятся так, что возникшее электрическое поле уравновесит действие этой силы: $E = \frac{U}{L} = VB\sin\alpha$. Следовательно, разность потенциалов (это и есть «ЭДС индукции на концах бруска») $U = vBL\sin\alpha$. Можно заметить, что эту величину можно посчитать как ЭДС индукции, наводимую в воображаемом «контуре», замыкаемом бруском. Скорость бруска в конечном положении находится, например, из закона сохранения энергии: $\frac{mv^2}{2} = mgh = mgs\sin\alpha$, откуда $v = \sqrt{2gs\sin\alpha}$. Подставляя это в формулу для ЭДС, получаем: $U = BL\sin\alpha\sqrt{2gs\sin\alpha} = 0{,}2\,\text{В}$.

Ответ: 0,2.

Задача 8 (5 баллов) [магнитное поле, электромагнитная индукция, механическая работа]

Квадратная рамка со стороной $a = 5\,\text{см}$ изготовлена из медной проволоки сопротивлением $R = 0{,}1\,\text{Ом}$. Рамку перемещают по гладкой горизонтальной поверхности с постоянной скоростью v вдоль оси x. Начальное положение рамки изображено на рисунке 3. За время движения рамка проходит между полюсами магнита и вновь оказывается в области, где магнитное поле отсутствует. Рамка все время движется с постоянной скоростью благодаря внешней силе F, направленной вдоль оси x и действующей в нужные моменты времени. С какой скоростью движется рамка, если суммарная работа внешней силы за время движения равна $A = 2{,}5\,\text{мДж}$? Ширина полюсов магнита $d = 20\,\text{см}$. Считать, что магнитное поле имеет резкую границу, однородно между полюсами, а его индукция $B = 1\,\text{Тл}$. Ответ выразить в м/с.

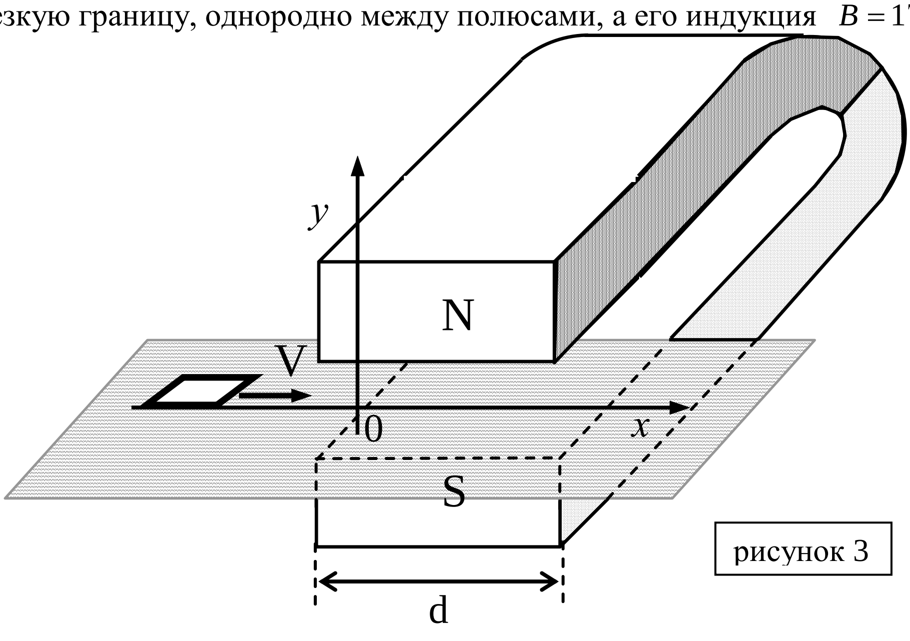

рисунок 3

Подсказка 1: при пересечении рамкой границы области поля со скоростью v изменяющийся магнитный поток создает ЭДС индукции $\text{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = vBa$.

Подсказка 2: в рамке возникает индукционный ток $I = \frac{\text{E}}{R} = \frac{vBa}{R}$, и на ее сторону, находящуюся в магнитном поле, действует сила Ампера $F_A = IBa$, направленная против скорости.

Подсказка 3: ток течет в рамке только во время изменения магнитного потока, т.е. при входе в пространство между полюсами и при выходе, поэтому внешнюю силу, уравновешивающую силу Ампера, надо прикладывать к рамке только в это время.

Решение:

При пересечении рамкой границы области поля со скоростью v изменяющийся магнитный поток создает ЭДС индукции $\mathrm{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = vBa$. В рамке возникает индукционный ток $I = \frac{\mathrm{E}}{R} = \frac{vBa}{R}$. При этом возникает тормозящая сила – это сила Ампера, действующая на сторону рамки, находящуюся в поле $F_A = IBa = \frac{B^2a^2}{R}v$, и для поддержания равномерного движения ее должна уравновешивать включающаяся на время пересечения границы внешняя сила $F = F_A = \frac{B^2a^2}{R}v$. Ясно, что ток течет в рамке только во время изменения магнитного потока, т.е. при входе в пространство между полюсами и при выходе. За это время рамка перемещается на расстояние $s = 2a$, и поэтому работа внешней силы $A = Fs = \frac{2B^2a^3}{R}v$.

Выражая скорость, получим $v = \frac{RA}{2B^2a^3} = 1$ м/с.

ОТВЕТ: 1.

Задача 9 (4 балла) [магнитное поле, электромагнитная индукция, постоянный ток, сопротивление]

Медное кольцо из провода диаметром $d = 2$ мм расположено в однородном магнитном поле, индукция которого меняется по величине со скоростью 1,09 Тл/с. Плоскость кольца перпендикулярна вектору магнитной индукции. Каков диаметр кольца, если возникающий в ней индукционный ток равен 10А? Удельное сопротивление меди $\rho = 1{,}72 \cdot 10^{-8}$ Ом·м. Ответ запишите в метрах.

Подсказка 1: ЭДС индукции в кольце $\mathrm{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ пропорциональна скорости изменения величины магнитной индукции: $\Delta\Phi = S\Delta B = \frac{\pi D^2}{4}\Delta\Phi \Rightarrow |\mathrm{E}| = \frac{\pi D^2}{4}\left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|$.

Подсказка 2: Нужно использовать закон Ома для участка цепи $|\mathrm{E}| = IR$ и формулу для сопротивления провода $R = \rho\frac{l}{\sigma}$.

Подсказка 3: Из этих формул следует, что $I = \frac{E}{4\rho D}d^2$.

Решение:

ЭДС индукции в кольце $\mathrm{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ пропорциональна скорости изменения величины магнитной индукции: $\Delta\Phi = S\Delta B = \frac{\pi D^2}{4}\Delta\Phi \Rightarrow |\mathrm{E}| = \frac{\pi D^2}{4}\left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|$. Здесь D – искомый диаметр кольца. Применим к кольцу закону Ома для участка цепи $|\mathrm{E}| = IR$ и формулу для сопротивления провода $R = \rho\frac{l}{\sigma}$, в которой длина кольца $l = \pi D$, а площадь сечения провода $\sigma = \frac{\pi d^2}{4}$. Тогда получим, что $I = \frac{E}{4\rho D} d^2 = \frac{\pi d^2}{16\rho} \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| D$, откуда $D = \frac{16\rho I}{\pi d^2} \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|^{-1} = 0{,}2$ м.

Ответ: 0,2.

Задача 10 (5 баллов) [магнитное поле, электромагнитная индукция, постоянный ток, сопротивление]

Из однородной проволоки сечением $\sigma = 0{,}2\ \text{мм}^2$ изготовили контур в виде квадрата со стороной $l = 10$ см и с «перемычкой» по его средней линии (см. рисунок 3). Контур поместили в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл, направленной перпендикулярно плоскости контура. Затем его согнули «пополам», вращая одну половину вокруг перемычки до совпадения с неподвижной другой половиной. Какой заряд протечет через перемычку за время сгибания? Удельное сопротивление материала проволоки равно $\rho = 2{,}5 \cdot 10^{-8}$ Ом·м. Ответ выразить в милликулонах.

Подсказка 1: ток в перемычке будет создаваться ЭДС индукции, возникающей в поворачивающемся контуре размером $l \times (l/2)$: $\text{E} = \frac{d\Phi}{dt}$.

Подсказка 2: сопротивление нагрузки для этой ЭДС $R_H = 2R + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}} = \frac{8R}{3}$ (здесь $R = \rho \frac{l}{\sigma}$ - сопротивление одной стороны квадрата), и ток в перемычке можно найти из законов параллельного соединения проводников: $I = \frac{1}{4R} \frac{d\Phi}{dt}$.

Подсказка 3: заряд, протекший за время dt через перемычку, $dq = Idt = \frac{d\Phi}{4R}$, поэтому полный заряд $q = \frac{\Delta\Phi}{4R}$.

Подсказка 4: изменение магнитного потока через поворачивающуюся «половину» контура $\Delta\Phi = +B(l^2/2) - (-B)(l^2/2) = Bl^2$.

Решение:

Можно обратить внимание, что ток в перемычке будет создаваться ЭДС индукции, возникающей в поворачивающемся контуре размером $l \times (l/2)$: $\text{E} = \frac{d\Phi}{dt}$. Считая ток постоянным (точнее, медленно меняюшимся), найдем, что сопротивление нагрузки для этой ЭДС $R_H = 2R + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}} = \frac{8R}{3}$ (здесь $R = \rho \frac{l}{\sigma}$ - сопротивление одной стороны квадрата), и ток в ветви с ЭДС $I_1 = \frac{E}{R_H} = \frac{3}{8R} \frac{d\Phi}{dt}$. Этот ток распределяется между перемычкой и неподвижной частью квадрата обратно пропорционально сопротивлению. Поэтому ток в перемычке $I = \frac{2}{3} I_1 = \frac{1}{4R} \frac{d\Phi}{dt}$, и протекший за время dt заряд $dq = Idt = \frac{d\Phi}{4R}$. Суммируя такие величины за все время поворота, получаем:

$$q = \frac{\Delta\Phi}{4R} = \frac{+B(l^2/2) - (-B)(l^2/2)}{4\rho l/\sigma} = \frac{Bl\sigma}{4\rho} = 20\ \text{мКл}.$$

Ответ: 20.