ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2026 года, ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР
БИЛЕТ № 02 (9 классы): возможные решения и критерии

Задание 1: «График полета».

Вопрос: Выведите уравнение траектории материальной точки, стартовавшей из точки на высоте h_0 со скоростью v_0 под углом α к горизонту и движущейся в однородном поле тяжести g. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ на вопрос: По горизонтальной оси точка движется равномерно со скоростью $v_x = v_0 \cdot \cos(\alpha)$, по вертикали – с постоянным ускорением $a_y = -g$ и начальной скоростью $v_0 \cdot \sin(\alpha)$. Значит, закон ее движения

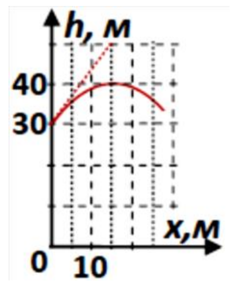
$$\left\{\begin{aligned} x(t) &= v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ y(t) &= h_0 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow y(x) = h_0 + \mathrm{tg}(\alpha) \cdot x - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)}.$$

Критерии проверки вопроса:

№	действие	балл
1	Правильно описан характер движения точки по осям x и y.	1+2=3
2	Записаны правильные законы движения по осям*.	2×2=4
3	Получено правильное уравнение траектории*.	3
Всего		**10**

*Если в формулах «потеряно» h_0, то в п.2 и п.3 снимается по 1 баллу.

Задача: С возвышения был произведен выстрел маленьким тяжелым шариком. По данным видеозаписи был построен график зависимости высоты центра шарика над точкой падения от его смешения по горизонтали от точки броска (см. рисунок). Сохранилась только часть данных, но при этом пунктиром показана касательная к графику в начальной точке. Известно, что все расстояния были измерены с ошибкой, не превышающей 2 %, и что при вычислениях с таким уровнем точности можно не учитывать влияние действующей на шарик силы сопротивления воздуха, и при этом нужно использовать значение ускорения свободного падения $g \approx 9{,}8$ м/с^2. Под каким углом к горизонту был произведен выстрел? Найдите начальную скорость шарика. Определите дальность его полета по горизонтали.



Решение задачи: Ясно, что $h_0 = 30$ м. График, представленный на рисунке, описывается уравнением, полученным в ответе на вопрос. Значит, уравнение построенной касательной $h(x) = 30\text{ м} + \mathrm{tg}(\alpha) \cdot x$. Определяя по графику коэффициент наклона этой прямой, находим $\mathrm{tg}(\alpha) = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$. Таким образом, $\alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{4}{3}\right) \approx 53{,}13°$. Соответственно $\cos(\alpha) = \frac{3}{5}$. Учтем это в уравнении траектории:

$$h(x) = 30\text{ м} + \frac{4}{3}x - \frac{25gx^2}{18v_0^2}$$

Кроме того, из графика мы видим, что шарик достигает максимальной высоты в точке с координатой $x_1 = 15$ м. График – это парабола с вертикальной осью, и эта точка лежит по горизонтали ровно посередине между точками, в которых высота равнялась 30 м, то есть

$$\frac{4}{3} = \frac{25g \cdot 2x_1}{18v_0^2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{25gx_1}{12}} \approx 17{,}5\text{ м/с}.$$

С учетом того, что 30 м = $2x_1$, уравнение траектории теперь можно привести к виду

$$h(x) = 2x_1 + \frac{4}{3}x - \frac{2x^2}{3x_1}.$$

Дальность полета L по горизонтали – координата точки, в которой $h = 0$. Значит,

$$0 = 2x_1 + \frac{4}{3}L - \frac{2L^2}{3x_1} \Rightarrow L^2 - 2x_1L - 3x_1^2 = 0 \Rightarrow L = 3x_1 = 45\text{ м}.$$

ОТВЕТЫ: $\alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{4}{3}\right) \approx 53{,}13°$, $v_0 = \sqrt{\frac{25gx_1}{12}} \approx 17{,}5$ м/с, $L = 3x_1 = 45$ м.

Критерии проверки задачи:

№	действие	балл
1	Из графика определено $h_0 = 30$ м.	1
2	Указано (используется в решении), что коэффициент наклона касательной – это тангенс угла α	2

3	Правильно найден угол в виде $\alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{4}{3}\right)$, или указано численное значение в интервале от 53,0° до 53,3°	2
4	Записано правильное уравнение для определения v_0 через величины, определяемые по графику	2
5	Найдено правильное численное значение $v_0 \approx 17{,}5$ м/с*	3
6	Записано правильное уравнении для определения L через величины, определяемые по графику	2
7	Найдено правильное численное значение $L \approx 45$ м.	3
Всего		**15**

*если ответ дан с более низкой точностью, но попадает в интервал от 17,4 м/с до 17,7 м/с, за п.5 ставится 2 балла.

Задание 2: «Разгон по окружности».

Вопрос: Автомобиль массой m с нейтральным аэродинамическим профилем (воздушный поток, обтекающий автомобиль при движении, не создает ни подъемной, ни прижимающей силы) движется с постоянной по модулю скоростью v по горизонтальной дороге с радиусом кривизны R. Под каким углом к вектору скорости должна быть направлена общая сила трения его колес о дорогу, если сила сопротивления воздуха равна $\vec{F_c} = -\gamma m v \cdot \vec{v}$, где постоянный коэффициент γ зависит только от конструкции кузова автомобиля?

Ответ на вопрос: Так как при постоянной скорости касательное ускорение равно нулю, то касательная (направленная по скорости) компонента силы трения должна уравновешивать силу сопротивления воздуха: $F_{mp\,\tau} = F_{mp} \cdot \cos(\alpha) = \gamma m v^2$, где α – искомый угол. Нормальная (центростремительная) компонента этой силы создает центростремительное ускорение: $F_{mp\,n} = F_{mp} \cdot \sin(\alpha) = m\frac{v^2}{R}$. Разделив эти уравнения друг на друга, находим: $\mathrm{tg}(\alpha) = \frac{1}{\gamma R} \Rightarrow \alpha = arctg(1/\gamma R)$.

Критерии проверки вопроса:

№	действие	балл
1	Правильно записано уравнение для касательной компоненты ускорения, равной нулю.	2+1=3
2	Правильно записано уравнение для центростремительной компоненты ускорения.	3
3	Получено правильное выражение для α.	4
Всего		**10**

Задача: Изучите разгон этого автомобиля по круговой горизонтальной дороге. Нам известно, что при достижении максимальной скорости все колеса автомобиля должны проскальзывать, и при этом конструкция автомобиля и мощность двигателя позволяют направить общую силу трения колес в любую сторону. Известно также, что для этого автомобиля γ точно совпадает с $1/R$. Оказалось, что на дороге с радиусом кривизны R = 300 м максимальная достижимая скорость равна v_m = 90 км/ч. До какой скорости может разогнаться этот автомобиль на дороге с таким же покрытием, но с радиусом кривизны R' = 150 м? Затем на этот автомобиль установили *антикрыло*, не влияющее на силу лобового сопротивления, но дополнительно создающее прижимную силу. Известно, что величина этой силы тоже пропорциональна квадрату скорости автомобиля, и при скорости v_m ее величина составляет 25 % от величины действующей на автомобиль силы тяжести. Какой станет максимальная скорость при R' = 150 м?

Решение задачи: Используем те же уравнения, что и в вопросе, для описания движения с максимальной скоростью. Возведя их в квадрат и сложив, находим, что величина силы трения при таком движении $F_{mp} = m\sqrt{\gamma^2 + R^{-2}}v_m^2$. Согласно условию, в этом режиме колеса проскальзывают, и сила трения равна силе трения скольжения $F_{mp} = \mu m g$, где g – ускорение свободного падения. Таким образом, связь максимальной скорости и радиуса кривизны имеет вид

$$v_m^2 = \frac{\mu g R}{\sqrt{1 + \gamma^2 R^2}}$$

Для заданного значения коэффициента γ получаем, что $\mu g R = v_m^2\sqrt{2}$. Тогда для другого радиуса (тот же автомобиль на дороге с тем же покрытием) максимальная скорость

$$v'^2_m = \frac{\mu g R'}{\sqrt{1 + \gamma^2 R'^2}} = v_m^2\sqrt{\frac{2R'^2}{R'^2 + R^2}} \Rightarrow v'_m = v_m\left(\frac{2}{5}\right)^{1/4} \approx 71{,}6 \text{ км/ч}.$$

После установки антикрыла сила трения увеличивается за счет увеличения силы давления автомобиля на дорогу и зависит от скорости: согласно информации из условия, $\tilde{F}_{mp} = \mu mg\left(1 + \frac{v^2}{4v_m^2}\right)$. Значит, теперь максимальная скорость определяется из соотношения

$$\mu g\left(1 + \frac{\tilde{v}^2}{4v_m^2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4R}(4v_m^2 + \tilde{v}^2) = \tilde{v}^2\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{R'^2}} \Rightarrow \tilde{v}_m^2 = \frac{4v_m^2}{2\sqrt{2[1 + (R/R')^2} - 1}.$$

В результате находим, что

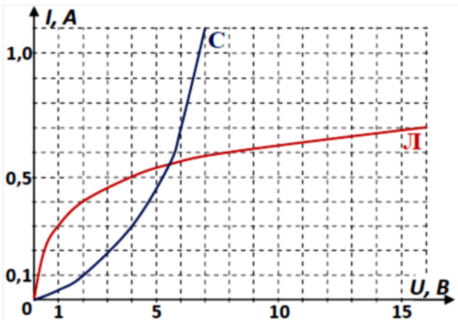
$$\tilde{v}_m = \frac{2v_m}{\sqrt{2\sqrt{10} - 1}} \approx 78{,}0 \text{ км/ч}.$$

ОТВЕТЫ: На дороге с меньшим радиусом R' этот автомобиль может разогнаться до скорости $v'_m = v_m\left(\frac{2}{5}\right)^{1/4} \approx 71{,}6$ км/ч, а после установки антикрыла – до $\tilde{v}_m = \frac{2v_m}{\sqrt{2\sqrt{10}-1}} \approx 78{,}0$ км/ч.

Критерии проверки задачи:

№	действие	балл
1	Получено уравнение для силы трения, эквивалентное $F_{mp} = m\sqrt{\gamma^2 + R^{-2}v_m^2}$	1
2	Найдена правильная связь максимальной скорости и радиуса кривизны.	2
3	Записано соотношение, эквивалентное $\mu gR = v_m^2\sqrt{2}$.	1
4	Найдено правильно уравнение для максимальной скорости после изменения радиуса	2
5	Получено правильное численное значение v'_m	2
6	Указано, что после установки антикрыла сила трения увеличивается.	1
7	Получена правильная формула для связи силы трения со скоростью после установки антикрыла.	2
8	Найдено правильно уравнение для максимальной скорости после установки антикрыла.	2
9	Получено правильное численное значение $\tilde{v}_m$	2
Всего		**15**

Задание 3: «Лампа и диод».



Вопрос: На рисунке (см. дополнительный лист) показаны ВАХ (вольт-амперные характеристики) светодиода (синяя кривая) и лампы накаливания (красная). Известно, что номинальная мощность светодиода 4,2 Вт, а лампы – 4,8 Вт. Определите номинальные напряжения светодиода и лампы.

Ответ на вопрос: На ВАХ лампы и диода потребляемые мощности, равные произведению силы тока на напряжение, монотонно растут, и можно, двигаясь по ним, найти точки с нужными значениями мощности. Это несложно, поскольку они попадают в «узлы» координатной сетки на графике. Для светодиода такая точность отвечает U = 6 В и I = 0,7 А. Для лампы – значениям U = 8 В и I = 0,6 А. Таким образом, номинальные напряжения $U_С$ = 6 В и $U_Л$ = 8 В.

Критерии проверки вопроса:

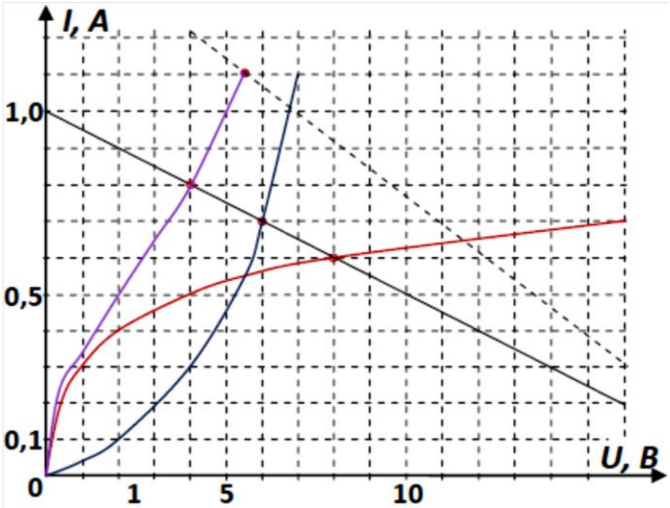
№	действие	балл
1	Указано (используется в решении), что вдоль ВАХ обоих элементов мощности монотонно растут.	2
2	Правильно определены точки, отвечающие номинальным режимам лампы и светодиода.	2×2=4
3	Даны правильные численные ответы для номинальных напряжений.	2×2=4
Всего		**10**

Задача: Эти светодиод и лампу подключили поочередно к источнику постоянного напряжения последовательно с реостатом. Оказалось, что можно так подобрать сопротивление реостата, чтобы и светодиод, и лампа при таком подключении работали в номинальном режиме. Определите ЭДС этого источника. Чему равно внутреннее сопротивление источника, если подобранное сопротивление реостата равно R = 19 Ом? Затем светодиод и лампу соединили параллельно и подключили к последовательно соединенным источнику и реостату (с тем же сопротивлением). Найдите мощности, потребляемые светодиодом и лампой в этом случае. Как нужно изменить сопротивление реостата, чтобы светодиод и лампа потребляли одинаковые мощности?

Примечание: Все построения выполняйте на дополнительном листе.

Решение задачи: При подключении нелинейного элемента к источнику питания напряжение на этом элементе равно напряжению на участке цепи из источника и реостата, а сила тока через него равна силе тока через аккумулятор и реостат, то есть

$$U(I) = \mathcal{E} - I(R + r).$$



Таким образом, точка с координатами, отвечающими режиму работы элемента, должна являться пересечением графика ВАХ элемента и прямой $U = \mathcal{E} - I(R + r)$ (ее обычно называют *нагрузочной прямой*). Эту прямая проходит также через две точки: точку, отвечающую нулевому напряжению (0 В; $\mathcal{E}/(R + r)$) и точке, отвечающую нулевой силе тока ($\mathcal{E}$; 0 А). Лампа и светодиод должны работать в номинальном режиме, то есть нагрузочная прямая должна проходить через точки (6 В; 0,7 А) и (8В; 0,6 А) (см рисунок). Продолжая ее до пересечения с осью абсцисс (напряжений), находим ЭДС источника: $\mathcal{E} = 20$ В. Точка ее пересечения с осью ординат (силы тока) позволяет найти сумму сопротивлений реостата и аккумулятора:

$$R + r = \frac{\mathcal{E}}{I_0} = 20 \text{ Ом} \Rightarrow r = 20 \text{ Ом} - 19 \text{ Ом} = 1 \text{ Ом}.$$

При параллельном соединении напряжения на светодиоде и лампе одинаковы, а суммарная сила тока равна сумме сил токов через них. Поэтому нужно, например, для каждой точки ВАХ светодиода получить точку ВАХ параллельного соединения, добавив к силе тока через светодиод силу тока через лампу при том же значении напряжения (новая кривая на рисунке). Так как сопротивление реостата и характеристики аккумулятора не изменились, то суммарная сила тока светодиода и лампы и напряжение на них определяются пересечением той же нагрузочной прямой с новой ВАХ. Значит: $U_2 = 4$ В и $I_2 = 0{,}8$ А. При этом значении напряжения мощность, потребляемая светодиодом, равна $P'_С = I'_С \cdot U'_С = 4 \text{ В} \cdot 0{,}5 \text{ А} = 2$ Вт. Для лампы $P'_Л = I'_Л \cdot U'_Л = 4 \text{ В} \cdot 0{,}3 \text{ А} = 1{,}2$ Вт.

Для того, чтобы потребляемые лампой и светодиодом мощности были одинаковы, их режим работы должен отвечать точке пересечения их ВАХ (5,5 В; 0,55 А). Значит, нагрузочная прямая при той же ЭДС и новом сопротивлении реостата должна проходить через точку (5,5 В; 1,1 А) (пунктирная прямая). Наклон этой новой нагрузочной прямой отвечает сумме нового сопротивления реостата и внутреннего сопротивления источника:

$$\Delta U = -(R' + r) \cdot \Delta I \Rightarrow R' = -\frac{\Delta U}{\Delta I} - r \approx \frac{145}{11} \text{ Ом} - 1 \text{ Ом} = 12\frac{2}{11} \text{ Ом} \approx 12{,}18 \text{ Ом}.$$

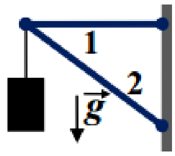
ОТВЕТЫ: ЭДС источника $\mathcal{E} = 20$ В, его внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом, при параллельном соединение светодиод потребляет мощность $P'_С = 2$ Вт, а лампа $P'_Л = 1{,}2$ Вт. Для того, чтобы они потребляли одинаковые мощности, сопротивление реостата нужно увеличить до $R' \approx 12\frac{2}{11}$ Ом $\approx$ 12,18 Ом.

Критерии проверки задачи:

№	действие	балл
1	Указано (используется в решении), что точка с координатами, отвечающими режиму работы элемента, должна являться пересечением графика ВАХ элемента и «нагрузочной» прямой.	2
2	Определено, что нагрузочная прямая должна проходить через обе точки номинальных режимов.	1+1=2
3	Правильно определена ЭДС источника	1
4	Записано правильное уравнение связи наклона прямой с r.	1
5	Правильно определено внутреннее сопротивление источника.	2
6	Построен необходимый участок ВАХ параллельного соединения	2
7	Определена точка, отвечающая режиму работы параллельного соединения.	1
8	Правильно (с ошибкой не более 0,05 Вт) определены потребляемые мощности	2×1=2

9	Указано, что мощности одинаковы, если нагрузочная прямая проходит через точку пересечения ВАХ	1
10	Правильно (в диапазоне от 11,8 до 12,6 Ом) найдено нужное сопротивление реостата	1
Всего		**15**

Задание 4: «Кронштейны».



Вопрос: Два легких жестких стержня соединили идеальными (вращающимися без трения) шарнирами друг с другом и с вертикальной стенкой, и подвесили на этой конструкции массивный груз (см. рисунок). Стержни изготовлены из одного материала, имеют одинаковый профиль, но длина стержня 1 в недеформированном состоянии равна 40 см, а длина недеформированного стержня 2 – 50 см. В состоянии равновесия стержень 1 горизонтален, и величина его продольной деформации равна 0,32 мм. Найдите величину продольной деформации стержня 2 в этом состоянии.

Ответ на вопрос: В состоянии равновесия сумма сил, приложенных к шарниру, соединяющему стержни 1 и 2, равна нулю. При этом каждый из стержней находится в состоянии равновесия под действием двух сил, приложенных к его концам (стержни по условию «легкие», и действующими на них силами тяжести пренебрегаем). Сумма этих сил равна нулю, поэтому эти силы всегда направлены в противоположные стороны. Если линии их действия не совпадают, то такая пара сил будет иметь ненулевой суммарный момент, чего не должно быть в положении равновесия. Поэтому эти силы обязательно направлены вдоль одной прямой, и, поскольку они приложены к разным концам стержня, то они направлены вдоль стержня. Пусть $\vec{F}_{1,2}$ – силы упругости стержней. Предположим, что стержень 1 растянут, а стержень 2 сжат (что выглядит естественно). Условие равновесия шарнира $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + m\vec{g} = 0$ в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси дает:

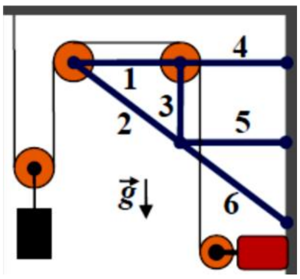
$$\begin{cases} F_1 - \dfrac{4}{5}F_2 = 0 \\ \dfrac{3}{5}F_2 - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = \dfrac{4}{3}mg \\ F_2 = \dfrac{5}{4}F_1 = \dfrac{5}{3}\cdot mg \end{cases}.$$

Как видно, сделанное предположение оправдалось. Для ответа на вопрос достаточно знать соотношение сил, так как, согласно закону Гука, деформация пропорциональна величине силы упругости и обратно пропорциональна жесткости стержня. При одинаковых материалах и одинаковом сечении коэффициенты жесткости обратно пропорциональны длине стержня. Поэтому

$$\frac{|\Delta l_2|}{|\Delta l_1|} = \frac{F_2}{F_1}\frac{k_1}{k_2} = \frac{F_2 l_2}{F_1 l_1} = \frac{5}{4}\cdot\frac{5}{4} \Rightarrow |\Delta l_2| = \frac{25}{16}|\Delta l_1| = 0{,}5 \text{ мм}.$$

Критерии проверки вопроса:

№	действие	балл
1	Указано (используется в решении), что сила упругости каждого стержня направлена вдоль стержня.	2
2	Это утверждение корректно обосновано.	2
3	Правильно записаны уравнения равновесия шарнира в проекциях на две перпендикулярные оси.	2×2=4
4	Получен правильный численный ответ.	2
Всего		**10**



Задача: Из 6 легких жестких стержней, идеальных невесомых блоков и идеальных шарниров на вертикальной стенке собрали кронштейн для подъема груза массой 9 кг (см. рисунок). Для подъема используется легкий нерастяжимый трос, наматывающийся на вал двигателя, и при этом груз движется с постоянной скоростью 0,4 м/с. Деформации стержней и стены очень малы, и длина горизонтальных стержней 1, 4 и 5 равна 40 см, стержня 3 – 30 см, а стержни 2 и 6 имеют длину 50 см и одинаковый наклон к горизонтали. Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с^2. Найдите полезную мощность двигателя при подъеме груза. У какого из стержней в процессе подъема величина силы упругости наименьшая? Чему она равна? У какого наибольшая? Чему она равна? Во сколько раз величина продольной деформации стержня 6 больше, чем у стержня 3?

Решение задачи: В состоянии равновесия груза действующая на него сила тяжести уравновешивается двумя силами натяжения троса, перекинутого через подвижный блок. Поэтому сила натяжения,

постоянная вдоль троса, равна $T = mg/2 = 45$ Н. Полезная мощность двигателя – мощность работы по подъему груза, и она равна $P = mg \cdot v = 36$ Вт.
Далее рассмотрим условие равновесия сил, приложенных к шарниру, соединяющему стержни 1 и 2 (силы упругости стержней и две силы натяжения нити). Из этих условий (их можно записать, например, в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси) получим: $\frac{3}{5}F_2 = T \Rightarrow F_2 = \frac{5}{6}mg = 75$ Н, и $F_1 = \frac{4}{5}F_2 - T = \frac{1}{6}mg = 15$ Н. Далее последовательно рассматриваем условия равновесия шарниров, соединяющих стержни 1,3 и 4, и стержни 2,3,5 и 6. Из первого из них находим, что $F_3 = T = \frac{1}{2}mg = 45$ Н, а $F_4 = T + F_1 = \frac{2}{3}mg = 60$ Н. Второе в проекциях на вертикальную и горизонтальную оси дает систему уравнений на две оставшиеся силы упругости:

$$\left\{\begin{array}{c} F_5 - \frac{4}{5}F_6 = -\frac{4}{5}F_2 = -\frac{2}{3}mg \\ \frac{3}{5}F_6 = \frac{3}{5}F_2 + F_3 = mg \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} F_5 = \frac{2}{3}mg \\ F_6 = \frac{5}{3}mg \end{array}\right. .$$

Как видно, наименьшая величина силы упругости стержня – это $F_1 = \frac{1}{6}mg = 15$ Н, а наибольшая - это $F_6 = \frac{5}{3}mg = 150$ Н.
Деформация стержня, согласно закону Гука, пропорциональна величине силы упругости и обратно пропорциональна жесткости стержня. При одинаковых материалах и одинаковом сечении коэффициенты жесткости обратно пропорциональны длине стержня. Поэтому

$$\frac{|\Delta l_6|}{|\Delta l_3|} = \frac{F_6}{F_3}\frac{k_3}{k_6} = \frac{F_6 l_6}{F_3 l_3} = \frac{50}{9} \approx 5{,}56.$$

ОТВЕТЫ: $P = mg \cdot v = 36$ Вт, наименьшая величина силы упругости у стержня 1 $F_1 = \frac{1}{6}mg = 15$ Н, наибольшая – у стержня 6 $F_6 = \frac{5}{3}mg = 150$ Н. Величина продольной деформации стержня 6 в $\frac{50}{9} \approx 5{,}56$ раза больше, чем у стержня 3.

Критерии проверки задачи:

№	действие	балл
1	Правильно записано условие равновесия груза.	1
2	Правильно найдены формула и численное значение мощности.	1+1=2
3	Указано, что наименьшая величина сила упругости у стержня 1.	1
4	Правильно найдено численное значение силы упругости стержня 1.	2
5	Правильно найдены величины сил упругости стержней 3 и 4.	2
6	Записана правильная система уравнений равновесия шарнира между стержнями 2, 3, 5 и 6 в проекции на две перпендикулярные оси.	2×1=2
7	Указано, что наибольшая величина сила упругости у стержня 6.	1
8	Правильно найдено численное значение силы упругости стержня 6.	2
9	Указано (используется в решении), что деформация стержня пропорционально произведению силы упругости на длину стержня.	1
10	Правильно найдено численное значение искомого отношения деформаций.	1
Всего		**15**