

**11 класс, Экспресс-подготовка к ЕГЭ по физике**  
**Набор задач для самостоятельного решения по занятию 6.**

**Темы: электростатика, постоянный ток.**

**Задача 1 (2 балла) [электростатическое поле, проводники, электростатическая индукция]**

Два больших плоских проводящих диска размещены вертикально, так, что их оси совпадают. Они подключены к разным полюсам высоковольтного источника постоянного напряжения. В пространство между ними внесена легкая гильза из фольги, подвешенная на шелковой нити. Длина нити позволяет гильзе коснуться обоих дисков. Как поведет себя гильза? Пробоя воздуха не происходит. Выберите правильный вариант ответа и укажите его номер в качестве ответа.

- 1) гильза будет совершать затухающие колебания вокруг положения, в котором нить вертикальна, не касаясь дисков;
- 2) гильза притянется к одному из дисков и «прилипнет» к нему;
- 3) гильза будет совершать колебания, по очереди касаясь каждого из дисков;
- 4) гильза притянется к одному из дисков, потом «отскочит» от него и зависнет, не касаясь дисков, в положении, в котором нить наклонна.

Подсказка 1: за счет электростатической индукции нейтральная гильза притягивается к заряженным телам, а при касании заряженного тела, потенциал которого поддерживается постоянным, гильза заряжается от него.

Решение:

За счет электростатической индукции нейтральная гильза притянется к одному из дисков, а после касания она зарядится от него, и будет иметь одноименный с ним заряд. Поэтому затем она оттолкнется от него и притянется к другому диску, с которым она теперь заряжена разноименно. Коснувшись второго диска, она перезарядится и оттолкнется теперь уже от него, притянется к первому, и так далее – гильза будет совершать колебания, по очереди касаясь каждого из дисков.

Ответ: 3.

**Задача 2 (2 балла) [электростатическое поле, плоский конденсатор, энергия поля конденсатора]**

Плоский воздушный конденсатор подключили к источнику постоянного напряжения. Спустя некоторое время, не отключая источника, пластины конденсатора сдвинули друг к другу, уменьшив расстояние между ними в два раза. Как изменятся при этом емкость конденсатора, напряжение на нем его заряд и энергия электростатического поля в конденсаторе? В качестве ответа напишите подряд номера ответов для случаев А, Б, В и Г (не разделяя знаками препинания, например: 1132).

ФИЗИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА	ИЗМЕНЕНИЕ
А) емкость конденсатора	1) увеличится в 2 раза
Б) напряжение на конденсаторе	2) уменьшится в 2 раза
В) заряд конденсатора	3) не изменится
Г) энергия поля конденсатора	4) увеличится в 4 раза

Таблица для ответа:

А	Б	В	Г

Подсказка 1: емкость плоского воздушного конденсатора связана с расстоянием  $d$  между пластинами площадью  $S$  соотношением  $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ .

Подсказка 2: энергия поля конденсатора  $E_C = \frac{CU^2}{2}$ .

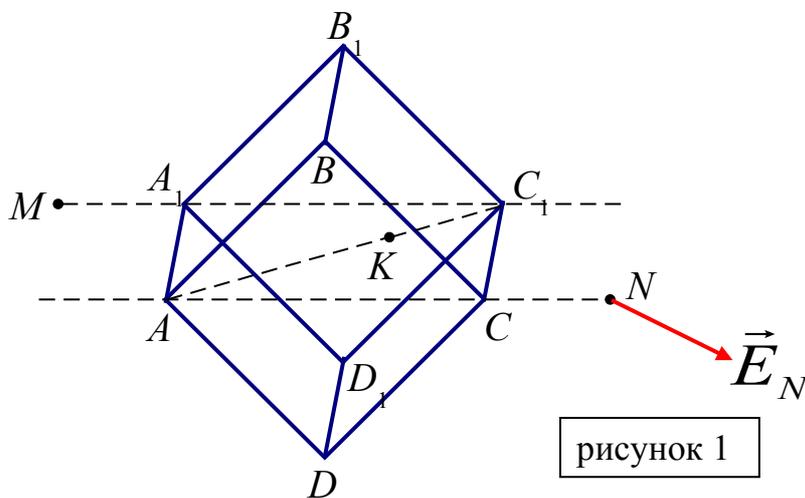
Решение:

В соответствии с формулой для емкости плоского воздушного конденсатора с расстоянием  $d$  между пластинами площадью  $S$ , она равна  $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ . Соответственно при уменьшении  $d$  в два раза  $C' = 2C$ , и при этом источник (после окончания переходных процессов) установит на конденсаторе то же равновесное значение напряжения:  $U' = U$ . Следовательно,  $q' = C'U' = 2CU = 2q$ ,  $E'_c = \frac{C'U'^2}{2} = \frac{2CU^2}{2} = 2E_c$ .

Ответ: 1311.

**Задача 3 (2 балла) [электростатическое поле, проводники]**

На рисунке 1 изображен схематически проводящий куб. На него нанесен электрический заряд. При этом величина напряженности электрического поля в точке  $N$  оказалась равна  $E_N = 100$  В/м. Известно, что  $|MA_1| = |CN|$  и  $|AK| = 2|KC_1|$ . Чему равна величина напряженности в точках  $M$  и  $K$ ? В качестве ответа напишите подряд номера ответов для случаев А и Б (не разделяя знаками препинания, например: 32).



ФИЗИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА	ЗНАЧЕНИЕ
А) величина напряженности электрического поля в точке $M$	1) 33 В/м 2) 50 В/м
Б) величина напряженности электрического поля в точке $K$	3) 100 В/м 4) 0

Таблица для ответа:

А	Б	В	Г

Подсказка 1: точки  $M$  и  $N$  расположены совершенно симметрично относительно зарядов куба.

Подсказка 2: внутри проводящих тел в статическом случае электрическое поле отсутствует.

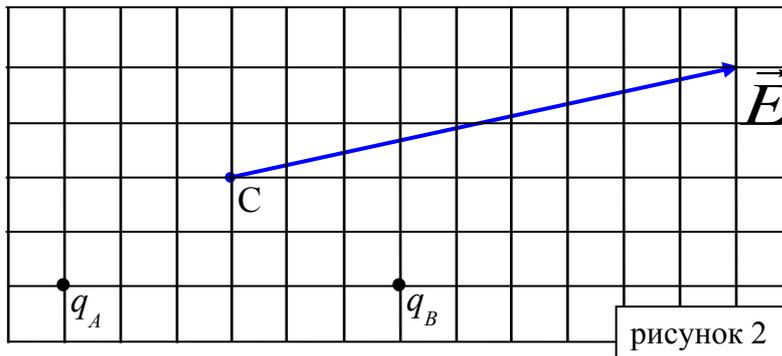
Решение:

Для ответа на вопрос А достаточно заметить, что в кубе все грани одинаковы, так что и заряд распределится по ним одинаково. Поэтому точки  $M$  и  $N$  расположены совершенно симметрично относительно зарядов куба, и  $E_M = E_N = 100$  В/м. В точке  $K$  напряженность поля очевидно равна нулю, так как эта точка находится внутри проводящего тела.

Ответ: 34.

**Задача 4 (4 балла) [электростатическое поле, потенциал, принцип суперпозиции]**

На рисунке 2 показан вектор напряженности  $\vec{E}$  электростатического поля в точке С, созданного двумя точечными зарядами  $q_A$  и  $q_B$ . Чему равен заряд  $q_B$ , если  $q_A = +2$  нКл? Ответ запишите в нКл.



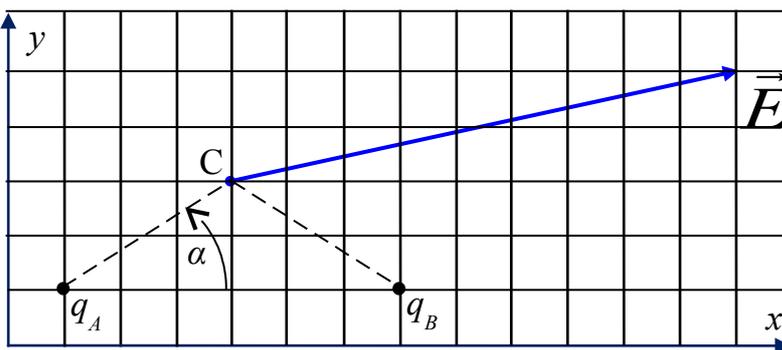
Подсказка 1: Напряженность поля точечного заряда всегда направлена от положительных заряда и к отрицательным.

Подсказка 2: Величина напряженности прямо пропорциональна заряду и обратно пропорциональна квадрату расстояния, и нужно учесть, что  $|AC|=|BC|$ .

Подсказка 3: Можно записать выражения для проекций вектора напряженности на «линии сетки».

Решение:

Вектор напряженности электростатического поля точечного заряда всегда направлен от положительных заряда и к отрицательным. Его величина напряженности прямо пропорциональна заряду и обратно пропорциональна квадрату расстояния.



Обозначим  $|AC|=|BC| \equiv r$ , заметим, что для угла  $\alpha$ , введенного на рисунке,  $\cos(\alpha) = \frac{3}{\sqrt{13}}$

и  $\sin(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{13}}$ . С учетом этого запишем выражения для проекций вектора  $\vec{E}$  на оси  $x$  и  $y$ ,

введенные на рисунке:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{kq_A}{r^2} \frac{3}{\sqrt{13}} - \frac{kq_B}{r^2} \frac{3}{\sqrt{13}} = 9E_0 \\ \frac{kq_A}{r^2} \frac{2}{\sqrt{13}} + \frac{kq_B}{r^2} \frac{2}{\sqrt{13}} = 2E_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{q_A - q_B}{q_A + q_B} = 3 \Rightarrow q_B = -\frac{1}{2}q_A = -1 \text{ нКл.}$$

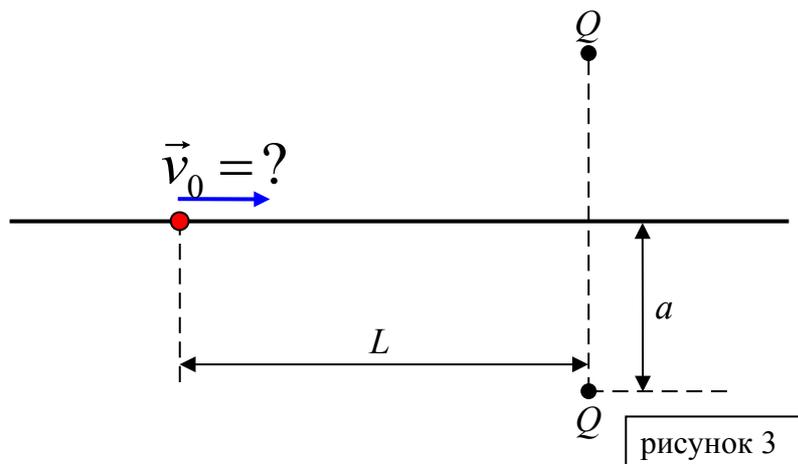
Здесь мы учли, что при одинаковом знаке зарядов и  $x$ -проекции полей от этих зарядов в точке С вычитаются, а  $y$ -проекции складываются.

Ответ: -1.

### Задача 5 (4 балла) [электростатическое поле, потенциал, принцип суперпозиции, закон сохранения энергии]

Небольшой шарик массой  $m = 20$  г с зарядом  $q = 5$  кКл может скользить без трения по длинной горизонтальной непроводящей направляющей. В точках, расположенных на одинаковом расстоянии  $a = 50$  см на одном перпендикуляре к направляющей закреплены два одинаковых точечных заряда  $Q = 13$  мКл. Шарик запускают по направляющей из

точки, находящейся на расстоянии  $L = 120$  см от линии, на которой закреплены заряды  $Q$  (см. рисунок 3). При какой минимальной величине начальной скорости шарик пройдет за эту линию? Поляризацией направляющей пренебречь, ответ записать в м/с. Константу в законе Кулона принять равной  $k \approx 9 \cdot 10^9$  Н·м<sup>2</sup>/Кл<sup>2</sup>.



Подсказка 1: расстояние от шарика до каждого из зарядов  $Q$   $r = \sqrt{a^2 + x^2}$ , где  $x$  – расстояние от шарика до линии расположения этих зарядов.

Подсказка 2: потенциальная энергия шарика в поле зарядов  $E_{nom}(x) = \frac{2kQq}{\sqrt{a^2 + x^2}}$ .

Подсказка 3: из закона сохранения механической энергии  $\frac{mv^2(x)}{2} + \frac{2kQq}{\sqrt{a^2 + x^2}} = const$  можно выразить  $v^2(0)$ , которая должна быть неотрицательной.

Решение:

Будем характеризовать положение шарика координатой  $x$ , отсчитываемой вдоль направляющей от линии расположения зарядов  $Q$ . Тогда расстояние от шарика до каждого из этих зарядов  $r = \sqrt{a^2 + x^2}$ . Следовательно, потенциал, создаваемый в точке  $x$  этими

зарядами  $\varphi(x) = 2 \frac{kQ}{\sqrt{a^2 + x^2}}$ , и потенциальная энергия шарика в поле зарядов

$E_{nom}(x) = \frac{2kQq}{\sqrt{a^2 + x^2}}$ . С учетом закона сохранения энергии, если шарик достигает линии

расположения зарядов  $Q$  ( $x = 0$ ), то

$$\frac{mv_0^2}{2} + \frac{2kQq}{\sqrt{a^2 + L^2}} = \frac{mv^2(0)}{2} + \frac{2kQq}{a}.$$

Поскольку должно быть  $v^2(0) \geq 0$ , то  $v_0 \geq \sqrt{\frac{4kQq}{m} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + L^2}} \right)} \approx 12$  м/с.

Ответ: 12.

### Задача 6 (3 балла) [электростатическое поле, плоский конденсатор, равноускоренное движение]

Пылинка, имеющая массу  $m = 5$  мкг с зарядом  $q = +4 \cdot 10^{-14}$  Кл, влетает в плоский вакуумированный конденсатор в точке, находящейся на равном расстоянии от его пластин. Вектор скорости пылинки в этот момент времени направлен горизонтально. Пластины конденсатора также горизонтальны, причем положительно заряженная пластина находится ниже. Длина пластин конденсатора в направлении первоначального движения пылинки  $L = 20$  см, а расстояние между пластинами  $d = 4$  мм. Какой должна быть минимальная скорость, с которой пылинка влетает в конденсатор, чтобы она могла пролететь его

насквозь? Напряжение на конденсаторе  $U = 10$  кВ, поле внутри конденсатора считать однородным. Ускорение свободного падения считать равным  $g \approx 10$  м/с<sup>2</sup>. Ответ записать в м/с.

Подсказка 1: в конденсаторе на пылинку действует сила тяжести, направленная вертикально вниз, и электростатическая сила  $qE = \frac{qU}{d}$ , направленная вверх.

Подсказка 2: по горизонтали пылинка движется с постоянной скоростью, равной начальной.

Подсказка 3: вертикальная составляющая результирующей силы положительна, и пылинка движется вверх с постоянным ускорением, численно совпадающим с  $g$ .

Решение:

Внутри конденсатора на пылинку действует сила тяжести, направленная вертикально вниз, и электростатическая сила, направленная вверх. Введем систему координат: ось  $x$  направим горизонтально по направлению начального движения пылинки, а ось  $y$  – вертикально вверх. По оси  $x$  силы не действуют, поэтому пылинка движется по ней с постоянной скоростью, равной начальной  $v_0$ . Поэтому, если она не попадет на верхнюю пластину, то пролетит через конденсатор за время  $t = \frac{L}{v_0}$ . Результирующая сила по оси  $y$  положительна:

$$F_y = qE - mg = \frac{qU}{d} - mg = 5 \cdot 10^{-8} \text{ Н},$$

и поэтому по оси  $y$  пылинка движется вверх с постоянным ускорением

$$a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{qU}{md} - g = 10 \text{ м/с}^2.$$

Ее смещение по этой оси за время движения в конденсаторе  $\Delta y = \frac{a_y t^2}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{qU}{d} - mg \right) \frac{L^2}{v_0^2}$

должно быть меньше  $\frac{d}{2}$ , чтобы пылинка не врезалась в верхнюю пластину. Таким образом,

$$\Delta y < \frac{d}{2} \Rightarrow v_0 > \frac{L}{d} \sqrt{qU - mgd} \approx 10 \text{ м/с}.$$

Ответ: 10.

### Задача 7 (4 балла) [электростатическое поле, плоский конденсатор, закон Гука]

Пластины плоского воздушного конденсатора – два диска радиусом  $a = 60$  см, расположенные вертикально на малом расстоянии друг от друга. Небольшой шарик массой  $m = 20$  г с зарядом  $q = 50$  нКл подвешен на легкой непроводящей нити с коэффициентом упругости  $k = 250$  Н/м так, что он оказался между пластинами конденсатора вблизи общей оси дисков. Найти удлинение нити, если заряд конденсатора равен  $Q = 30$  мкКл. Константу в законе Кулона принять равной  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9$  Н·м<sup>2</sup>/Кл<sup>2</sup>, ответ записать в миллиметрах.

Ускорение свободного падения считать равным  $g \approx 10$  м/с<sup>2</sup>.

Подсказка 1: поле конденсатора можно считать однородным, а его напряженность равной

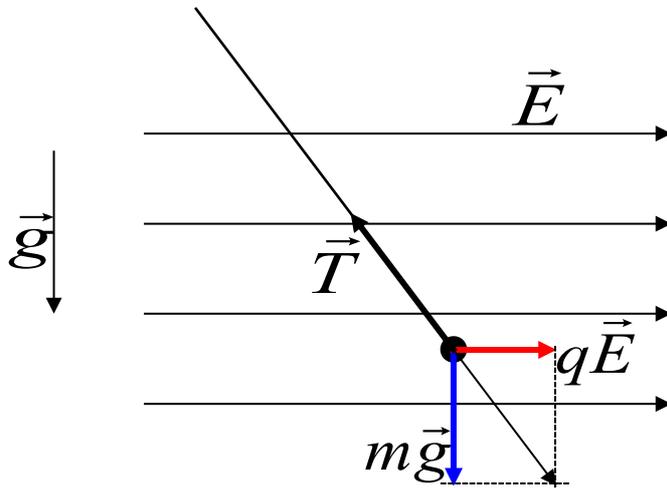
$$E = \frac{U}{d} = \frac{Q}{Cd} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}.$$

Подсказка 2: шарик находится в равновесии под действием сил тяжести  $m\vec{g}$ , электростатической силы  $q\vec{E}$  и силы натяжения нити  $\vec{T}$ .

Подсказка 3: значит,  $T = \sqrt{m^2 g^2 + q^2 E^2}$ , а  $\Delta l = \frac{T}{k}$ .

Решение:

В области, в которой находится шарик, поле конденсатора можно считать однородным, а его напряженность равной  $E = \frac{U}{d} = \frac{Q}{Cd} = \frac{Q}{\epsilon_0 S} = \frac{Q}{\pi \epsilon_0 a^2}$  (здесь использована формула емкости плоского воздушного конденсатора  $C \approx \frac{\epsilon_0 S}{d}$ ). Таким образом, шарик находится в равновесии под действием сил тяжести  $m\vec{g}$  (направлена вертикально вниз), электростатической силы  $q\vec{E}$  (направлена горизонтально) и силы натяжения нити  $\vec{T}$  (см. рисунок).



Значит,  $\vec{T} = -m\vec{g} - q\vec{E} \Rightarrow T = \sqrt{m^2 g^2 + q^2 E^2}$ . По закону Гука сила натяжения пропорциональна деформации, то есть

$$\Delta l = \frac{T}{k} = \frac{\sqrt{m^2 g^2 + q^2 E^2}}{k} = \frac{1}{k} \sqrt{m^2 g^2 + \frac{q^2 Q^2}{\pi^2 \epsilon_0^2 a^4}} \approx 1 \text{ мм.}$$

Ответ: 1.

#### Задача 8 (4 балла) [постоянный ток, последовательное соединение, параллельное соединение]

Ученик подключил к батарее последовательно соединенные амперметр и вольтметр. При этом вольтметр показал напряжение  $U_1 = 8$  В. Затем он подключил параллельно вольтметру второй такой же прибор, и обнаружил, что оба вольтметра показывают напряжение  $U_2 = 6$  В. После этого он подключил амперметр к батарее непосредственно. Во сколько раз показание амперметра в этом случае должно отличаться от первоначального?

Подсказка 1: поскольку  $U_2 \neq U_1$ , то сопротивление вольтметра  $R_V$  конечно и сумма внутренних сопротивлений батареи и амперметра  $r + R_A \equiv R$  отлична от нуля.

Подсказка 2: в первом случае связь показаний вольтметра с ЭДС батареи  $E$  и сопротивлениями элементов схемы  $U_1 = I_1 R_V = \frac{E}{R + R_V} R_V$ .

Подсказка 3: во втором случае напряжение на вольтметрах вычисляется аналогично, но с учетом того, что сопротивление параллельно соединенных вольтметров есть  $\frac{R_V}{2}$ , и поэтому из соотношения  $U_2$  и  $U_1$  находится соотношение  $R_V$  и  $R$ .

Решение:

Обозначим внутреннее сопротивление батареи, амперметра и вольтметра  $r$ ,  $R_A$  и  $R_V$  соответственно, а ЭДС батареи –  $E$ . Тогда ток в первом случае  $I_1 = \frac{E}{r + R_A + R_V} \equiv \frac{E}{R + R_V}$

(как видно, здесь введено обозначение  $r + R_A \equiv R$ ), и поэтому  $U_1 = I_1 R_V = \frac{E}{R + R_V} R_V$ . Во

втором случае  $I_2 = \frac{E}{R + R_V / 2}$  и  $U_2 = I_2 \frac{R_V}{2} = \frac{E}{2R + R_V} R_V$ . Таким образом,

$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R + R_V}{2R + R_V} \Rightarrow R_V = \frac{2U_2 - U_1}{U_1 - U_2} R$ . Теперь, подставляя это в выражение для  $I_1$ , найдем, что

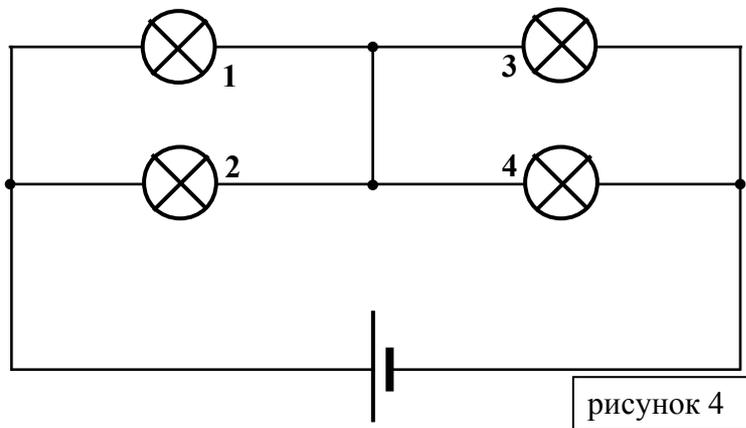
$I_1 = \frac{E}{R} \cdot \frac{U_1 - U_2}{U_2}$ . Ясно, что при непосредственном подключении амперметра к батарее

текущий через него ток  $I = \frac{E}{R}$ , так что  $\frac{I}{I_1} = \frac{U_2}{U_1 - U_2} = 3$ .

Ответ: 3.

### Задача 9 (4 балла) [постоянный ток, закон Ома, ЭДС, закон Джоуля-Ленца]

Какая тепловая мощность выделяется на лампе 4 в цепи, показанной на рисунке 4? Сопротивления ламп 1 и 2  $R_1 = 20$  Ом, ламп 3 и 4 –  $R_2 = 10$  Ом. ЭДС источника  $E = 100$  В, его внутреннее сопротивление  $r = 5$  Ом. Ответ записать в Вт, округлив до десятых.



Подсказка 1: Лампы 1 и 2 расположены симметрично относительно полюсов источника, и ток в них одинаков; то же самое относится к лампам 3 и 4.

Подсказка 2: Тогда напряжение на лампах 1 и 2 равно (как и напряжение на 3 и 4).

Подсказка 3: Ток через провод, соединяющий ветви с лампами, не течет.

Решение:

Лампы 1 и 2 расположены симметрично относительно полюсов источника, и ток в них одинаков; то же самое относится к лампам 3 и 4. Следовательно, напряжение на лампах 1 и 2 равно (как и напряжение на 3 и 4). Это означает, что напряжение на проводе, который соединяет ветви с лампами, равно нулю, и ток через этот провод не течет. Тогда к источнику подключены две параллельные ветви с сопротивлениями  $R_1 + R_3 = R_2 + R_4 = 30$  Ом, и ток в «нижней» ветви

равен половине тока в ветви с источником, то есть  $I_{24} = \frac{I}{2} = \frac{E}{R_2 + R_4 + 2r}$ . Выделяемая на

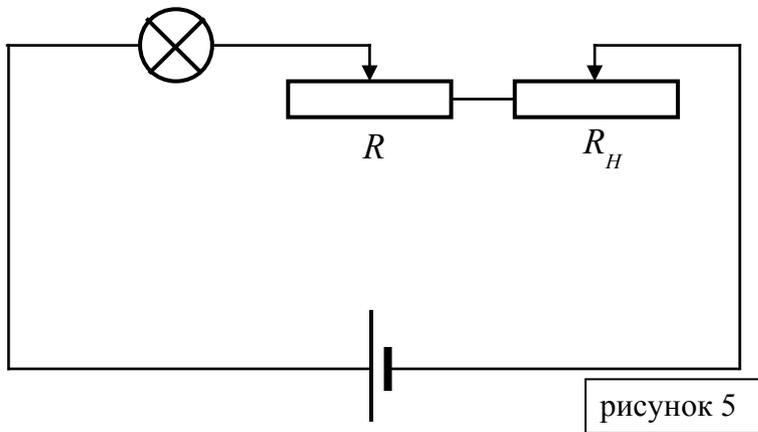
лампе 4 мощность  $P_4 = I_{24}^2 R_4 = \frac{E^2 R_4}{(R_2 + R_4 + 2r)^2} = 62,5$  Вт.

Ответ: 62,5.

### Задача 10 (3 балла) [постоянный ток, последовательное соединение, параллельное соединение, закон Джоуля-Ленца]

Лампа, реостат и регулируемый по сопротивлению нагревательный элемент (устроенный как реостат), соединенные последовательно, подключены к источнику постоянного тока, как показано на рисунке 5. В первоначальном режиме работы лампа потребляет мощность  $P_1 = 40$  Вт, а мощность выделения тепла в нагревательном элементе  $P_2 = 200$  Вт. При этом

сопротивление реостата в три раза больше сопротивления нагревательного элемента:  $\frac{R}{R_H} = 3$ . Сопротивление реостата и нагревательного элемента изменили так, что мощность, потребляемая лампой, не изменилась, а мощность тепловыделения в нагревательном элементе возросла в два раза:  $P'_2 = 400$  Вт. Каким в этом случае стало соотношение сопротивлений реостата и нагревательного элемента  $\frac{R'}{R'_H} = ?$



Подсказка 1: мощность, потребляемая лампой, зависит от тока через нее, и неизменность этой мощности означает, что ток в цепи не изменился.

Подсказка 2: следовательно, несмотря на изменение сопротивлений реостата и нагревательного элемента, их сумма не изменилась.

Подсказка 3: поскольку мощность тепловыделения в нагревательном элементе возросла в два раза, то в два раза возросло и сопротивление нагревательного элемента.

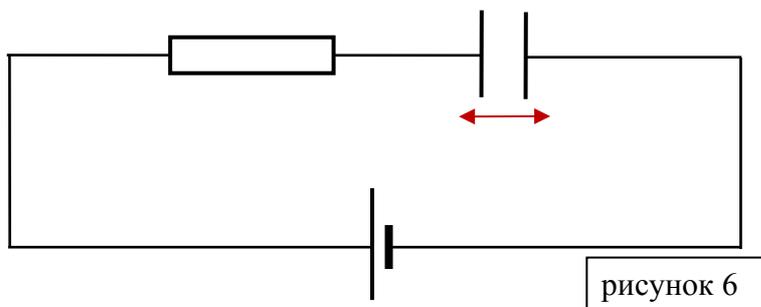
Решение:

Мощность, потребляемая лампой, монотонно растет с увеличением тока через нее. Поскольку эта мощность не изменилась, то ток в цепи не изменился, и, в соответствии с законом Ома для полной цепи, это означает, что полное сопротивление цепи неизменно. При том же токе сопротивление нити лампы осталось тем же, и внутреннее сопротивление источника не изменилось. Следовательно, несмотря на изменение сопротивлений реостата и нагревательного элемента, их сумма не изменилась:  $R' + R'_H = R + R_H = 4R_H$ . Поскольку мощность тепловыделения в нагревательном элементе при той же силе тока возросла в два раза, то в соответствии с законом Джоуля-Ленца в два раза возросло сопротивление нагревательного элемента:  $P'_2 = I^2 R'_H = 2P_2 = I^2 R_H \Rightarrow R'_H = 2R_H$ . Из полученных соотношений находим:  $R' = 2R_H$ , и в результате  $\frac{R'}{R'_H} = 1$ .

Ответ: 1.

### Задача 11 (4 очка) [конденсатор, перезарядка конденсаторов]

Источник постоянного напряжения с ЭДС  $E = 100$  В подключен через резистор к плоскому конденсатору переменной емкости, расстояние между пластинами которого можно изменять (рис. 6). Пластины конденсатора медленно раздвинули. Какая работа была совершена при этом против сил притяжения пластин, если за время движения пластин на резисторе выделилось количество теплоты  $Q = 10$  мкДж и заряд конденсатора изменился на 1 мкКл? Внутреннее сопротивление источника и сопротивление соединительных проводов много меньше сопротивления резистора. Ответ запишите в мкДж.



Подсказка 1: Подобные задачи в ЕГЭ следует решать с помощью энергетических соображений.

Подсказка 2: В процессе раздвижения пластин совершается работа против сторонних сил источника (работа источника  $A_E = E\Delta q < 0$ , то есть  $\Delta q = -1$  мкКл), изменяется энергия поля

в конденсаторе  $W = \frac{CU^2}{2}$ , выделяется джоулево тепло.

Подсказка 3: Если  $\Delta C$  – изменение емкости конденсатора, то изменение энергии поля в

конденсаторе  $W_{\text{кон}} - W_{\text{нач}} = \frac{(C + \Delta C)E^2}{2} - \frac{CE^2}{2} = \frac{\Delta CE^2}{2} = \frac{1}{2}E\Delta q$ .

Решение:

Подобные задачи в ЕГЭ следует решать с помощью энергетических соображений. При

раздвижении пластин, в соответствии с формулой емкости плоского конденсатора  $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ ,

емкость конденсатора уменьшается, и при постоянном напряжении медленно уменьшается заряд конденсатора. При этом совершается работа против сторонних сил источника (работа источника  $A_E = E\Delta q < 0$ , то есть  $\Delta q = -1$  мкКл), изменяется энергия поля в конденсаторе

$W = \frac{CU^2}{2}$ , выделяется тепло при протекании тока по элементам схемы с сопротивлением.

Так как все элементы соединены последовательно, и по условию внутреннее сопротивление источника и сопротивление соединительных проводов много меньше сопротивления резистора, то можно считать, что практически все количество теплоты выделяется именно в резисторе. Закон сохранения энергии при раздвижении пластин записывается следующим образом:  $A + A_E + W_{\text{нач}} = Q + W_{\text{кон}}$  (здесь  $A$  – искомая работа). Заметим, что

$W_{\text{кон}} - W_{\text{нач}} = \frac{(C + \Delta C)E^2}{2} - \frac{CE^2}{2} = \frac{\Delta CE^2}{2} = \frac{1}{2}E\Delta q$  (поскольку изменение заряда

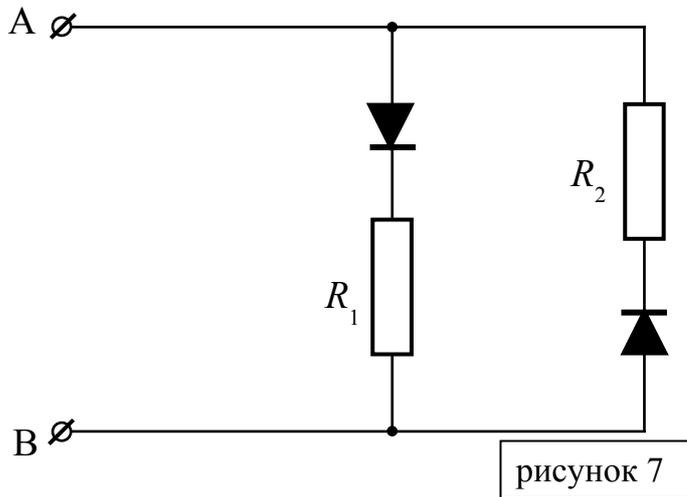
конденсатора  $\Delta q = E\Delta C$ ). Таким образом,  $A = Q - \frac{1}{2}E\Delta q = 60$  мкДж.

Ответ: 60.

### Задача 12 (4 балла) [постоянный ток, последовательное соединение, параллельное соединение, идеальный диод, закон Джоуля-Ленца]

Из двух идеальных диодов и двух резисторов собрали цепь, показанную на рисунке 7. При подключении к токе А положительного, а к точке В – отрицательного полюса источника постоянного напряжения с ЭДС  $E = 120$  В и внутренним сопротивлением  $r = 10$  Ом потребляемая мощность равна  $P_1 = 270$  Вт. При изменении полярности подключения источника на противоположную потребляемая мощность возрастает до  $P_2 = 320$  Вт.

Определите сопротивления резисторов в этой цепи. В ответе укажите  $\frac{R_1}{R_2}$  в виде десятичной дроби.



Подсказка 1: идеальный диод имеет нулевое сопротивление в открытом состоянии и бесконечно большое – в запертом, поэтому в каждом случае ток течет только через один из резисторов.

Подсказка 2: потребляемая нагрузкой  $R$  от источника с заданными  $E$  и  $r$  мощность

$$P = I^2 R = \frac{E^2 R}{(R + r)^2}.$$

Подсказка 3: это соотношение можно переписать в виде квадратного уравнения относительно  $\sqrt{R}$ :  $R - \frac{E}{\sqrt{P}} \sqrt{R} + r = 0$ , при этом нужен корень уравнения, дающий правильный ответ при  $r = 0$ .

Решение:

Идеальный диод имеет нулевое сопротивление в открытом состоянии и бесконечно большое – в запертом. Поэтому при каждой полярности подключения источника ток течет только в одной из ветвей: в первом случае – только в ветви с  $R_1$ , а во втором – только в ветви с  $R_2$ . Потребляемая от источника мощность зависит от сопротивления нагрузки  $R$ : поскольку ток

в нагрузке  $I = \frac{E}{r + R}$ , то  $P = I^2 R = \frac{E^2 R}{(R + r)^2}$ . Из этого соотношения можно выразить

сопротивление нагрузки через мощность:

$$R + r = E \sqrt{\frac{R}{P}} \Rightarrow R - \frac{E}{\sqrt{P}} \sqrt{R} + r = 0 \Rightarrow \sqrt{R} = \frac{E}{2\sqrt{P}} + \sqrt{\frac{E^2}{4P} - r}.$$

Здесь выбран корень квадратного уравнения, соответствующий очевидному значению

$R = \frac{E^2}{P}$  при  $r = 0$ . Таким образом,  $R = \frac{[E + \sqrt{E^2 - 4Pr}]^2}{4P}$ . Дважды используя эту формулу,

находим:  $R_1 = \frac{[E + \sqrt{E^2 - 4P_1 r}]^2}{4P_1} = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = \frac{[E + \sqrt{E^2 - 4P_2 r}]^2}{4P_2} = 20 \text{ Ом}$ . Значит,  $\frac{R_1}{R_2} = 1,5$ .

Ответ: 1,5.

### Задача 13 (5 очков) [конденсатор, перезарядка конденсаторов]

В цепи, изображенной на рисунке 8, ЭДС батареи  $\mathcal{E} = 100 \text{ В}$ , сопротивления резисторов  $R_1 = 10 \text{ Ом}$  и  $R_2 = 6 \text{ Ом}$ , а емкости конденсаторов  $C_1 = 60 \text{ мкФ}$  и  $C_2 = 100 \text{ мкФ}$ . В начальном состоянии ключ  $K$  разомкнут, а конденсаторы не заряжены. Ключ замыкают, и через некоторое время в системе устанавливается равновесие. Какое количество тепла выделится в цепи к моменту установления равновесия? Ответ укажите в Дж.

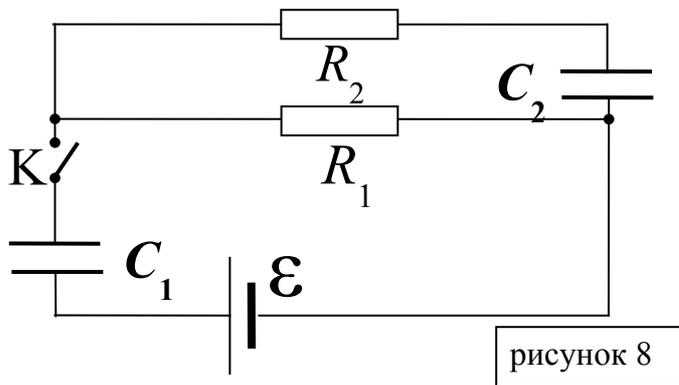


рисунок 8

Подсказка 1: После установления равновесия ток через резисторы прекращается.

Подсказка 2: Поэтому напряжение на конденсаторе  $C_1$  будет равно ЭДС батареи, а на конденсаторе  $C_2$  – равно нулю.

Подсказка 3: Работа источника  $A = \mathcal{E}q$  пойдет на увеличение энергии конденсатора  $C_1$  и на выделение джоулева тепла  $Q$ .

Решение:

После установления равновесия ток через резисторы прекращается. Поэтому напряжение на конденсаторе  $C_1$  будет равно ЭДС батареи, а на конденсаторе  $C_2$  – равно нулю (его обкладки «закорочены» через резисторы). В процессе зарядки батарея переместит заряд  $q = C_1 \mathcal{E}$ , и совершит положительную работу  $A = \mathcal{E}q = C_1 \mathcal{E}^2$ . Эта работа пойдет на увеличение энергии

конденсатора  $C_1$ :  $W_{\text{кон}} - W_{\text{нач}} = \frac{C_1 \mathcal{E}^2}{2} - 0 = \frac{C_1 \mathcal{E}^2}{2}$  и на выделение джоулева тепла  $Q$ . Значит,

закон сохранения энергии для зарядки конденсатора имеет вид:  $A + W_{\text{нач}} = W_{\text{кон}} + Q$ , откуда

$$Q = A - (W_{\text{кон}} - W_{\text{нач}}) = \frac{C_1 \mathcal{E}^2}{2} = 0,3 \text{ Дж.}$$

Ответ: 0,3.