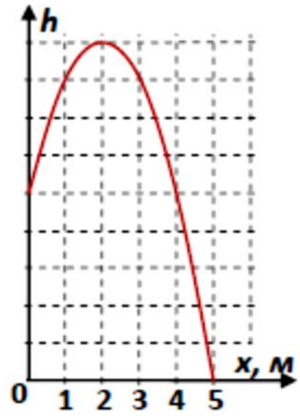
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ
ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП 2025-2026 года, вопросы по физике.

Вариант 6 (9 класс)



Задача 1. С возвышения был произведен выстрел маленьким тяжелым шариком с начальной скоростью $v_0 = 7{,}0$ м/с по «навесной» траектории (то есть вектор начальной скорости составлял более 45° с горизонтом). По данным видеозаписи был построен график зависимости высоты центра шарика над точкой его падения от его смещения по горизонтали (см. рисунок). Однако численные значения высоты оказались утрачены, так что масштаб по оси ординат нам неизвестен. Известно, что эти значения и соответствующие им значения времени были измерены с ошибкой, не превышающей 1 %, и что при вычислениях с таким уровнем точности можно не учитывать влияние действующей на шарик силы сопротивления воздуха, и при этом нужно использовать значение ускорения свободного падения $g \approx 9{,}8$ м/с^2. Все расчеты в данной задаче производите с этим уровнем точности, и производите округления до заданного разряда только при записи ответа.

1.1. Под каким углом α к горизонту был произведен выстрел? Ответ запишите в градусах, округлив до целого числа.

1.2. Определите высоту H точки, из которой был произведен выстрел, над точкой падения шарика. Ответ запишите в метрах, округлив до десятых.

1.3. Найдите время T полета шарика. Ответ запишите в секундах, округлив до десятых.

Ответы: 1.1. **63**. 1.2. **2,5**. 1.3. **1,6**.

Возможное решение:
Начальное значение проекции скорости на вертикальную ось y равно $v_y = v_0 \cdot \sin(\alpha)$. Время уменьшения этой проекции до нуля $t_0 = \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g}$, и при этом по оси x движение равномерное со скоростью $v_x = v_0 \cdot \cos(\alpha)$. Следовательно, это происходит в точке с координатой $x_0 = v_0 \cdot \cos(\alpha) t_0 = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{2g}$. Согласно графику, равно $x_0 \approx 2{,}0$ м. Значит,

$$\sin(2\alpha) = \frac{2gx_0}{v_0^2} \approx 0{,}8 \Rightarrow \alpha \approx 63{,}43°.$$

Здесь из возможных корней уравнения $\sin(2\alpha) = 0{,}8$ мы выбрали корень, соответствующий условию – в диапазоне $45° < \alpha < 90°$.С учетом заданного округления $\alpha \approx 63°$. Отметим, что $\sin(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{5}}$ и $\cos(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{5}}$.
По оси y центр шарика движется (в рамках заданной точности) с постоянным ускорением, и закон его движения описывается выражением

$$h = H + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - \frac{g}{2} t^2 = H + x \cdot \mathrm{tg}(\alpha) - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)} x^2$$

В точке падения высота обращается в ноль, и дальность полета $L \approx 5{,}0$ м удовлетворяет уравнению

$$H + L \cdot \mathrm{tg}(\alpha) - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)} L^2 = 0 \Rightarrow H = \frac{5gL^2}{2v_0^2} - 2L \approx 2{,}5 \text{ м}.$$

С другой стороны,

$$L = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot T \Rightarrow T = \frac{L}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} = \frac{L\sqrt{5}}{v_0} \approx 1{,}597 \text{ с}.$$

Последний ответ: $T \approx 1{,}6$ с.

Задача 2. *Аэродинамический профиль* автомобиля называется *нейтральным*, если воздушный поток, обтекающий автомобиль при движении, не создает ни подъемной, ни прижимающей силы. Автомобиль называют *полноприводным*, если все его колеса являются *ведущими* (на них передается усилие, раскручивающее вал двигателя). Изучите разгон полноприводного автомобиля с нейтральным аэродинамическим профилем по прямой горизонтальной дороге. Нам известно, что при достижении максимальной скорости все колеса автомобиля должны проскальзывать, а величина силы лобового сопротивления, действующей на автомобиль со стороны воздуха, пропорциональна квадрату его скорости (коэффициент пропорциональности можно считать постоянной величиной). При коэффициенте трения всех колес о поверхность дороги $\mu = 0{,}25$ эта максимальная скорость равна $v_m = 110$ км/ч.

2.1. Какой станет максимальная достижимая скорость этого автомобиля v'_m после замены покрышек колес, которая не влияет на силу лобового сопротивления и массу автомобиля, но увеличивает коэффициент трения всех колес о поверхность дороги до $\mu' = 0{,}49$? Ответ запишите в км/ч, с точностью до целого значения.

Корпус автомобиля переделали, не меняя его массы. Оказалось, что переделка не повлияла на величину силы лобового сопротивления, но из-за нее появилась подъемная сила. Известно, что величина этой подъемной силы тоже пропорциональна квадрату скорости автомобиля, и при скорости v_m ее величина составляет 3/28 от величины действующей на автомобиль силы тяжести.

2.2. Определите максимальную достижимую скорость этого автомобиля с новыми покрышками после переделки корпуса. Ответ запишите в км/ч, с точностью до целого значения.

Ответы: 2.1. **154**. 2.2. **140**.

Возможное решение:
В процессе разгона при проскальзывании ведущих колес на автомобиль действуют сила трения скольжения (разгоняющая его) и сила лобового сопротивления (тормозящая). Поэтому уравнение движения автомобиля с массой m имеет вид $ma = \mu mg - \beta v^2$. Здесь мы учли, что на горизонтальной дороге при нейтральном аэродинамическом профиле сила нормальной реакции поверхности дороги равна по величине силе тяжести, и обозначили коэффициент пропорциональности между величиной силы лобового сопротивления и квадратом скорости β. При достижении максимальной скорости ускорение автомобиля обращается в ноль, и поэтому $v_m = \sqrt{\frac{\mu mg}{\beta}}$. Отметим также, что $\beta = \frac{\mu mg}{v_m^2}$. При увеличении коэффициента трения с сохранением m и β новая максимальная скорость $v'_m = \sqrt{\frac{\mu' mg}{\beta}} = v_m\sqrt{\frac{\mu'}{\mu}} = 154$ км/ч.

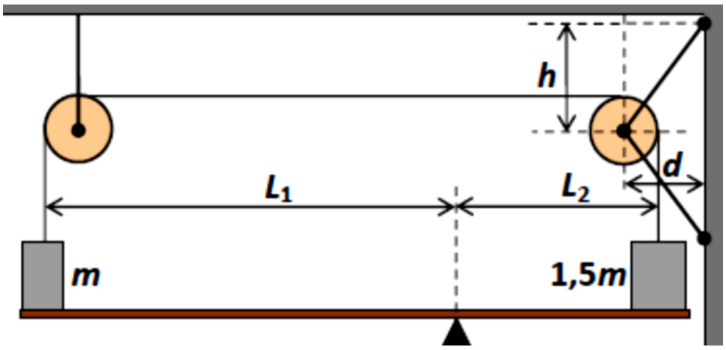
После переделки кузова сила нормальной реакции поверхности дороги уменьшается из-за подъемной силы, и вместе с ней уменьшается сила трения скольжения колес о дорогу. С учетом данных условия о величине подъемной силы новое уравнение движения

$$ma = \mu'\left(mg - \frac{3}{28}\cdot mg\cdot\frac{v^2}{v_m^2}\right) - \mu mg\cdot\frac{v^2}{v_m^2} = mg\left(\mu' - [\mu - 0{,}25\mu']\cdot\frac{v^2}{v_m^2}\right).$$

Новая максимальная скорость тоже отвечает обращению ускорения в ноль, следовательно

$$\mu' - \left[\mu + \frac{3}{28}\mu'\right]\cdot\frac{v^2}{v_m^2} = 0 \Rightarrow v''_m = v_m\sqrt{\frac{28\mu'}{28\mu + 3\mu'}} = \frac{14}{11}\cdot v_m = 140 \text{ км/ч}.$$

Задача 3. Два груза с массами $m = 240$ г и $1{,}5 \cdot m = 360$ г установлены на разные концы легкого горизонтального рычага так, что относительно точки опоры рычага плечи сил, с которыми они давят на этот рычаг, равны $L_1 = 50$ см и $L_2 = 25$ см. Кроме того, эти грузы соединены легкой нерастяжимой нитью, перекинутой через два легких неподвижных цилиндрических блока, вращающиеся без трения (см. рисунок). Ось первого блока закреплена на паре параллельных вертикальных стержней, жестко скрепленных с горизонтальным потолком, а ось второго – на паре одинаковых легких стержней, соединенных друг с другом и с вертикальной стенкой легкими шарнирами (все три шарнира и горизонтальный участок нити находятся в одной вертикальной плоскости, перпендикулярной этой стенке). Горизонтальная проекция каждого из этих стержней равна $d = 9$ см, а вертикальная – $h = 12$ см. В этом положении система из рычага, грузов и блоков находится в равновесии.



3.1. Найдите величину силы натяжения нити в этом положении. Ответ запишите в ньютонах с точностью до десятых. При расчетах в этой задаче ускорение свободного падения считайте равным $g \approx 10$ м/с^2.

3.2. Найдите величину силы упругости нижнего из стержней, удерживающих ось второго блока. Ответ запишите в ньютонах с точностью до сотых.

3.3. Найдите величину силы упругости верхнего из стержней, удерживающих ось второго блока. Ответ запишите в ньютонах с точностью до сотых.

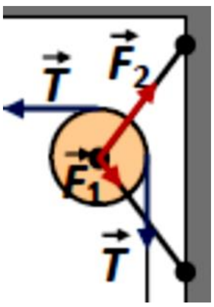
Ответы: 3.1. **1,2**. 3.2. **0,25**. 3.3 **1,75**.

Возможное решение:

Силы реакции между грузами и рычагом равны разности сил тяжести и силы натяжения нити, которая одинакова по всей ее длине: $N_1 = mg - T$, $N_2 = 1{,}5 \cdot mg - T$. Поэтому условие равновесия рычага имеет вид

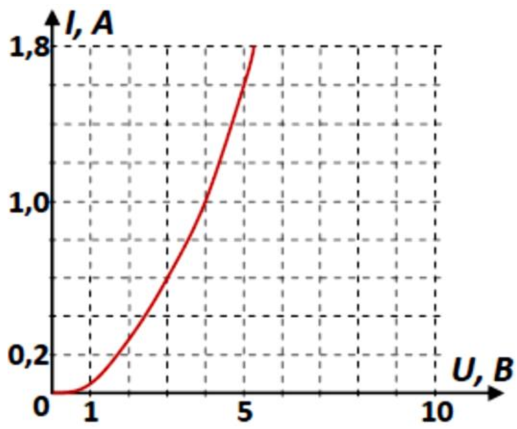
$$N_1 L_1 = N_2 L_2 \Rightarrow T = \frac{2L_1 - 3L_2}{2(L_1 - L_2)} mg = \frac{1}{2} mg \approx 1{,}2 \text{ Н}.$$

Отметим, что в соответствии с условием стержни, удерживающие ось второго блока, направлены под углом $\alpha = \mathrm{arctg}(4/3)$ к горизонту. Кром того, силы упругости этих стержней направлены вдоль них. Действительно, поскольку силой тяжести для «легких» стержней можно пренебречь, то сумма сил, действующих на стержень со стороны шарниров, к которым прикреплены его концы, в состоянии равновесия равны нулю, как и сумма моментов этих сил. Из этих требований следует, что эти силы равны по величине, противоположны по направлению и направлены вдоль стержня, и при этом именно они растягивают либо сжимают стержень и вызывают появление сил упругости. Обозначим величины сил упругости нижнего и верхнего стержней F_1 и F_2 соответственно. Сумма сил, приложенных ко второму блоку (а это силы упругости стержней и силы натяжения горизонтального и вертикального участков нити), в состоянии равновесия тоже равна нулю. Значит, сила натяжения каждого из участков нити должна быть уравновешена суммами горизонтальных и вертикальных составляющих сил упругости. Тогда (отметим, что сумма сил натяжения направлена под углом $45° < \alpha$ к горизонту, и можно догадаться, что и верхний, и нижний стержни находятся в растянутом состоянии. В действительности мы не обязаны это «угадывать» - достаточно договориться о том, какие направления проекций мы считаем положительными, и найти проекции из решения уравнений равновесия вместе со знаком):



$$\begin{cases} F_2 \cdot \sin(\alpha) - F_1 \cdot \sin(\alpha) = T \\ F_2 \cdot \cos(\alpha) + F_1 \cdot \cos(\alpha) = T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_2 = \dfrac{35}{24}T = \dfrac{35}{48}mg = 1{,}75 \text{ Н} \\ F_1 = \dfrac{5}{24}T = \dfrac{5}{48}mg = 0{,}25 \text{ Н} \end{cases}.$$

Задача 4. Светодиоды обычно являются *нелинейными элементами*: так как концентрация носителей заряда в их материале зависит от напряженности электрического поля, то удельное сопротивление (а вместе с ним и сопротивление светодиода) зависит от приложенного напряжения. Поэтому закон Ома в обычной форме для них не выполняется. На графике показана ВАХ (вольт-амперная характеристика, то есть связь силы тока с приложенным напряжением) для некоторого светодиода. Этот светодиод подключили к аккумулятору с ЭДС $\mathcal{E} = 9$ В и внутренним сопротивлением r = 0,4 Ом последовательно с реостатом. Сопротивление реостата было выбрано таким образом, чтобы потребляемая светодиодом мощность равнялась P = 4,0 Вт.



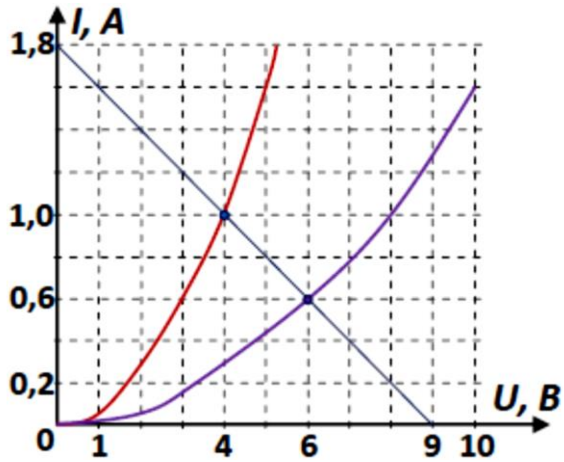
4.1. Определите величину R этого сопротивления реостата. Ответ запишите в омах, с точностью до десятых.

4.2. После этого, не изменяя сопротивление реостата, последовательно с этим светодиодом подключили еще один, точно такой же. Найдите суммарную мощность потребления обоих светодиодов P_2 в получившейся схеме. Ответ запишите в ваттах, с точностью до десятых.

Ответы: 4.1. **4,6**. 4.2. **3,6**.

Возможное решение:

Мощность, потребляемая светодиодом, равна произведению силы тока через него на напряжение на нем: $P = I_C \cdot U_C$. Так как ВАХ позволяет для каждого напряжения найти силу тока, несложно по ней можно подобрать необходимое для обеспечения нужной мощности значение напряжения. Задача упрощается, так как с хорошей точностью это значение отвечает «узлу» координатной сетки на рисунке: при U_C = 4 В сила тока I_C = 1,0 А, и P = 4,0 Вт. При этом напряжение на светодиоде равно напряжению на участке цепи из аккумулятора и реостата, а сила тока через светодиод равна силе тока через аккумулятор и реостат, то есть



$$U_C(I_C) = \mathcal{E} - I_C(R + r).$$

Таким образом, точка с координатами (4 В, 1 А) на нашей диаграмме должна являться пересечением графика ВАХ светодиода и прямой $U = \mathcal{E} - I(R + r)$ (ее обычно называют *нагрузочной прямой*). Эту прямую можно построить по двум точкам: точке ее пересечения с ВАХ (4 В, 1 А) и точке, отвечающей нулевому току (9 В, 0 А) (см. рисунок). Наклон этой прямой отвечает сумме сопротивлений реостата и аккумулятора:

$$\Delta U = -(R + r) \cdot \Delta I \Rightarrow R = -\frac{\Delta U}{\Delta I} - r = 5 \text{ Ом} - 0{,}4 \text{ Ом} = 4{,}6 \text{ Ом}.$$

Для определения режима схемы с двумя светодиодами нужно построить ВАХ последовательного соединения двух одинаковых светодиодов. При таком соединении сила тока через оба светодиода одинакова, а суммарное напряжение в два раза больше напряжения на одном светодиоде. Поэтому нужно для каждой точки ВАХ одного светодиода получить точку ВАХ последовательного соединения, удвоив величину напряжения при том же значении силы тока (новая кривая на рисунке). Так как сопротивление реостата и характеристики аккумулятора не изменились, то общая сила тока двух светодиодов и суммарное напряжение на них определяются пересечением той же нагрузочной прямой с новой ВАХ. Значит: $U_2 = 6$ В и $I_2 = 0{,}6$ А. Таким образом, суммарное энергопотребление $P_2 = I_2 \cdot U_2 = 3{,}6$ Вт.