11 класс, Экспресс-подготовка к ЕГЭ по физике

Набор задач для самостоятельного решения по занятию 1.

Темы: кинематика в заданиях ЕГЭ .

Задача 1 (2 балла) [ускорение, равноускоренное движение, путь]
Материальная точка в ходе прямолинейного равноускоренного движения без начальной скорости прошла путь $s = 50$ м за время $t = 10$ с. Найдите ее путь за последнюю секунду этого движения. Ответ запишите в метрах.

Подсказка 1: Ускорение точки $a = \frac{2s}{t^2} = 1$ м/с^2.

Подсказка 2: В начале последней (десятой) секунды тело имеет скорость $v_9 = a(t-\tau) = 9$ м/с.

Решение:

В задачах с кратким ответом лучше действовать максимально простым способом, то есть не стремиться вывести «общее» соотношение, а сразу проводить вычисления. В данном случае, из соотношения $s = \frac{at^2}{2}$ сразу находим: $a = \frac{2s}{t^2} = 1$ м/с^2. Следовательно, для первой секунды ($\tau \equiv 1$с) $s_1 = \frac{a\tau^2}{2} = 0{,}5$ м. В начале последней (десятой) секунды тело имеет скорость $v_9 = a(t-\tau) = 9$ м/с, и поэтому $s_{10} = v_9\tau + \frac{a\tau^2}{2} = 9{,}5$ м.

Ответ: 9,5.

Задача 2 (3 балла) [ускорение, равноускоренное движение, путь]
Мимо причала на прямолинейном участке канала без течения проплыла лодка, двигавшаяся с постоянной скоростью $v_1 = 4$ м/с. Через $\tau = 16$ с вслед за ней параллельным курсом отплыл катер, двигаясь с постоянным ускорением $a = 1$ м/с^2. На каком расстоянии от причала катер поравняется с лодкой? Ответ приведите в метрах.
Подсказка 1: Спустя время t после отплытия катера он удалился от причала на расстояние $s = \frac{at^2}{2} = 0{,}5t^2$ м.

Подсказка 2: В этот момент времени лодка находится от причала на расстоянии $s' = v(t+\tau) = (4t+64)$ м.

Подсказка 3: $s' = s \Rightarrow 0{,}5t^2 = (4t+64) \Rightarrow t^2 - 8t - 128 = 0$.

Решение:

Спустя время t после отплытия катера он удалился от причала на расстояние $s = \frac{at^2}{2} = 0{,}5t^2$ м, а лодка – на расстояние $s' = v(t+\tau) = (4t+64)$ м. Их равенство достигается в момент времени, определяемый из уравнения $s' = s \Rightarrow 0{,}5t^2 = (4t+64) \Rightarrow t^2 - 8t - 128 = 0$.
Положительный корень этого уравнения – $t = 16$ с, и соответствующий путь $s = 128$ м.
Ответ: 128.

Задача 3 (4 балла) [ускорение, равноускоренное движение, перемещение, путь]
Два груза с массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг подвешены на легкой нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный легкий блок, который может вращаться без трения. Грузы удерживают на одной высоте (участки нити, не лежащие на блоке, при этом горизонтальны), а затем отпускают, сообщив более легкому грузу скорость, направленную вниз. Перемещение этого груза за время $t = 1$ с оказалось равным нулю. Найти путь этого груза за это время. Ускорение свободного падения принять равным $g \approx 10$ м/с^2. Ответ выразить в сантиметрах.

Подсказка 1: оба груза благодаря нерастяжимости нити имеют одинаковое по величине ускорение, создаваемое разностью сил тяжести.

Подсказка 2: величина ускорения грузов $a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$, причем ускорение легкого груза направлено вверх, а тяжелого – вниз.

Подсказка 3: перемещение легкого груза равно нулю, если за данное время он успел опуститься до самого нижнего положения, остановиться и вернуться назад в исходное положение.

Решение:

После отпускания грузы движутся под действием сил тяжести, причем оба груза благодаря нерастяжимости нити имеют одинаковое по величине ускорение, создаваемое разностью этих сил. Поэтому величина ускорения грузов $a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$, причем ускорение легкого груза направлено вверх, а тяжелого – вниз. Поэтому легкий груз будет тормозиться, и его закон движения будет иметь вид: $x(t) = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (v_0 - величина сообщенной ему скорости, а ось x направлена вниз). Перемещение равно нулю, если $x(t) = 0 \Rightarrow v_0 = \frac{at}{2}$. При этом груз за половину этого времени дойдет до нижней точки своей траектории, а затем вернется обратно. Поэтому его путь за время t равен удвоенному пути за первую половину этого времени, то есть $s = 2\frac{a(t/2)^2}{2} = \frac{at^2}{4} = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\frac{gt^2}{4} = 0{,}5$м.

Ответ: 50.

Задача 4 (4 балла) [ускорение, равноускоренное движение, перемещение]

Материальная точка движется равноускоренно по прямой, и при этом величина ее перемещения за первую секунду движения оказалась в $\frac{l_2}{l_1} \equiv n = 6$ раз меньше, чем за две секунды (от начала движения). Во сколько раз величина ее перемещения за пять секунд будет отличаться от величины перемещения за две секунды: $\frac{l_5}{l_2} = ?$

Подсказка 1: через начальную скорость и ускорение величины смещений можно записать как $l_1 = \left| v_0\tau + \frac{a\tau^2}{2} \right|$ и $l_2 = \left| v_0 2\tau + 2a\tau^2 \right|$, где $\tau \equiv 1$с.

Подсказка 2: удобно предположить, что смещения положительны, и тогда легко выразить v_0 и a из этих соотношений (важно не забыть проверить выполнение предположения!).

Подсказка 3: $l_5 = v_0 5\tau + \frac{25}{2}a\tau^2$, и если в это выражение подставить выражения для v_0 и a, то можно получить ответ.

Решение:

Обозначим начальную скорость точки v_0, а ее ускорение a, и пусть $\tau \equiv 1$с. Тогда закон движения точки при прямолинейном ускоренном движении запишется так: $x(t) = v_0 t + \frac{at^2}{2}$.

Следовательно, $l_1 = \left| v_0\tau + \frac{a\tau^2}{2} \right|$ и $l_2 = \left| v_0 2\tau + 2a\tau^2 \right|$. Предположим, что оба смещения положительны. Тогда модули можно убрать, и из полученной системы выразить v_0 и a (с учетом того, что $\frac{l_2}{l_1} \equiv n$:

$$v_0 = \frac{4l_1 - l_2}{2\tau} = \frac{4-n}{2}\frac{l_1}{\tau} = -\frac{l_1}{\tau},\ a = \frac{l_2 - 2l_1}{\tau^2} = (n-2)\frac{l_1}{\tau^2} = \frac{4l_1}{\tau^2}.$$

Как видно, начальная скорость отрицательна. Поэтому проверим выполнение предположения, что за первую секунду смещение положительно: $x(\tau) = v_0\tau + \frac{a\tau^2}{2} = +l_1$, то есть это действительно так, и найденные значения правильны. Тогда

$$l_5 = v_0 5\tau + \frac{25}{2}a\tau^2 = (10n-15)l_1 \Rightarrow \frac{l_5}{l_2} = \frac{10n-15}{n} = 7{,}5$$

Ответ: 7,5.

Задача 5 (2 балла) [равномерное движение, равноускоренное движение]

Мальчик, стоящий на краю широкого вспаханного поля, бросил камень в поле со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $30°$ к горизонту. Чему примерно будет равна кинетическая энергия камня через время $t = 2$ с после броска? Ответ приведите в Джоулях. Масса камня 0,2 кг. Ускорение свободного падения принять равным $g \approx 10$ м/с^2.

Подсказка 1: Этот пример демонстрирует, что в ЕГЭ есть задания на внимательность.

Подсказка 2: Время полета камня $T = \frac{2v_0 \sin(30°)}{g} \approx 1$ с.

Решение:

Время полета камня $T = \frac{2v_0 \sin(30°)}{g} \approx 1$ с. Поэтому через время $t = 2$ с после броска камень уже упадет в поле, и на вспаханном участке его удар о землю будет неупругим. Поэтому его скорость, а вместе с ней и кинетическая энергия будут равны нулю.

Ответ: 0.

Задача 6 (5 баллов) [равноускоренное движение, равномерное движение]

Два мальчика, стоявших рядом на ровном горизонтальном поле, одновременно бросили камни в разные стороны с одинаковой скоростью. Камень первого упал на землю спустя время $T_1 = 2$ с после броска, а камень второго – спустя $T_2 = 3$ с. Оказались, что оба камня улетели от точки броска на одно и то же расстояние. Найти это расстояние. Ускорение свободного падения принять равным $g \approx 10$ м/с^2. Ответ выразить в метрах.

Подсказка 1: Поскольку $T_{1,2} = \frac{2v_0 \sin(\alpha_{1,2})}{g}$ и $T_1 \neq T_2$, то камни были брошены под разными углами.

Подсказка 2: Дальность полета одинакова: $L = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha_1)}{g} = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha_2)}{g}$, откуда $2\alpha_2 = 180° - 2\alpha_1$.

Подсказка 3: Искомое расстояние можно записать в виде $L = \frac{2v_0 \sin(\alpha_1)}{g} \cdot \frac{2v_0 \cos(\alpha_1)}{g} \cdot \frac{g}{2}$.

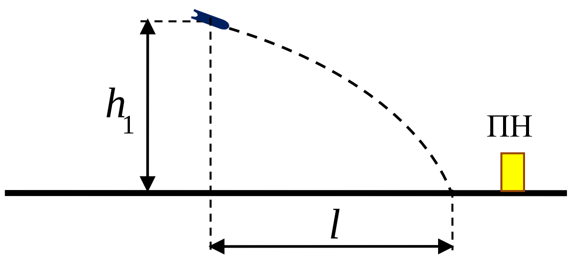
Решение:

Поскольку $T_1 \neq T_2$, то камни были брошены под разными углами. При этом $T_{1,2} = \frac{2v_0 \sin(\alpha_{1,2})}{g}$ (v_0 – начальная скорость камней). С другой стороны, дальность полета одинакова: $L=\dfrac{v_0^2\sin(2\alpha_1)}{g}=\dfrac{v_0^2\sin(2\alpha_2)}{g}$, откуда $2\alpha_2=180°-2\alpha_1 \Rightarrow \alpha_2=90°-\alpha_1$. Поэтому $T_2=\dfrac{2v_0\sin(\alpha_2)}{g}=\dfrac{2v_0\cos(\alpha_1)}{g}$, и теперь легко заметить, что $L=\dfrac{2v_0\sin(\alpha_1)}{g}\cdot\dfrac{2v_0\cos(\alpha_1)}{g}\cdot\dfrac{g}{2}$, то есть $L=\dfrac{gT_1T_2}{2}\approx 30$ м.

Ответ: 30.

Задача 7 (5 баллов) [равноускоренное движение, равномерное движение]

Прибор наблюдения ПН обнаружил летящий снаряд и зафиксировал его горизонтальную координату x_1 и высоту $h_1=1655$ м над Землей. Через $t_1=3$ с снаряд упал на Землю и взорвался на расстоянии $l=1700$ м по горизонтали от места обнаружения. Найти расстояние от места взрыва до пушки, считая сопротивление воздуха пренебрежимо малым. Ускорение свободного падения принять равным $g\approx 10$ м/с^2. Пушка и место взрыва находятся на одной горизонтали. Ответ выразить в километрах, округлив до целого значения.



Подсказка 1: Если рассмотреть движение снаряда, выпущенного из точки взрыва в сторону пушки со скоростью v_0 под тем же углом к горизонту α, что и при выстреле, то он полетит по той же параболе, что и рассматриваемый, но в обратную сторону.

Подсказка 2: Используя закон движения «летящего обратно снаряда», получим: $l=v_0\cos(\alpha)t_1$ и $h_1=v_0\sin(\alpha)t_1-\dfrac{g\,t_1^2}{2}$.

Подсказка 3: Из первого уравнения можно выразить v_0, и после подстановки во второе определить α.

Решение:

Если рассмотреть движение снаряда, выпущенного из точки взрыва в сторону пушки с той же скоростью v_0 под тем же углом к горизонту α, что и при выстреле, то он полетит по той же параболе, что и рассматриваемый, но в обратную сторону. Тогда искомое расстояние соответствует дальности полета. Через время t_1 после выстрела «летящий обратно снаряд» окажется в той же точке, в которой был обнаружен падающий. Если выбрать систему координат с горизонтальной осью x, направленной в сторону пушки и вертикальной осью y, направленной вверх, с началом отсчета координат в точке взрыва, то, используя закон движения «летящего обратно снаряда», получим:

$$\begin{cases} l=v_0\cos(\alpha)t_1 \\ h_1=v_0\sin(\alpha)t_1-\dfrac{g\,t_1^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_0=\dfrac{l}{t_1\cos(\alpha)} \\ h_1=l\cdot\mathrm{tg}(\alpha)-\dfrac{g\,t_1^2}{2} \end{cases}.$$

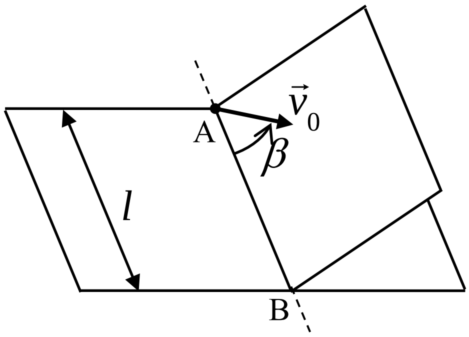
Из последнего уравнения находим, что $\mathrm{tg}(\alpha)=\dfrac{2h_1+gt_1^2}{2l}=1$. Это значит, что $\alpha=45°$, и тогда $v_0=\dfrac{\sqrt{2}\,l}{t_1}\approx 801$ м/с. Время полета находится по изменению вертикальной компоненты скорости: $T=\dfrac{2v_0\sin(\alpha)}{g}$, а дальность – из того соображения, что по горизонтали снаряд движется с постоянной скоростью: $L=v_0\cos(\alpha)T=\dfrac{2v_0^2\sin(\alpha)\cos(\alpha)}{g}=\dfrac{2l^2}{gt_1^2}\mathrm{tg}(\alpha)\approx 64222$ м.

Отметим, что можно (используя выражение для $\mathrm{tg}(\alpha)$) получить и общую формулу для ответа: $L = \dfrac{l(2h_1 + gt_1^2)}{gt_1^2}$.

Ответ: 64.

Задача 8 (4 балла) [равноускоренное движение, равномерное движение]

Наклонная плоскость пересекается с горизонтальной плоскостью по прямой AB. Маленькая шайба скользит вверх по наклонной плоскости из точки A с начальной скоростью, направленной под углом $\beta = 45°$ к прямой AB. В ходе движения шайба съезжает на прямую AB в точке B. Расстояние $|AB| = l = 2$ м. На каком расстоянии от точки A шайба съедет на прямую AB, если ее запустить из точки A с той же по величине начальной скоростью, но направленной под углом $\gamma = 60°$ к прямой AB? Трением между шайбой и наклонной плоскостью пренебречь. Ответ записать в сантиметрах, округлив до целого значения.



Подсказка 1: Движение шайбы полностью аналогично движению тела, брошенного под углом к горизонту, но только роль ускорения свободного падения будет играть его проекция на наклонную плоскость $g' = g\sin(\alpha)$, где α – угол наклона плоскости к горизонту..

Подсказка 2: Можно записать выражение для «дальности полета» $l = \dfrac{v_0^2}{g'}\sin(2\beta)$.

Подсказка 3: Так же можно действовать и для другого угла.

Решение:

Движение шайбы полностью аналогично движению тела, брошенного под углом к горизонту, но только роль ускорения свободного падения будет играть его проекция на наклонную плоскость $g' = g\sin(\alpha)$, где α – угол наклона плоскости к горизонту. Значит, если направить ось x по прямой AB, а ось y – вверх в наклонной плоскости (перпендикулярно AB), то закон движения позволяет найти время движения от A до B и расстояние между A и B:

$$\begin{cases} x(t) = v_0\cos(\beta)t \\ y(t) = v_0\sin(\beta)t - \dfrac{g't^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \dfrac{2v_0\sin(\beta)}{g'} \\ l = v_0\cos(\beta)T = \dfrac{v_0^2}{g'}\sin(2\beta) \end{cases}.$$

Аналогично при изменении угла $l' = \dfrac{v_0^2}{g'}\sin(2\gamma) = \dfrac{\sin(2\gamma)}{\sin(2\beta)}l = \dfrac{\sqrt{3}}{2}l \approx 1{,}73$ м.

Задача 9 (4 балла) [прямолинейное движение, равномерное вращение, сложение скоростей, центростремительное ускорение]

Колесо катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности по горизонтальной поверхности. Плоскость колеса вертикальна. Найти (в градусах) между векторами ускорения и скорости «самой передней» точки обода колеса.

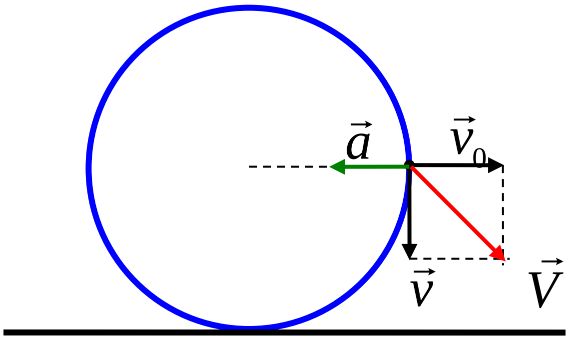
Подсказка 1: Движение этой точки колеса складывается из прямолинейного равномерного движения вместе с центром колеса (скорость v_0) и равномерного вращения вокруг центра (скорость v).

Подсказка 2: Поскольку колесо катится без проскальзывания, то величины линейных скоростей этих движений одинаковы: $v = v_0$.

Подсказка 3: Складывая скорости векторно, находим, что скорость этой точки направлена под углом $\alpha = 45°$ к горизонтали.

Решение:

Движение этой точки колеса складывается из прямолинейного равномерного движения вместе с центром колеса (скорость v_0) и равномерного вращения вокруг центра (скорость v).



Поскольку колесо катится без проскальзывания, то величины линейных скоростей этих движений одинаковы: $v = v_0$. Складывая скорости векторно, находим, что скорость этой точки направлена под углом $\alpha = 45°$ к горизонтали (см. рисунок). Ускорение прямолинейного равномерного движения равно нулю, поэтому общее ускорение этой точки равно ускорению равномерного вращения по окружности, то есть центростремительному ускорению. Оно направлено по радиусу вращения, то есть к центру колеса. Значит, искомый угол $\beta = 90° + \alpha = 135°$.

Ответ: 135.

Задача 10 (4 балла) [равномерное прямолинейное движение, сложение скоростей]

В безветренную погоду самолет затрачивает на перелет между городами 6 часов. Если во время полета перпендикулярно линии курса дует боковой ветер, то на перелет уходит на 9 минут больше. Найдите скорость самолета относительно воздуха, если скорость ветра постоянна и равна $u = 20$ м/с. Ответ записать в км/ч.

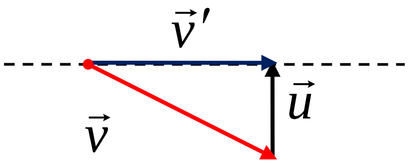
Подсказка 1: Скорость самолета относительно Земли, направленная вдоль линии курса, равна векторной сумме его скорости относительно воздуха и скорости ветра.

Подсказка 2: Скорость движения самолета вдоль курса $v' = \sqrt{v^2 - u^2}$, где v – искомая скорость.

Подсказка 3: Дальность полета $L = vt = v't'$.

Решение:

Скорость самолета относительно Земли, направленная вдоль линии курса, равна векторной



сумме его скорости относительно воздуха $\vec{v}$ и скорости ветра (см. рисунок). Поэтому его скорость движения вдоль курса $v' = \sqrt{v^2 - u^2}$. Время перелета при ветре $t' = \dfrac{L}{\sqrt{v^2 - u^2}}$, и при этом $L = vt$. Поэтому $(v^2 - u^2)(t')^2 = v^2 t^2$. Из этого соотношения находим: $v = \dfrac{z}{\sqrt{z^2 - 1}} u$, где $z \equiv \dfrac{t'}{t} = \dfrac{41}{40}$. Таким образом, $v = \dfrac{41}{9} u \approx \dfrac{820}{9}$ м/с. Это соответствует 328 км/ч.

Ответ: 328.