10-11 классы, подготовка к теоретическому туру

олимпиады школьников «Робофест» по физике

Теоретический обзор к итоговому занятию основного курса, 2022/23 учебный год.

Тема: «ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАНИЯ ОЛИМПИАДЫ ДЛЯ 10-11 КЛАССОВ И РАБОТА С НИМИ».

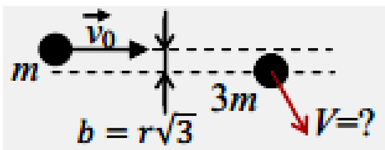
Заключительное (и самое важное с точки зрения определения победителей и призеров) из испытаний олимпиады «Робофест» - теоретический тур финального этапа. Задание теоретического тура состоит из 4 заданий по четырем темам. Для 10 класса это: соударения тел, термодинамика, постоянный ток, геометрическая оптика. Для 11 класса: гармонические колебания, термодинамика, Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях, геометрическая оптика. Каждое задание состоит из «простого» вопроса и задачи. Важная информация для участников состоит в том, что «простые» вопросы выбраны таким образом, чтобы подвести их к решению более сложной задачи. Всегда следует начинать работу над заданием с ответа на вопрос, а потом уже приступать к решению задачи.

Второе важное обстоятельство - то, что многие задания теоретического тура **финального этапа** связаны логически с заданиями по физике **отборочного этапа**, с которыми участники олимпиады уже сталкивались в ходе региональных отборов. Поэтому в ходе подготовки к финалу обязательно нужно проработать задания отборочного этапа. Это, помимо самой подготовки, также позволить понять, какие именно темы могут быть затронуты в каждом из заданий. Обсудим возможные темы финального задания.

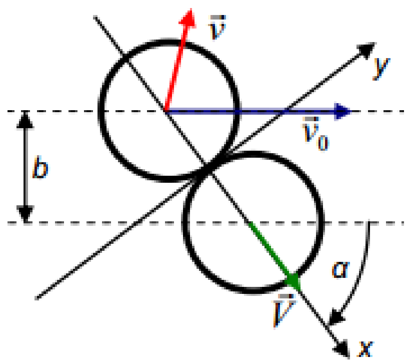
Тема 1: раздел – механика, темы – соударения тел и гармонические колебания.

В первую очередь 10 классу надо повторить материалы вводных занятий 4 и 5 («закон сохранения импульса» и («закон сохранения энергии») и основного занятия по теме «соударения», а также разобрать задания отборочного этапа. 11 классу – повторить материалы вводного занятия 12 («гармонические колебания», и тоже разобрать задания отборочного этапа. Рассмотрим пример задачи для 10 класса.

Задача: Упругая однородная цилиндрическая шайба с массами m и радиусом r скользила, не вращаясь, со скоростью v_0 = 1,6 м/с по гладкой горизонтальной поверхности. Другая однородная шайба с точно такими же размерами, но с массой $3m$, покоилась на этой поверхности на пути первой. *Прицельный параметр* (расстояние между линией движения первой шайбы и параллельной ей прямой, проходящей через центр второй) равнялся $b = r\sqrt{3}$ (см. рисунок). Произошел удар. Под каким углом к направлению движения первой шайбы до удара, направлена скорость второй (более тяжелой) шайбы после удара? Найдите величину скорости второй шайбы после удара.



Решение:.В основе решения таких задач – законы сохранения импульса и энергии. Чтобы решение было не слишком сложным, важно выбрать удобную систему координат. Лучше всего направить ось x по линии удара, то есть вдоль направления сил взаимодействия шайб (она совпадает с линией, соединяющей центры шайб в момент удара). Ясно, что эта ось будет составлять с направлением движения шайбы угол $\alpha = \arcsin\left(\frac{b}{2r}\right) = \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 60°$.



Ось y направим перпендикулярно этой линии, и, поскольку проекции на нее сил, действующих на шайбы во время удара, равны нулю, то проекции скоростей не изменятся: $v_y = v_0 \sin(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0$ и $V_y = 0$. Значит, вторая шайба после удара движется вдоль оси x, то есть под углом 60° к $\vec{v}_0$. Закон сохранения импульса в проекции на ось x имеет вид $mv_0 \cos(\alpha) = \frac{1}{2} mv_0 = mv_x + 3mV \Rightarrow v_x = \frac{v_0}{2} - 3V$. Закон сохранения энергии дает

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{m(v_x^2 + v_y^2)}{2} + \frac{3mV^2}{2} \Rightarrow v_0^2 - v_y^2 = \frac{v_0^2}{4} = v_x^2 + 3V^2.$$

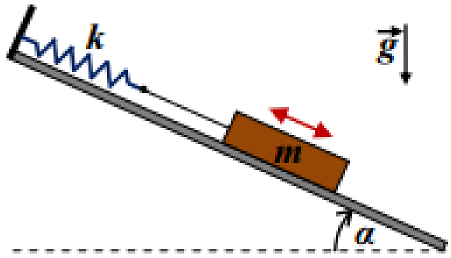
Подставляя v_x из ЗСИ, получаем уравнение для определения V:

$$\frac{v_0^2}{4} = \left(\frac{v_0}{2} - 3V\right)^2 + 3V^2 = \frac{v_0^2}{4} - 3v_0 V + 12V^2 \Rightarrow 4V - v_0 = 0 \Rightarrow V = \frac{v_0}{4} = 0{,}4 \text{ м/с}.$$

Ответ: под углом 60°, $V = \frac{v_0}{4} = 0{,}4$ м/с.

Далее разберем задачу для 11 класса из отборочного этапа..

Задача: Гладкая ровная плоскость установлена под углом α = 25° к горизонту. На ней находится брусок массы m = 1 кг, который через отрезок невесомой нерастяжимой нити прикреплен к концу легкой пружины с жесткостью k = 100 Н/м. Второй конец пружины закреплен неподвижно. Сначала брусок покоился. Затем его отвели вниз на расстояние s (по «линии падения воды» на плоскости) и аккуратно отпустили, запустив таким образом колебания бруска, при которых центр масс бруска движется в вертикальной плоскости. Чему равна циклическая частота гармонических колебаний бруска в этой системе? При какой максимальной величине s возникшие колебания будут гармоническими? Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с^2.



Решение: Направим ось x вдоль линии «падения воды» и будем отсчитывать координату от положения равновесия бруска, в котором сила упругости пружины (с растяжением Δl_0) уравновешивает компоненту силы тяжести вдоль этой оси. Тогда уравнение движения бруска $ma_x = -k(\Delta l_0 + x) + mg \cdot \sin(\alpha) = -kx$ – это уравнение гармонических колебаний с циклической частотой $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10$ с$^{-1}$. Для того, чтобы колебания были гармоническими, необходимо, чтобы нить не провисала (ведь именно она передает действие силы упругости пружины на брусок, и при провисшей нити брусок движется с постоянным ускорением $g \cdot \sin(\alpha)$). Так как невесомая нить прикреплена к невесомой пружине, то сила натяжения нити равна силе упругости растянутой пружины, и поэтому при гармонических колебаниях пружина всегда должна быть растянута: $\Delta l_0 + x \geq 0 \Rightarrow x \geq -\dfrac{mg\sin(\alpha)}{k}$. При запуске колебаний без начальной скорости амплитуда колебаний равна начальному смещению, так что центр масс бруска не выходит за «границу гармоничности», если $s \leq \dfrac{mg\sin(\alpha)}{k} \approx 4{,}2$ см.

Ответ: $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = 10\,\text{с}^{-1}$, $s_{\max} = \dfrac{mg\sin(\alpha)}{k} \approx 4{,}2$ см.

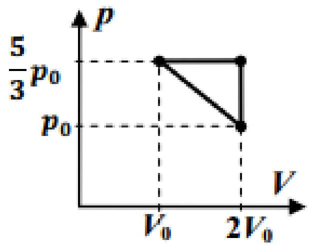
Тема 2: раздел – молекулярная физика, тема – термодинамика.

Полезно повторить материалы занятия вводного курса по теме «молекулярная физика» и занятие основного курса «тепловые машины», а также разобрать задания отборочного этапа.

Вопрос: Чему равна молярная теплоемкость одноатомного идеального газа в изохорном, изобарном, изотермическом, адиабатическом процессах, а также в процессе, в котором давление растет прямо пропорционально объему?

Ответ: В изобарном процессе давление и количество вещества постоянны, поэтому работа моля газа $A = p \cdot \Delta V = \Delta(pV)$, и, в соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона $A = \Delta(RT) = R \cdot \Delta T$. По I Началу термодинамики, подведенное тепло $Q = A + \Delta U = A + \dfrac{3}{2}R \cdot \Delta T = \dfrac{5}{2}R \cdot \Delta T$. Следовательно, $c_p = \dfrac{5}{2}R \approx 20{,}8$ Дж/К. Аналогично в изохорном процессе $A = 0$, $Q = \Delta U = \dfrac{3}{2}R \cdot \Delta T$ и $c_V = \dfrac{3}{2}R \approx 12{,}5$ Дж/К. В изотермическом процессе $\Delta T = 0$, и $c_T = \pm\infty$, а в адиабатическом процессе $Q \equiv 0$, $c_a = 0$.Наконец, при $p(V) = kV$ для одного моля $T = \dfrac{pV}{R} = k\dfrac{V^2}{R}$, и работа одного моля газа $A = \dfrac{kV_1 + kV_2}{2}(V_2 - V_1) = \dfrac{k}{2}(V_2^2 - V_1^2) = \dfrac{R}{2}\Delta T$. Значит, $Q = A + \Delta U = \dfrac{R}{2}\Delta T + \dfrac{3R}{2}\Delta T = 2R \cdot \Delta T$. Поэтому $c_k = 2R \approx 16{,}6$ Дж/К.

Задача: Рабочим телом тепловой машины является постоянное количество одноатомного идеального газа. Цикл рабочего тела, показанный на рисунке в координатах давление-объем, состоит из трех процессов: изобары, изохоры и процесса с линейной зависимостью давления от объема. Определите КПД цикла.



Решение:

В первую очередь необходимо разобраться, на каком из участков цикла рабочее тело получает тепло, а на каком – отдает. В процессе изобарного расширения газ совершает положительную работу и нагревается, то есть он получает тепло. При изохорном охлаждении газ не совершает работу, и ясно, что теплота от него отводится. Самое сложное – анализ линейного процесса. Если записать уравнение прямой в виде $p(V) = \dfrac{7}{3}p_0\left(1 - \dfrac{2V}{7V_0}\right)$, и с его помощью вычислить количество теплоты, которым газ обменивается с окружающими телами при малом изменении объема ΔV, то получим:

$$\Delta Q \approx p \cdot \Delta V + \frac{3}{2}\Delta(pV) \approx \frac{5}{2}p \cdot \Delta V + \frac{3}{2}V \cdot \Delta p = \frac{7}{6}p_0 \cdot \Delta V\left(5 - \frac{16V}{7V_0}\right),$$

то есть при $V \in [V_0, 2V_0]$ и $\Delta V < 0$ всегда $\Delta Q < 0$, то есть в этом процессе тепло только отдается. Теперь ясно, что для данного цикла проще всего почитать работу, равную площади цикла $A = \frac{1}{2}\frac{2}{3}p_0V_0 = \frac{1}{3}p_0V_0$, и количество теплоты нагревателя, получаемое в изобарном процессе: $Q_H = A_p + \Delta U_p = \frac{5}{3}p_0V_0 + \frac{3}{2}\left(\frac{10}{3}p_0V_0 - \frac{5}{3}p_0V_0\right) = \frac{25}{6}p_0V_0$. Значит, КПД цикла $\eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{2}{25} = 8\%$.

Ответ: $\eta = 8\%$.

Тема 3: раздел – электродинамика, темы – постоянный ток и движение заряженных частиц в электромагнитном поле.

10 классу полезно повторить материалы занятия 7 вводного курса по теме «постоянный ток» и занятия основного курса с тем же названием, а 11 классу необходимо изучит материалы занятие этого года по теме «заряды в магнитном поле», а также разобрать задания отборочного этапа.

Начнем с задачи для 10 класса.

Задача: При подключении вольтметра к клеммам одного аккумулятора он показывает напряжение $U_1 = 16{,}5$ В, а при подключении к четырем таким же аккумуляторам, соединенным параллельно – напряжение $U_4 = 17{,}6$ В. Три таких вольтметра соединили параллельно и подключили к трем таким аккумуляторам, соединенным последовательно. Каковы показания каждого из этих вольтметров? Какое напряжение покажет идеальный вольтметр, если подключить его к одному такому аккумулятору?

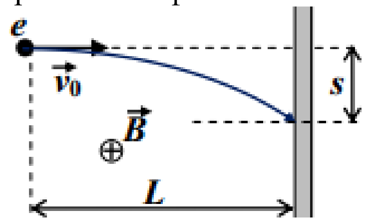
Решение: Введем обозначения: пусть U – напряжение, создаваемое аккумулятором на своих клеммах при разомкнутой цепи (его ЭДС), r – внутреннее сопротивление аккумулятора, а R – сопротивление вольтметра. Тогда при подключении вольтметра к клеммам одного аккумулятора сила тока через него равна $I = \frac{U}{R+r}$, и напряжение на вольтметре $U_1 = \frac{R}{R+r}U = \frac{z}{z+1}U$, где $z \equiv \frac{R}{r}$. У четырех таких же аккумуляторов, соединенных параллельно, ЭДС такое же, а внутреннее сопротивление равно $\frac{r}{4}$, так что $U_4 = \frac{4R}{4R+r}U = \frac{4z}{4z+1}U = \frac{4(z+1)}{4z+1}U_1 \Rightarrow \frac{U_4}{U_1} = \frac{16}{15} = \frac{4(z+1)}{4z+1}$. Из этого уравнения находим, что $z = 11$. При подключении трех вольтметров к трем таким же аккумуляторам, соединенным последовательно, напряжения на аккумуляторах и их внутренние сопротивления складываются, так что $U_{33} = \frac{R/3}{R/3+3r}3U = \frac{3z}{z+9}U = \frac{3(z+1)}{z+9}U_1 = 29{,}7$ В. Для ответа на второй вопрос нужно найти U: $U = \frac{z+1}{z}U_1 = 18$ В.

Ответ: $U_{33} = 29{,}7$ В, $U = 18$ В.

.

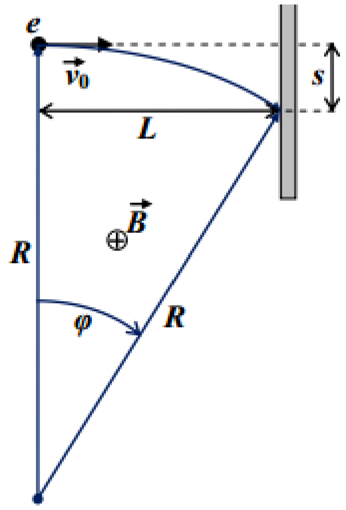
Следующая задача – из отборочного этапа для 11 класса.

Задача: Электронная пушка выстреливает электроны в направлении фотопластинки (перпендикулярно ее поверхности) каждый раз с одной и той же начальной скоростью. Точка выстрела находится на расстоянии $L = 70$ мм от поверхности фотопластинки, и между ними, в вакууме, создано однородное магнитное поле. Электроны попадают на фотопластинку в точке на расстоянии $s = 10$ мм от «точки прицеливания» (см. рисунок). Чему равен радиус окружности, по которой движутся электроны в этом опыте? Каким станет отклонение электронов от «точки прицеливания», если величину индукции магнитного поля увеличить в 1,5 раза?



Решение: Пусть φ – угловой размер дуги окружности, пройденной электроном. Тогда $\sin(\varphi) = \dfrac{L}{R}$ и $\cos(\varphi) = \dfrac{R-s}{R}$. Возводя эти равенства в квадрат и складывая, находим, что

$$\frac{L^2 + (R-s)^2}{R^2} = 1 \Rightarrow R = \frac{L^2 + s^2}{2s} = 250\text{мм}.$$



Связь радиуса ларморовской окружности с индукцией магнитного поля определяется из уравнения для центростремительной компоненты ускорения электрона: поскольку сила Лоренца не совершает работу, то модуль скорости электрона постоянен, и $m\dfrac{v_0^2}{R} = ev_0B \Rightarrow R = \dfrac{mv_0}{qB}$. Значит, при $B' = \dfrac{3}{2}B$ новый радиус $R' = \dfrac{2}{3}R$. Тогда

$$s' = R' - \sqrt{R'^2 - L^2} = \frac{2}{3}R - \sqrt{\frac{4}{9}R^2 - L^2} \approx 15{,}4\text{мм}.$$

Ответ: $R = \dfrac{L^2 + s^2}{2s} = 250$мм, $s' = \dfrac{2}{3}R - \sqrt{\dfrac{4}{9}R^2 - L^2} \approx 15{,}4$ мм.

Тема 4: раздел – оптика, тема – тонкие линзы.

Полезно повторить материалы занятия вводного курса по теме «геометрическая оптика» и занятия основного курса по теме «оптика», а также разобрать задания отборочного этапа.

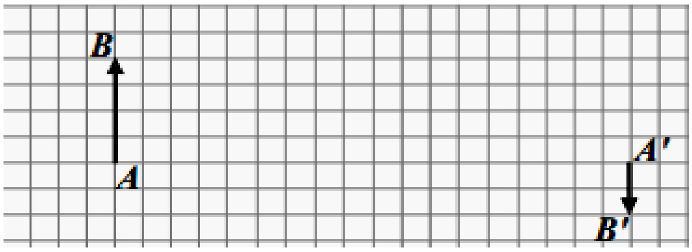
Начнем с примера вопроса.

Вопрос: Точечный источник находится на главной оптической оси тонкой линзы. На экране наблюдается его перевернутое уменьшенное изображение. Что можно сказать о типе линзы и положении источника?

Ответ: На экране можно наблюдать только действительные изображения (на экран попадают световые лучи), а действительные изображения реальных предметов создают только собирающие линзы. Значит, линза является собирающей. Собирающие линзы создают перевернутое уменьшенное изображение, если источник находится перед линзой на расстоянии, превышающем удвоенное фокусное расстояние линзы.

Задача: Некий школьник выполнил на тетрадном листе в клетку построение хода лучей от источника AB к его изображению $A'B'$, полученному с помощью тонкой линзы. Линзу и лучи он рисовал карандашом, и его младший брат стер их так, что на листе от них не осталось и следа (см. рисунок). Восстановите утраченную информацию и ответьте на вопросы:

1) Какая это линза – собирающая или рассеивающая?
2) Чему равна оптическая сила линзы? Длина стороны тетрадной клетки 5 мм, рисунок выполнен в масштабе 1:1.



Решение: Лучи, пересекающие линзу в оптическом центре, не преломляются. Поэтому прямая, соединяющая точку и ее изображение, проходит через оптический центр. Следовательно, оптический центр линзы O – это пересечение прямых AA' и BB'. Так как предмет и его изображение параллельны, то они параллельны плоскости линзы, и нам становится ясно, что главная оптическая ось линзы – это прямая AA'. Луч, падающий на линзу из точки B параллельно этой оси, после преломления в линзе идет в точку B', по дороге пересекая главную оптическую ось линзы в ее главном фокусе F. По поведению данного луча понимаем, что это собирающая линза. Проведя построение, обнаруживаем, что фокусное расстояние равно F = 20 мм. Таким образом, оптическая сила линзы $D = \frac{1}{F} = 50$Дптр.